

Esercizio x5 – Funzione derivabile

Verificare che la funzione $f(x) = \sqrt{\frac{1+x}{2-x}}$ non è derivabile in $x_0 = -1$.

Dimostrazione

Il dominio di $f(x) = \sqrt{\frac{1+x}{2-x}}$ è $\text{Dom } f = [-1, 2)$. In tale Dominio la funzione è continua.

$$\text{La derivata prima è: } f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{\frac{1+x}{2-x}}} \cdot \frac{1 \cdot (2-x) - (-1) \cdot (1+x)}{(2-x)^2} = \frac{2-x+1+x}{2(2-x)^2 \sqrt{\frac{1+x}{2-x}}} = \frac{3 \cdot \sqrt{\frac{2-x}{1+x}}}{2(2-x)^2}.$$

La derivata prima non è definita in $x_0 = -1 \in \text{Dom } f$.

$$\text{Inoltre } \lim_{x \rightarrow -1^+} f'(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{3 \cdot \sqrt{\frac{2-x}{1+x}}}{2(2-x)^2} = +\infty.$$

Il limite sinistro non si calcola perchè a sinistra di -1 la funzione $f(x)$ non esiste.

