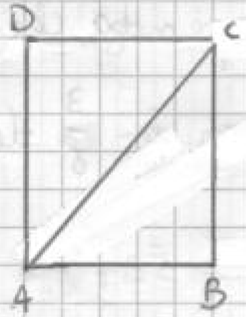
In un rettangolo l'altezza supera di 13 cm i $\frac{5}{2}$ della base e inoltre si sa che la differenza tra metà altezza e i $\frac{3}{2}$ della base è 3 cm. Determina l'area del rettangolo e la diagonale.



D A T I
$$\begin{cases} \overline{BC} = \frac{5}{2}\overline{AB} + 13 \\ \frac{\overline{BC}}{2} - \frac{3}{2}\overline{AB} = 3 \\ S_{ABCD} = ? \quad \overline{AC} = ? \end{cases}$$

SI PONE $\overline{AB} = x$, $\overline{BC} = y$ CON $x, y \in \mathbb{R}^+$

$$\begin{cases} y = \frac{5}{2}x + 13 \\ \frac{y}{2} - \frac{3}{2}x = 3 \end{cases} \qquad \begin{cases} 2y = 5x + 26 \\ y - 3x = 6 \end{cases} \qquad \begin{cases} -5x + 2y = 26 \\ -3x + y = 6 \end{cases} \left(\frac{a}{a'} = \frac{5}{3}\right) \neq \left(\frac{b}{b'} = 2\right)$$

S. DET.

$$\begin{cases} -5x + 12 + 6x = 26 \\ y = 6 + 3x \end{cases} \qquad \begin{cases} x = 14 \\ y = 48 \end{cases}$$

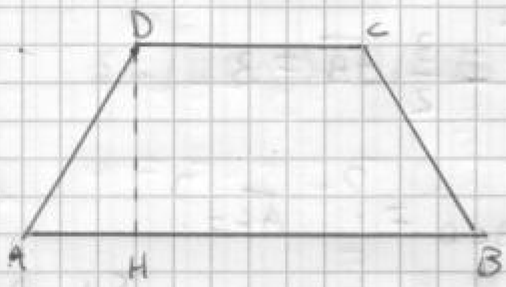
$$S_{ABCD} = \overline{AB} \cdot \overline{BC} = 14 \cdot 48 = 672\ cm^2$$

$$\overline{AC} = \sqrt{\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2} = \sqrt{14^2 + 48^2} = \sqrt{196 + 2304} = \sqrt{2500} = 50\ cm$$

L'area misura 672 cm^2 e la diagonale 50 cm.

pag. 671, n° 253

In un trapezio isoscele la base maggiore supera di 10 m i $\frac{3}{2}$ dell'altezza; aggiungendo 4 m all'altezza si ottiene il doppio della base minore. Determina la lunghezza del perimetro e l'area del trapezio sapendo che la semi somma delle basi supera di 16 m i $\frac{3}{8}$ dell'altezza.



D A T I
$$\begin{cases} \overline{AB} = \frac{3}{2}\overline{DH} + 10 \\ 2\overline{CD} = \overline{DH} + 4 \\ \frac{\overline{AB} + \overline{CD}}{2} = \frac{3}{8}\overline{DH} + 16 \\ P_{ABCD} = ? \qquad S_{ABCD} = ? \end{cases}$$

SI PONE $\overline{DH} = x$

$\overline{AB} = y$ con $x, y, z \in \mathbb{R}^+$

$\overline{CD} = z$

$$\begin{cases} y = \frac{3}{2}x + 10 \\ 2z = x + 4 \\ \frac{y+z}{2} = \frac{3}{8}x + 16 \end{cases} \qquad \begin{cases} 2y = 3x + 20 \\ -x + 2z = 4 \\ 4y + 4z = 3x + 128 \end{cases} \qquad \begin{cases} -3x + 2y = 20 \\ -x + 2z = 4 \\ -3x + 4y + 4z = 128 \end{cases}$$

$$D = \begin{vmatrix} -3 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \\ -3 & 4 & 4 \end{vmatrix} \begin{matrix} -3 & 2 \\ -1 & 0 \\ -3 & 4 \end{matrix} = 0 - 12 + 0 - (0 - 24 - 8) = -12 + 24 + 8 = 20$$

$$D_x = \begin{vmatrix} 20 & 2 & 0 \\ 4 & 0 & 2 \\ 128 & 4 & 4 \end{vmatrix} \begin{matrix} 20 & 2 \\ 4 & 0 \\ 128 & 4 \end{matrix} = 0 + 512 + 0 - (0 + 160 + 32) = 512 - 160 - 32 = 320$$

$$D_y = \begin{vmatrix} -3 & 20 & 0 \\ -1 & 4 & 2 \\ -3 & 128 & 4 \end{vmatrix} \begin{matrix} -3 & 20 \\ -1 & 4 \\ -3 & 128 \end{matrix} = -48 - 120 - 0 - (0 - 768 - 80) = -48 - 120 + 768 + 80 = 680$$

$$D_z = \begin{vmatrix} -3 & 2 & 20 \\ -1 & 0 & 4 \\ -3 & 4 & 128 \end{vmatrix} \begin{matrix} -3 & 2 \\ -1 & 0 \\ -3 & 4 \end{matrix} = 0 - 24 - 80 - (0 - 48 - 256) = -24 - 80 + 48 + 256 = 200$$

$$\left(x = \frac{D_x}{D} = \frac{\overset{16}{\cancel{320}}}{\cancel{20}} = 16 \; ; \; y = \frac{D_y}{D} = \frac{\overset{34}{\cancel{680}}}{\underset{1}{\cancel{20}}} = 34 \; ; \; z = \frac{D_z}{D} = \frac{\overset{10}{\cancel{200}}}{\cancel{20}} = 10 \right)$$

$$P_{ABCD} = \overline{AB} + \overline{CD} + 2\overline{BC}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{\overline{DH}^2 + \left(\frac{\overline{AB} - \overline{CD}}{2}\right)^2} = \sqrt{16^2 + \left(\frac{34 - 10}{2}\right)^2} = \sqrt{256 + 12^2} = \sqrt{256 + 144} = \sqrt{400} =$$

$= 20\,cm$

$$P_{ABCD} = 34 + 10 + 2 \cdot 20 = 34 + 10 + 40 = 84\,cm$$

$$S_{ABCD} = \frac{\overline{AB} + \overline{CD}}{2} \cdot \overline{DH} = \frac{34 + 10}{2} \cdot \overset{8}{\cancel{16}} = 44 \cdot 8 = 352\,cm^2$$

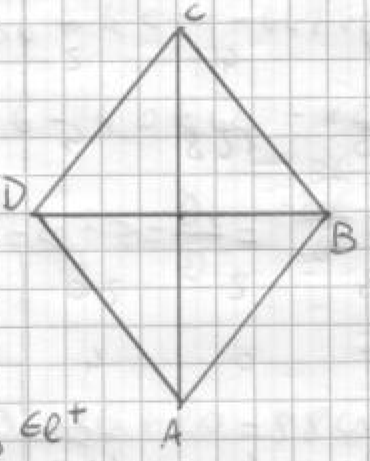
Il perimetro misura 84 cm e l'area $352\,cm^2$.

pag. 671, n°254

In un rombo la differenza delle diagonali è 16 dm; la somma di $\frac{1}{3}$ della diagonale minore e dei $\frac{3}{8}$ della maggiore è 40 dm.

Determina il perimetro e l'area del rombo.

DATI
$$\begin{cases} \overline{AC}-\overline{BD}=16 \\ \frac{1}{3}\overline{BD}+\frac{3}{8}\overline{AC}=40 \\ P_{ABCD}=? \\ S_{ABCD}=? \end{cases}$$



SI PONE $\overline{AC}=x$, $\overline{BD}=y$ con $x, y \in \mathbb{R}^+$

$$\begin{cases} x-y=16 \\ \frac{1}{3}y+\frac{3}{8}x=40 \end{cases} \qquad \begin{cases} x-y=16 \\ 9x+8y=960 \end{cases} \qquad \left(\frac{a}{a'}=\frac{1}{9}\right)\neq\left(\frac{b}{b'}=-\frac{1}{8}\right)$$

S. DET.

$$\begin{cases} x=16+y \\ 144+9y+8y=960 \end{cases} \qquad \begin{cases} \text{---} \\ 17y=816 \end{cases} \qquad \begin{cases} x=64 \\ y=48 \end{cases}$$

$P_{ABCD}=4\overline{AB}$

$$\overline{AB}=\sqrt{\left(\frac{\overline{AC}}{2}\right)^2+\left(\frac{\overline{BD}}{2}\right)^2}=\sqrt{\left(\frac{64}{2}\right)^2+\left(\frac{48}{2}\right)^2}=\sqrt{32^2+24^2}=\sqrt{1024+576}=$$

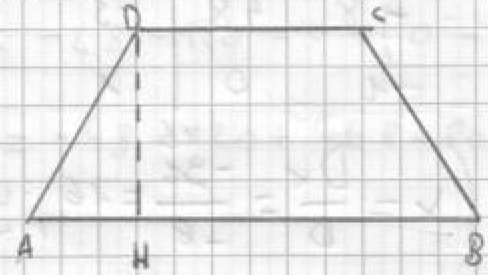
$$=\sqrt{1600}=40\ dm$$

$P_{ABCD}=4\cdot 40=160\ dm$

$$S_{ABCD}=\frac{\overline{AC}\cdot\overline{BD}}{2}=\frac{64\cdot 48}{2}=\frac{3072}{2}=1536\ dm^2$$

pag. 671, n° 255

In un trapezio isoscele gli angoli adiacenti alla base maggiore hanno ampiezza di 60°; aggiungendo 4 cm alla base minore si ottengono i $\frac{3}{2}$ del lato; sottraendo i $\frac{5}{8}$ del lato dalla base maggiore si ottiene invece la base minore aumentata di 6 cm. Determina la lunghezza del perimetro.



D
A
T
I

$$\begin{cases} \widehat{ABC} = \widehat{BAD} = 60^\circ \\ \overline{CD} + 4 = \frac{3}{2}\overline{AD} \\ \overline{AB} - \frac{5}{8}\overline{AD} = \overline{CD} + 6 \\ P_{ABCD} = ? \end{cases}$$

SI PONE $\overline{AD} = x$, $\overline{CD} = y$, $\overline{AB} = z$ CON $x, y, z \in \mathbb{R}^+$

$$\begin{cases} y + 4 = \frac{3}{2}x \\ z - \frac{5}{8}x = y + 6 \\ \frac{z-y}{2} = \frac{x}{2} \end{cases} \qquad \begin{cases} 2y + 8 = 3x \\ 8z - 5x = 8y + 48 \\ z - y = x \end{cases} \qquad \begin{cases} 3x - 2y = 8 \\ -5x - 8y + 8z = 48 \\ x + y - z = 0 \end{cases}$$

$$D = \left|\begin{matrix} 3 & -2 & 0 \\ -5 & -8 & 8 \\ 1 & 1 & -1 \end{matrix}\right| \begin{matrix} 3 & -2 \\ -5 & -8 \\ 1 & 1 \end{matrix} = 24 - 16 + 0 - (0 + 24 - 10) = 24 - 16 - 24 + 10 = -6$$

$$D_x = \left|\begin{matrix} 8 & -2 & 0 \\ 48 & -8 & 8 \\ 0 & 1 & -1 \end{matrix}\right| \begin{matrix} 8 & -2 \\ 48 & -8 \\ 0 & 1 \end{matrix} = 64 + 0 + 0 - (0 + 64 + 96) = 64 - 64 - 96 = -96$$

$$D_y = \begin{vmatrix} 3 & 8 & 0 \\ -5 & 48 & 8 \\ 1 & 0 & -1 \end{vmatrix}\begin{matrix} 3 & 8 \\ -5 & 48 \\ 1 & 0 \end{matrix} = -144+64+0-(0+0+40) = -144+64-40 = -120$$

$$D_z = \begin{vmatrix} 3 & -2 & 8 \\ -5 & -8 & 48 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}\begin{matrix} 3 & -2 \\ -5 & -8 \\ 1 & 1 \end{matrix} = 0-36-40-(-64+144+0) = -36-40+64-144 = -216$$

$$\left(x = \frac{D_x}{D} = \frac{\overset{16}{\cancel{-96}}}{\cancel{-6}} = 16,\ y = \frac{D_y}{D} = \frac{\overset{20}{\cancel{-120}}}{\cancel{-6}} = 20;\ z = \frac{D_z}{D} = \frac{\overset{36}{\cancel{-216}}}{\cancel{-6}} = 36\right)$$

$$P_{ABCD} = 2\overline{AD} + \overline{AB} + \overline{CD} = 2\cdot 16 + 36 + 20 = 32 + 36 + 20 = 88\,cm$$

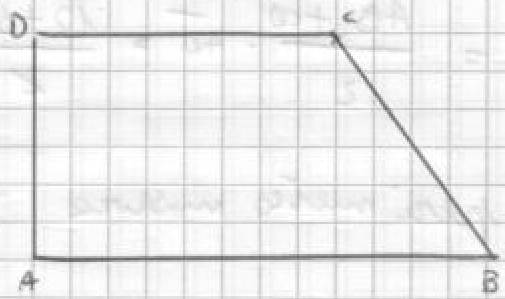
Il perimetro misura 88 cm

pag. 671, n° 256

In un trapezio rettangolo la base maggiore è doppia della minore e supera di 2 m il lato obliquo; la somma dei $\frac{3}{2}$ della base minore e dei $\frac{2}{5}$ del lato obliquo è 13 m. Determina la lunghezza del perimetro e l'area del trapezio.

D
A
T
I

$$\begin{cases} \overline{AB} = 2\overline{CD} \\ \overline{AB} = \overline{BC} + 2 \\ \frac{3}{2}\overline{CD} + \frac{2}{5}\overline{BC} = 13 \\ P_{ABCD} = ? \quad S_{ABCD} = ? \end{cases}$$



SI PONE $\overline{CD} = x$

$\overline{AB} = y$ CON $x, y, z \in R^+$

$\overline{BC} = z$

$$\begin{cases} y = 2x \\ y = z + 2 \\ \frac{3}{2}x + \frac{2}{5}z = 13 \end{cases} \qquad \begin{cases} -2x + y = 0 \\ y - z = 2 \\ 15x + 4z = 13 \end{cases} \qquad \begin{cases} -2x + z + 2 = 0 \\ y = z + 2 \\ 15x + 4z = 13 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2x + z = -2 \\ \text{——} \\ 15x + 4z = 130 \end{cases} \qquad \left(\frac{a}{a'} = -\frac{2}{15}\right) \neq \left(\frac{b}{b'} = \frac{1}{4}\right)$$

S. DET.

$$\begin{cases} z = 2x - 2 \\ \text{——} \\ 15x + 8x - 8 = 130 \end{cases} \qquad \begin{cases} \text{——} \\ \text{—} \\ 23x = 138 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = 6 \\ y = 12 \\ z = 10 \end{cases}$$

$P_{ABCD} = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{AD}$

$\overline{AD} = \sqrt{\overline{BC}^2 - (\overline{AB} - \overline{CD})^2} = \sqrt{10^2 - (12-6)^2} = \sqrt{100-36} = \sqrt{64} = 8\ m$

$P_{ABCD} = 12 + 10 + 6 + 8 = 36\ m$

$S_{ABCD} = \frac{\overline{AB} + \overline{CD}}{2} \cdot \overline{AD} = \frac{12+6}{\cancel{2}} \cdot \cancel{8}^{4} = 18 \cdot 4 = 72\ m^2$

Il perimetro misura 36 m e l'area 72 m^2