NUMERI RAZIONALI $\mathbb{Q}$

Nell'insieme dei numeri naturali e nell'insieme dei numeri interi relativi non è sempre possibile effettuare l'operazione di divisione.

Infatti, eseguendo la divisione $7 : 2$ si ottiene come quoziente intero 2 e come resto 1. Per ottenere il quoziente esatto occorre proseguire la divisione ottenendo 3,5 che non rappresenta un numero intero.

Pertanto per poter sempre effettuare l'operazione di divisione occorre ampliare l'insieme dei numeri interi relativi aggiungendo questo nuovo tipo di numeri.

Nella costruzione di questo nuovo insieme viene definito il seguente nuovo ente:

Definizione

Dati due numeri naturali a e b, con $b \neq 0$, si chiama **frazione** un'espressione del tipo $\frac{a}{b}$ che indica il quoziente esatto della divisione $a : b$.

$$\frac{n}{d} \quad \begin{array}{l} \longleftarrow \text{Numeratore} \\ \longleftarrow \text{Denominatore} \end{array}$$

Esempi

$$\frac{7}{2} = 7 : 2 = 3{,}5$$

Casi particolari

$\frac{7}{0}$ non ha significato $\qquad \frac{0}{0}$ è una forma indeterminata $\qquad \frac{7}{1} = 7 \qquad \frac{0}{2} = 0$

Definizione

Una frazione $\frac{a}{b}$ si dice:	**propria**	se $a < b$
	impropria	se $a > b$ e a non è multiplo di b
	apparente	se a è un multiplo di b

Esempi

$\frac{7}{9}$ è una frazione propria $\qquad \frac{7}{6}$ è una frazione impropria $\qquad \frac{12}{4}$ è una frazione apparente.

Definizione

Due frazioni $\frac{a}{b}$ e $\frac{c}{d}$ si dicono **equivalenti**, e si scrive $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, quando $a \cdot d = b \cdot c$.

Esempi

$\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$ Sono frazioni equivalenti. Infatti: $3 \cdot 8 = 4 \cdot 6$.

Proprietà invariantiva

Se si moltiplica per uno stesso numero diverso da 0 sia il numeratore che il denominatore di una frazione, si ottiene una frazione equivalente.

Se si divide per uno stesso numero diverso da 0 sia il numeratore che il denominatore di una frazione, si ottiene una frazione equivalente.

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot x}{b \cdot x} \qquad con\ b \neq 0 \quad e \quad x \neq 0 \qquad\qquad \frac{a}{b} = \frac{a : x}{b : x} \qquad con\ b \neq 0 \ \ e \ \ x \neq 0$$

Esempi

$$\frac{3}{5}=\frac{3\cdot 4}{5\cdot 4}=\frac{12}{20} \qquad\qquad \frac{15}{25}=\frac{15:5}{25:5}=\frac{3}{5}$$

Definizione

Una frazione $\frac{a}{b}$ è **ridotta ai minimi termini** quando numeratore e denominatore non hanno divisori comuni diversi da 1, oppure quando il $M.C.D.(a\,,b)=1$.

Riduzione ai minimi termini di una frazione

Per ridurre una frazione ai minimi termini è sufficiente dividere il numeratore e il denominatore per il loro M.C.D.

Esempi

$\frac{12}{9}$ Non è ridotta ai minimi termini $\qquad$ $\frac{12}{9}=\frac{12:3}{9:3}=\frac{4}{3}$ è ridotta ai minimi termini

I numeri razionali

Un **numero razionale assoluto** è l'insieme formato dalle infinite frazioni equivalenti a una frazione data. *(classe di equivalenza)*.

$$\left\{\frac{3}{2},\frac{6}{4},\frac{9}{6},\frac{12}{8},\frac{15}{10},\frac{18}{12},\dots\right\}$$

L'insieme dei numeri razionali assoluti si indica con $\boldsymbol{Q_a}$.

L'insieme dei numeri razionali relativi è costituito da tutti i numeri razionali preceduti dal segno $+$ o dal segno $-$.

L'insieme dei numeri razionali relativi è indicato con la lettera $\boldsymbol{Q}$.

$$\left\{+\frac{3}{2},+\frac{6}{4},+\frac{9}{6},+\frac{12}{8},+\frac{15}{10},+\frac{18}{12},\dots\right\} \qquad \left\{-\frac{3}{2}-\frac{6}{4},-\frac{9}{6},-\frac{12}{8},-\frac{15}{10},-\frac{18}{12},\dots\right\}$$

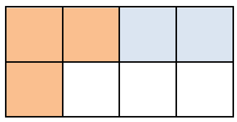
Confronto tra numeri razionali

I° METODO

Caso 1 – Le frazioni hanno lo stesso denominatore positivo

La frazione maggiore è quella che ha numeratore maggiore.

$$\frac{3}{8}<\frac{5}{8}$$



Caso 2 – Le frazioni non hanno lo stesso denominatore positivo

In questo caso, applicando la proprietà invariantiva, occorre trasformare le due frazioni in altre aventi lo stesso denominatore positivo.

$$\frac{3}{4}\ \ e\ \ \frac{5}{6} \quad\rightarrow\quad \frac{9}{12}\ \ e\ \ \frac{10}{12} \qquad si\ \ conclude\ che \qquad \frac{3}{4}<\frac{5}{6}.$$

II° METODO

Si trasformano le frazioni nei numeri decimali equivalenti.

$$\frac{3}{4}\ \ e\ \ \frac{5}{8} \quad\rightarrow\quad \begin{array}{l}3:4=0{,}750\\ 5:8=0{,}625\end{array} \qquad si\ \ conclude\ che \qquad \frac{3}{4}>\frac{5}{8}.$$

III° METODO

Definiamo la diagonale principale quella su cui si trova il numeratore della prima frazione, diagonale secondaria l'altra.

Se il prodotto sulla diagonale principale è minore di quello sulla diagonale secondaria, la prima frazione è minore della seconda; in caso contrario la prima frazione è maggiore della seconda.

In simboli:

$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \quad se\ e\ solo\ se \quad a \cdot d < b \cdot c$	$\frac{a}{b} > \frac{c}{d} \quad se\ e\ solo\ se \quad a \cdot d > b \cdot c$

Esempi

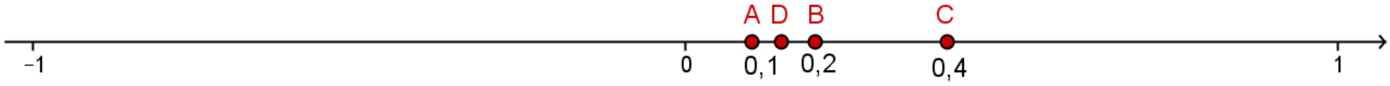
$$\frac{3}{4} > \frac{5}{8} \qquad perchè \qquad 3 \cdot 8 \ > \ 4 \cdot 5$$

La regola è valida anche per le frazioni negative, con l'accortezza di attribuire il segno meno ai numeratori delle frazioni.

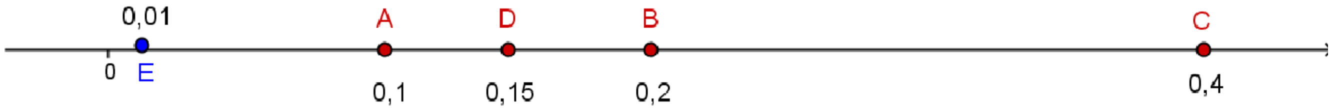
$$-\frac{3}{4} \ \ e \ -\frac{5}{8} \quad \rightarrow \quad \frac{-3}{4} \ \ e \ \ \frac{-5}{8} \quad \rightarrow \quad \begin{matrix} -3 \cdot 8 = -24 \\ -5 \cdot 4 = -20 \end{matrix} \quad si\ \ conclude\ che \quad -\frac{3}{4} < -\frac{5}{8}.$$

La rappresentazione dei numeri razionali su una retta

I numeri razionali possono essere rappresentati su una retta orientata.



Ingrandendo l'intervallo $(0\ ,\ \ 0{,}4)$ si ha:



Tutte le frazioni tra loro equivalenti corrispondono allo stesso punto sulla retta.

Le frazioni $\frac{2}{10}$ *e* $\frac{1}{5}$ *sono rappresentate dallo stesso punto B.*

L'insieme dei numeri razionali è un insieme **denso**. Il che vuol dire che:

"Tra due qualsiasi numeri razionali n e p ci sono infiniti altri numeri razionali".

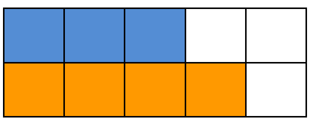
Addizione e sottrazione

Caso 1 – Le frazioni hanno lo stesso denominatore

La somma *(o la differenza)* di due frazioni che hanno lo stesso denominatore è una frazione che ha : - per numeratore la somma *(o la differenza)* dei numeratori - per denominatore lo stesso denominatore.	$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{b} = \frac{a \ \pm \ c}{b}$

Esempio

$$\frac{3}{10} + \frac{4}{10} = \frac{3 \ + \ 4}{10} = \frac{7}{10}$$



Caso 2 – Le frazioni non hanno lo stesso denominatore

Se le frazioni non hanno lo stesso denominatore occorre:

1. ridurre le frazioni ai minimi termini
2. trasformare le frazioni in altre equivalenti aventi lo stesso denominatore
3. applicare la regola del caso precedente.

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{m.c.m.(b,d)\,:b\cdot a\quad+\quad m.c.m.(b,d)\,:d\cdot c}{m.c.m.(b,d)}$$

Esempio

$$\frac{12}{16}+\frac{3}{18}\quad=\quad\frac{3}{4}+\frac{1}{6}\quad=\quad\frac{12:4\cdot 3\;+\;12:6\cdot 1}{12}\quad=\quad\frac{9+2}{12}\quad=\quad\frac{11}{12}\,.$$

Proprietà dell'addizione e della sottrazione

L'addizione e la sottrazione sono operazioni interne in ***Q***.

Nell'insieme dei numeri razionali valgono tutte le proprietà dell'addizione (commutativa, associativa, esistenza dell'opposto) e della sottrazione (invariantiva) viste con i numeri interi relativi.

L'elemento neutro per l'addizione è 0.

Moltiplicazione

Il prodotto di due frazioni è una frazione che ha: - per numeratore il prodotto dei numeratori - per denominatore il prodotto dei denominatori.	$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d}$

Esempio

$$\frac{4}{6}\cdot\frac{9}{12}\quad=\quad\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{4}\quad=\quad\frac{1}{2}\,.$$

Proprietà della moltiplicazione

Nell'insieme dei numeri razionali valgono tutte le proprietà della moltiplicazione viste con i numeri interi relativi: commutativa, associativa, distributiva rispetto all'addizione, esistenza dell'elemento neutro 1, esistenza dell'elemento assorbente 0, legge di annullamento del prodotto.

Per la moltiplicazione esiste anche un'ulteriore proprietà:

Esistenza del reciproco

Di ogni numero razionale, escluso 0, esiste il reciproco; il prodotto di un numero per il suo reciproco è uguale all'elemento neutro della moltiplicazione, cioè 1.

Il reciproco della frazione $\frac{a}{b}$ è la frazione $\frac{b}{a}$. Infatti: $\frac{a}{b}\cdot\frac{b}{a}=1$.

Divisione

Il quoziente di due frazioni è uguale al prodotto della prima frazione per il reciproco della seconda frazione.

$$\frac{a}{b}:\frac{c}{d}\;=\;\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}$$

Esempio

$$\frac{4}{6}:\frac{12}{9}\quad=\quad\frac{4}{6}\cdot\frac{9}{12}\quad=\quad\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{4}\quad=\quad\frac{1}{2}\,.$$

Proprietà della divisione

La definizione di quoziente permette di effettuare sempre la divisione nell'insieme dei numeri razionali, escluso il caso in cui il divisore è 0. Pertanto la divisione è un'operazione interna in $\boldsymbol{Q}$.

Nell'insieme dei numeri razionali valgono tutte le proprietà della moltiplicazione viste con i numeri interi relativi: proprietà invariantiva e la proprietà distributiva a destra rispetto all'addizione.

Potenza di una frazione

Dato un numero naturale n, la potenza n-esima di una frazione $\frac{a}{b}$ è la frazione che ha: - per numeratore a^n - per denominatore b^n.	$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ $\quad con\ b \neq 0$

Esempio

$$\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2^4}{3^4} = \frac{16}{81}$$

Le potenze con esponente intero negativo

Consideriamo la divisione di due potenze di uguale base con l'esponente della prima minore di quello della seconda e applichiamo la seconda proprietà delle potenze.

Esempio

$$\mathbf{2^4 : 2^7 = 2^{4-7} = 2^{-3}}$$

Cosa rappresenta tale numero ?

Per rispondere a tale domanda rifacciamo il calcolo in modo diverso:

$$2^4 : 2^7 = \frac{2^4}{2^7} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{1}{2 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{1}{2^3}\ .$$

Si conclude pertanto che: $\mathbf{2^{-3} = \frac{1}{2^3}}$

Definizione

La potenza di un numero razionale, diverso da 0, con esponente intero negativo è una potenza che ha: - per base il reciproco del numero dato - per esponente l'opposto dell'esponente.	$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$ $\quad con\ a, b \neq 0$

Esempi

$$\mathbf{7^{-5}} = \left(\frac{1}{7}\right)^5 = \mathbf{\frac{1}{7^5}} \qquad\qquad \left(\frac{3}{4}\right)^{-2} = \left(\frac{4}{3}\right)^2$$

I numeri decimali finiti

Le frazioni che hanno come denominatore una potenza di 10 (con esponente un naturale diverso da 0) vengono dette frazioni decimali.

Esempi

$$\frac{234}{10000} \qquad \frac{3}{100} \qquad \frac{273}{10} \qquad \frac{47}{1000}$$

Numeri decimali periodici

Non tutti i numeri razionali sono rappresentabili mediante frazioni decimali.

Soltanto le frazioni che, ridotte ai minimi termini, hanno il denominatore che contiene come fattori primi solo il 2 e/o il 5 sono rappresentabili mediante frazioni decimali.

Non è possibile invece trasformare la frazione $\frac{5}{9}$ in frazione decimale.

Numeri decimali finiti	Frazioni con denominatore che contiene come fattori primi solo il 2 e il 5	$\frac{3}{25}=\frac{12}{100}$ $\qquad \frac{9}{20}=\frac{45}{100}$
Numeri decimali periodici semplici	Frazioni con denominatore che non contiene né il fattore 2 né il fattore 5.	$\frac{8}{3}=2{,}66666\ldots$
Numeri decimali periodici misti	Frazioni con denominatore che contiene i fattori 2 o 5 insieme ad altri fattori	$\frac{17}{6}=2{,}833333\ldots$

Quando non è possibile trasformare una frazione in frazione decimale, significa che essa corrisponde a un **numero decimale periodico**, ossia a un numero le cui cifre decimali sono infinite e, da un certo punto in poi, si ripetono a gruppi sempre uguali.

Il gruppo di cifre ripetute si chiama **periodo**.

L'insieme delle cifre comprese fra la virgola e il periodo si chiama **antiperiodo**.

Esempio

$$\frac{41}{6}=6{,}833333333 \;=\; 6{,}8\overline{3} \qquad 3 \text{ è } \mathit{il\ periodo} \qquad 8 \text{ è } \mathit{l'antiperiodo}$$

Trasformazione di una frazione in numero decimale

Per trasformare una frazione in un numero decimale occorre eseguire la divisione fra numeratore e denominatore.

I casi che si possono presentare sono due.

1. Troviamo, dopo un certo numero di passaggi, un resto uguale a 0. In questo caso il quoziente è un numero decimale finito.
2. Troviamo resti sempre diversi da 0, ma che si ripetono con regolarità. In questo caso le cifre del quoziente, da un certo punto in poi, si ripetono, generando un numero decimale periodico.

Un numero razionale può sempre essere rappresentato da un numero decimale finito o periodico.

Trasformazione di un numero decimale in frazione

Un numero decimale limitato è uguale ad una frazione che ha per numeratore il numero dato preso senza la virgola, e per denominatore il numero 1 seguito da tanti zeri quante sono le cifre decimali.

Esempi

$$3{,}8=\frac{38}{10} \qquad 0{,}0047=\frac{47}{10000} \qquad 37{,}852=\frac{37852}{1000}$$

Trasformazione di un numero decimale periodico in frazione

Un numero decimale illimitato periodico è uguale ad una frazione che ha per numeratore il numero dato preso senza la virgola diminuito del numero che precede il periodo, e come denominatore tanti nove quante sono le cifre del periodo seguiti da tanti zeri quante sono le cifre dell'antiperiodo.

$$\begin{matrix}\text{Numero decimale}\\ \text{illimitato periodico}\end{matrix} = \frac{\begin{pmatrix}\text{numero dato preso}\\ \text{senza la virgola}\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}\text{numero che precede}\\ \text{il periodo}\end{pmatrix}}{\begin{pmatrix}\text{tanti nove quante sono}\\ \text{le cifre del periodo}\end{pmatrix} \textbf{ SEGUITI } \begin{pmatrix}\text{tanti zeri quante sono}\\ \text{le cifre dell'antiperiodo}\end{pmatrix}}$$

Esempi

$$857,\overline{35} = \frac{85735 - 857}{99} \qquad\qquad 29,30\overline{874} = \frac{2930874 - 2930}{99900}$$

Caso particolare

Un caso particolare si ha in presenza di numeri periodi con periodo uguale a 9.

$$0,\bar{9} = \frac{9-0}{9} = \frac{9}{9} = 1\ .$$

$$0,3\bar{9} = \frac{39-3}{90} = \frac{36}{90} = 0,4\ .$$

Sono **uguaglianze strane** !!!

Queste strane uguaglianze motivano la seguente convenzione:

Un numero decimale di periodo 9 si identifica con il numero (intero o decimale finito) che si ottiene aumentando di una unità la cifra che precede il periodo.

I numeri interi possono essere considerati come particolari numeri decimali periodici. Infatti:

$$5,\bar{9} = \frac{59-5}{9} = \frac{54}{9} = 6\ .$$

Concludendo si può dire che:

"A ogni numero razionale corrisponde un numero decimale finito o periodico, e viceversa".

Approssimazione di un numero

Per approssimare un numero per arrotondamento, arrestandosi alla k-esima cifra decimale, occorre considerare la cifra immediatamente successiva (a destra) alla k-esima:

- se essa è minore di 5, si riscrive la k-esima cifra
- se essa è maggiore o uguale a 5, si aumenta di una unità la k-esima cifra

$$6837{,}5299815555 = \begin{cases} 6800 & \textit{approssimato alle centinaia} \\ 6840 & \textit{approssimato alle decine} \\ 6838 & \textit{approssimato alle unità} \\ 6837{,}5 & \textit{approssimato ai decimi} \\ 6837{,}53 & \textit{approssimato ai centesimi} \\ 6837{,}530 & \textit{approssimato ai millesimi} \\ 6837{,}5300 & \textit{approssimato ai decimillesimi} \\ 6837{,}52998 & \textit{approssimato ai centimillesimi} \\ 6837{,}529982 & \textit{approssimato ai milionesimi} \\ 6837{,}5299816 & \textit{approssimato a } 10^{-7} \\ 6837{,}52998156 & \textit{approssimato a } 10^{-8} \\ 6837{,}529981556 & \textit{approssimato a } 10^{-9} \end{cases}$$

Notazione scientifica

La notazione scientifica serve per scrivere numeri molto grandi o molto piccoli in forma ridotta.

La **notazione scientifica** di un numero x è la sua rappresentazione attraverso il prodotto di un numero decimale compreso tra 1 e 10 e di una potenza di 10.

In simboli: $a \cdot 10^n \quad con\ a\ numero\ decimale,\ con\ 1 \leq a < 10 \quad n \in Z$

Esempi

$3{,}5 \cdot 10^{17}$ $\quad 5 \cdot 10^7$ $\quad 7{,}25 \cdot 10^{-23}$ *sono numeri scritti in notazione scientifica*

$0{,}5 \cdot 10^{17}$ $\quad 53{,}4 \cdot 10^7$ $\quad 0{,}2 \cdot 10^8$ *non sono numeri scritti in notazione scientifica, perché:* $0{,}5 < 1 \quad 53{,}4 > 10 \quad 0{,}2 < 1$

Conversione di un numero in notazione scientifica

Per convertire un numero in notazione scientifica occorre:

1. contare il numero n di posti di cui occorre spostare la virgola per ottenere un numero a tale che $1 \leq a < 10$
2. se il numero dato è maggiore o uguale a 1, la sua scrittura è $a \cdot 10^n$;
   se il numero dato è compreso tra 0 e 1, la sua scrittura è $a \cdot 10^{-n}$

Esempi

$350\,000\,000\,000\,000\,000 = 3{,}5 \cdot 10^{17}$ $\qquad 0{,}000\,000\,000\,000\,004 = 4 \cdot 10^{-15}$

Esempio di calcolo

$$(3{,}5 \cdot 10^{17}) \cdot (5 \cdot 10^{-24}) = 3{,}5 \cdot 5 \cdot 10^{17} \cdot 10^{-24} = 17{,}5 \cdot 10^{17+(-24)} = 17{,}5 \cdot 10^{-7} = 1{,}75 \cdot 10^{-6} .$$

$$(3{,}5 \cdot 10^{17}) : (5 \cdot 10^{-24}) = \frac{3{,}5 \cdot 10^{17}}{5 \cdot 10^{-24}} = 0{,}7 \cdot 10^{17-(-24)} = 0{,}7 \cdot 10^{41} = 7 \cdot 10^{40} .$$

Ordine di grandezza di un numero

L'ordine di grandezza di un numero scritto in notazione scientifica $a \cdot 10^n \quad con \quad 1 \leq a < 10$ è:	$10^n \quad se \quad a < 5{,}5$ $10^{n+1} \quad se \quad a \geq 5{,}5$

Esempi

L'ordine di grandezza di $3{,}5 \cdot 10^{17}$ è 10^{17} .

L'ordine di grandezza di $5{,}8 \cdot 10^{17}$ è 10^{18} .

L'ordine di grandezza di $75{,}2 \cdot 10^7$ è 10^9 .

Infatti, occorre prima trasformare il numero dato in notazione scientifica:

$75{,}2 \cdot 10^7 = 7{,}52 \cdot 10^8$

Essendo poi $7{,}52 \geq 5{,}5$, *l'ordine di grandezza è* 10^9 .

L'ordine di grandezza di $75{,}2 \cdot 10^{-7}$ è 10^{-5}

Infatti, occorre prima trasformare il numero dato in notazione scientifica:

$75{,}2 \cdot 10^{-7} = 7{,}52 \cdot 10^{-6}$

Essendo poi $7{,}52 \geq 5{,}5$, *l'ordine di grandezza è* $10^{-6+1} = 10^{-5}$.

Definizioni

Un **rapporto** è un quoziente fra due numeri razionali assoluti a e b, con $b \neq 0$.

Una **proporzione** è un'uguaglianza fra due rapporti.

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ che si può scrivere come $a : b = c : d$ e si legge a sta a b come c sta a d

Esempio

$\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ che si può scrivere come $2 : 3 = 4 : 6$ e si legge 2 sta a 3 come 4 sta a 6

Nella proporzione

$$\underbrace{\overset{\text{antecedente}}{a} : \underbrace{\overset{\text{conseguente}}{b} = \overset{\text{antecedente}}{c}}_{\text{medi}} : \overset{\text{conseguente}}{d}}_{\text{estremi}}$$

Proprietà fondamentale delle proporzioni

In una proporzione il prodotto dei medi è uguale al prodotto degli estremi.	$a : b = c : d$ $a \cdot d = b \cdot c$

Proprietà del comporre

In ogni proporzione, la somma dei primi due termini sta al primo (o al secondo) termine come la somma dei due restanti termini sta al terzo (o quarto) termine.	$a : b = c : d$ $(a+b) : a = (c+d) : c$ $(a+b) : b = (c+d) : d$

Proprietà dello scomporre

In ogni proporzione, la differenza dei primi due termini sta al primo (o al secondo) termine come la differenza dei due restanti termini sta al terzo (o quarto) termine.	$a : b = c : d$ $(a-b) : a = (c-d) : c$ $(a-b) : b = (c-d) : d$

Proprietà del permutare

In ogni proporzione, scambiando tra loro i medi oppure gli estremi si ottiene ancora una proporzione.	$a : b = c : d$ $a : \mathrm{c} = b : d$ $d : b = c : a$ $d : \mathrm{c} = b : a$

Proprietà dell'invertire

In ogni proporzione, scambiando ogni antecedente con il proprio conseguente si ottiene ancora una proporzione	$a : b = c : d$ $b : a = d : c$

Medio proporzionale

Il medio proporzionale x fra due numeri a e b è quel numero, se esiste, per cui vale la proporzione:	$a : x = x : b$

Tale proporzione è detta **proporzione continua**.

Esempio

$2 : x = x : 8$; Applicando la proprietà fondamentale si ha:

$x \cdot x = 2 \cdot 8$; $x^2 = 16$; $x = \sqrt{16} = 4$.

Percentuali

Le percentuali sono un modo diverso per scrivere le frazioni con denominatore 100.

Esempio

Consideriamo la percentuale del 20% .

Essa equivale alla frazione: $20\% = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$.

A volte la percentuale è espressa in millesimi: $2‰$ (si legge «due per mille») .

$$2‰ = \frac{2}{1000} \ .$$