

MOTO RETTILINEO UNIFORMEMENTE ACCELERATO

Esercizi

Problema 1

Un razzo, partendo da fermo, raggiunge dopo 12 s la velocità di 240 m/s ? Qual è la sua accelerazione?

Soluzione

Dalla relazione $v = v_0 + a t$

si ottiene $240 = 0 + a \cdot 12$; $12a = 240$; $a = 20$.

Pertanto l'accelerazione del razzo è $a = 20 \text{ m/s}^2$.

Problema 2

Un'auto accelera costantemente per 10 s con accelerazione a uguale a 4 m/s^2 . Sapendo che la sua velocità iniziale è $v_0 = 6 \text{ m/s}$ determina la sua velocità finale.

Soluzione

La velocità finale dell'auto è data da:

$$v = v_0 + a t = 6 \text{ m/s} + 4 \text{ m/s}^2 \cdot 10 \text{ s} = 6 \text{ m/s} + 40 \text{ m/s} = 46 \text{ m/s}$$

Problema 3

Un'auto viaggia a una velocità di 144 km/h. Quanto tempo impiega a fermarsi se i freni forniscono una decelerazione costante di 5 m/s^2 . Quanto spazio percorre prima di fermarsi?

Soluzione

Innanzitutto $v_0 = 144 \text{ km/h} = (144 : 3,6) \text{ m/s} = 40 \text{ m/s}$

Si tratta di un moto uniformemente decelerato, in cui l'accelerazione è negativa $a = -5 \text{ m/s}^2$, la velocità iniziale è $v_0 = 40 \text{ m/s}$ e la velocità finale è $v = 0$.

Dalla relazione $v = v_0 + a t$

si ottiene $0 = 40 - 5t$; $5t = 40$; $t = 8$.

Pertanto l'auto si ferma in 8 secondi.

Per determinare quanto spazio percorre prima di fermarsi occorre utilizzare la legge oraria:

$$\begin{aligned} s &= s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 = 0 + 40 \text{ m/s} \cdot 8 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot (-5 \text{ m/s}^2) \cdot (8 \text{ s})^2 = \\ &= 320 \text{ m} - 160 \text{ m} = 160 \text{ m} . \end{aligned}$$

Problema 4

Un'auto si muove di moto rettilineo uniformemente accelerato con accelerazione uguale a $a = 5 \text{ m/s}^2$. Sapendo che la sua velocità iniziale è di 10 m/s, qual è la sua velocità dopo 3 s ?

Soluzione

La velocità dopo 3 secondi è:

$$v = v_0 + a t = 10 \text{ m/s} + 5 \text{ m/s}^2 \cdot 3 \text{ s} = 10 \text{ m/s} + 15 \text{ m/s} = 25 \text{ m/s} .$$

Problema 5

Un'automobile parte da ferma con accelerazione costante uguale a 5 m/s^2 .

- Calcola la velocità raggiunta dopo 4 s.
- Calcola quanto tempo è necessario per raggiungere la velocità di 108 km/h .
- Rappresenta con un diagramma velocità-tempo il moto dell'auto.

Soluzione

Innanzitutto $v_0 = 108 \text{ km/h} = (108 : 3,6) \text{ m/s} = 30 \text{ m/s}$

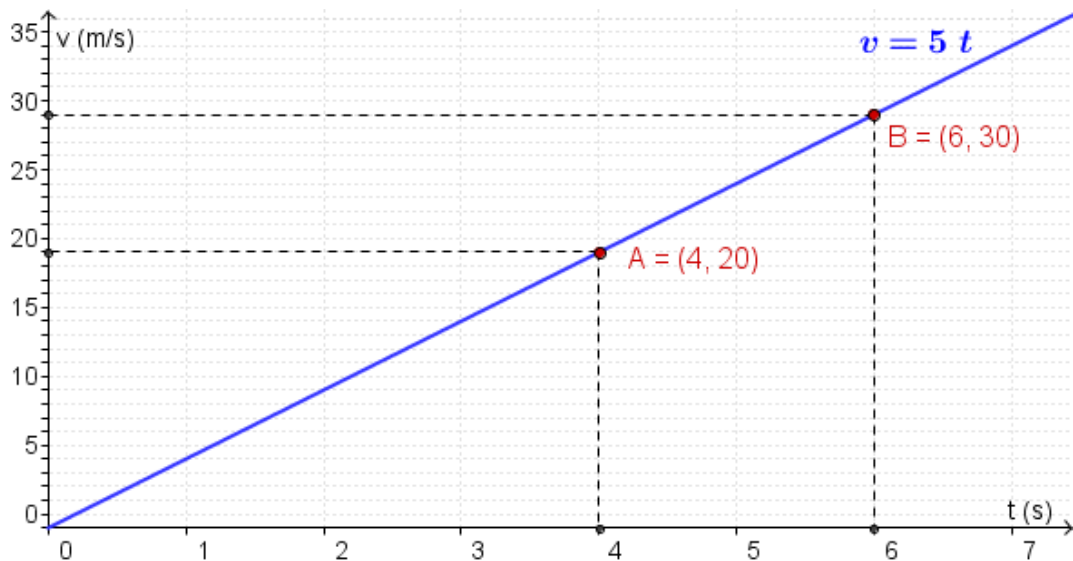
La velocità raggiunta dopo 4 s è $v = v_0 + a t = 0 + 5 \text{ m/s}^2 \cdot 4 \text{ s} = 20 \text{ m/s}$

Dalla relazione $v = v_0 + a t$

si ottiene $30 = 0 + 5t$; $5t = 30$; $t = 6$.

Pertanto l'auto raggiunge la velocità di 108 km/h in 6 secondi.

Il diagramma velocità-tempo del moto dell'auto è il seguente:



Problema 6

Un motociclo, partendo da fermo, raggiunge in 10 s la velocità di 72 km/h ? Qual è la sua accelerazione?

Soluzione

Innanzitutto $v = 72 \text{ km/h} = (72 : 3,6) \text{ m/s} = 20 \text{ m/s}$

Dalla relazione $v = v_0 + a t$

si ottiene $20 = 0 + a \cdot 10$; $10a = 20$; $a = 2$.

Pertanto l'accelerazione del motociclo è $a = 2 \text{ m/s}^2$.

Problema 7

Un'auto da corsa con velocità di 288 km/h rallenta la sua corsa e si ferma in 4 s. Qual è il valore della decelerazione media dell'auto?

Soluzione

Innanzitutto $v_0 = 288 \text{ km/h} = (288 : 3,6) \text{ m/s} = 80 \text{ m/s}$

Si tratta di un moto uniformemente decelerato, in cui la velocità iniziale è $v_0 = 80 \text{ m/s}$ e la velocità finale è $v = 0$.

Dalla relazione $v = v_0 + a t$

si ottiene $0 = 80 + a \cdot 4$; $4a = -80$; $a = -20$.

Pertanto il valore della decelerazione media dell'auto è $a = -20 \text{ m/s}^2$.

Problema 8

Un'auto in 10 s passa da una velocità di 30 m/s a una velocità di 35 m/s. Quanto vale l'accelerazione? Scrivi l'equazione che lega velocità, accelerazione e tempo e rappresentala in un diagramma velocità-tempo.

Soluzione

Dalla relazione $v = v_0 + a t$

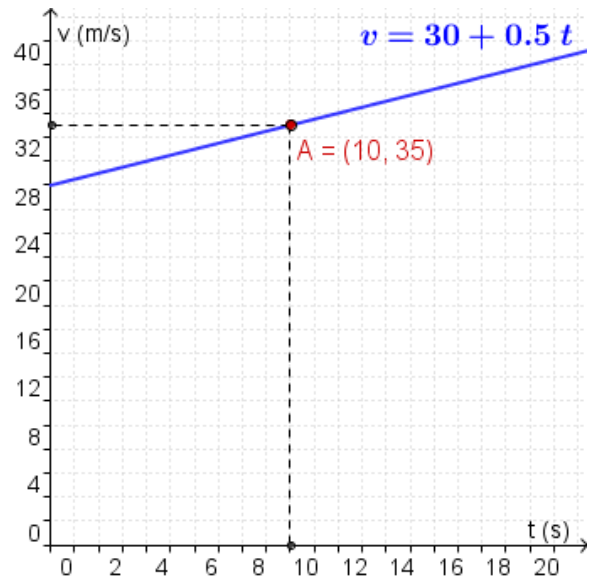
si ottiene $35 = 30 + a \cdot 10$; $10a = 5$; $a = 0,5$.

Pertanto il valore dell'accelerazione è $a = 0,5 \text{ m/s}^2$.

L'equazione della velocità in funzione del tempo è

$$v = 30 + 0,5 t$$

Il diagramma velocità-tempo è il seguente:



Problema 9

Una BMW 330 accelera da 0 a 108 km/h in 6 s, mentre una Mercedes 270 accelera da 10 m/s a 50 m/s in 10 s. Quale delle due auto ha un'accelerazione maggiore? Quale velocità raggiungerebbero, partendo da fermo, in un minuto?

Soluzione

Innanzitutto $v_0 = 108 \text{ km/h} = (108 : 3,6) \text{ m/s} = 30 \text{ m/s}$

Dalla relazione $v = v_0 + a t$

per la BMW si ha: $30 = 0 + a \cdot 6$; $6a = 30$; $a = 5$.

per la Mercedes si ha: $50 = 10 + a \cdot 10$; $10a = 40$; $a = 4$.

Pertanto la BMW ha un'accelerazione maggiore.

La BMW raggiungerebbe la velocità: $v_B = 0 + 5 \text{ m/s}^2 \cdot 60 \text{ s} = 300 \text{ m/s}$.

La Mercedes raggiungerebbe la velocità: $v_M = 0 + 4 \text{ m/s}^2 \cdot 60 \text{ s} = 240 \text{ m/s}$.

Problema 10

Il portiere di una squadra di calcio blocca un pallone che è stato tirato in porta con la velocità di 180 km/h in un intervallo di tempo di 0,4 s. Determina decelerazione media subita dal pallone.

Soluzione

Innanzitutto $v_0 = 180 \text{ km/h} = (180 : 3,6) \text{ m/s} = 50 \text{ m/s}$

Si tratta di un moto uniformemente decelerato, in cui la velocità iniziale è $v_0 = 50 \text{ m/s}$ e la velocità finale è $v = 0$.

Dalla relazione $v = v_0 + a t$

si ottiene $0 = 50 + a \cdot 0,4$; $\frac{4}{10}a = -50$; $4a = -500$; $a = -125$.

Pertanto il valore della decelerazione media subita dal pallone è $a = -125 \text{ m/s}^2$.

Problema 11

Un'auto che viaggia alla velocità di 20 m/s si arresta in 15 s . Determina la decelerazione subita e lo spazio percorso.

Soluzione

Dalla relazione $v = v_0 + a t$

si ricava l'accelerazione $0 = 20 + a \cdot 15$; $15a = -20$; $a \cong -1,33 \text{ m/s}^2$

Lo spazio percorso durante la decelerazione è:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 = 0 + 20 \text{ m/s} \cdot 15 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot (-1,33 \text{ m/s}^2) \cdot (15 \text{ s})^2 = \\ = 0 + 300 \text{ m} - 149,625 \text{ m} \cong 150 \text{ m} .$$

Problema 12

Determina le equazioni relative ai due diagrammi velocità-tempo rappresentati in figura e determina le coordinate del punto di intersezione delle due rette. Che cosa rappresenta tale punto?

Soluzione

Il diagramma azzurro si riferisce al moto di un corpo che ha una velocità iniziale $v_{A0} = 30 \text{ m/s}$ e un'accelerazione $a_A = -2 \text{ m/s}^2$.

Infatti dalla relazione $v = v_0 + a t$ si ha:
 $0 = 30 + a \cdot 15$; $a = -2$.

La legge oraria del moto relativo al diagramma azzurro è:

$$v_A = 30 - 2t .$$

Il diagramma verde si riferisce al moto di un corpo che ha una velocità iniziale $v_{V0} = 0 \text{ m/s}$ e un'accelerazione $a_V = 3 \text{ m/s}^2$.

Infatti dalla relazione $v = v_0 + a t$ si ha:
 $33 = 0 + a \cdot 11$; $a = 3$.

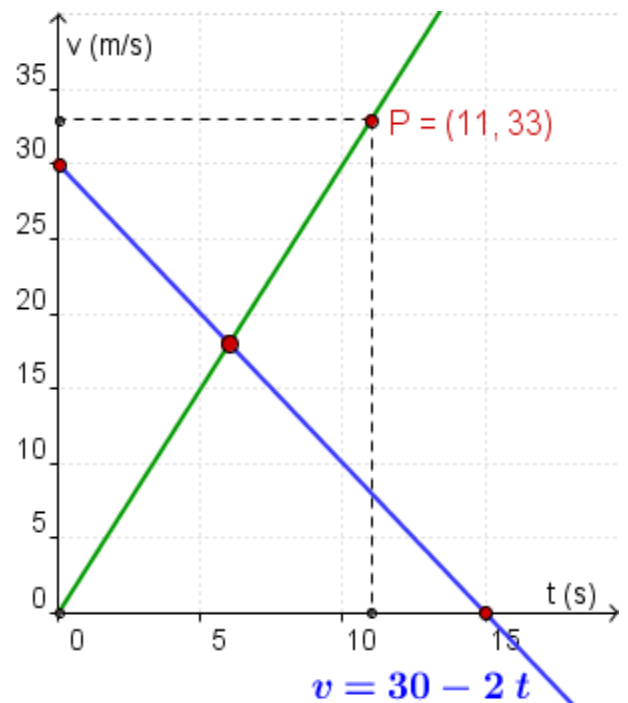
La legge oraria del moto relativo al diagramma verde è:

$$v_V = 3t .$$

Le coordinate del punto di intersezione delle due rette rappresentano l'istante di tempo in cui i due corpi hanno la stessa velocità e il valore di tale velocità.

$$\begin{cases} v_A = 30 - 2t \\ v_V = 3t \end{cases} \quad \text{ponendo } v_A = v_V = v \quad \text{si ha:} \\ \begin{cases} v = 30 - 2t \\ v = 3t \end{cases} \quad \begin{cases} 3t = 30 - 2t \\ - \end{cases} \quad \begin{cases} 5t = 30 \\ - \end{cases} \quad \begin{cases} t = 6 \\ - \end{cases} \quad \begin{cases} t = 6 \\ v = 3t = 3 \cdot 6 = 18 \end{cases}$$

All'istante $t = 6 \text{ s}$ i due corpi hanno la medesima velocità di $v = 18 \text{ m/s}$.



Problema 13

Un'auto si muove alla velocità costante di 80 km/h . Accelera per 10 s e raggiunge la velocità di 140 km/h .

- determina l'accelerazione?
- determina lo spazio percorso durante l'accelerazione?
- determina la corrispondente legge oraria.

Soluzione

Innanzitutto $v_0 = 80 \text{ km/h} = (80 : 3,6) \text{ m/s} = 22,2 \text{ m/s}$

Innanzitutto $v = 140 \text{ km/h} = (140 : 3,6) \text{ m/s} = 38,9 \text{ m/s}$

Dalla relazione $v = v_0 + a t$

si ricava l'accelerazione $38,9 = 22,2 + a \cdot 10$; $10a = 16,7$; $a = 1,67 \cong 1,7 \text{ m/s}^2$

Lo spazio percorso durante l'accelerazione è:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 = 0 + 22,2 \text{ m/s} \cdot 10 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot 1,7 \text{ m/s}^2 \cdot (10 \text{ s})^2 =$$

$$= 0 + 222 \text{ m} + 85 \text{ m} = 307 \text{ m}.$$

La legge oraria è: $s = 22,2 t + 0,85 t^2$

Problema 14

Un motociclo viaggia alla velocità costante di 120 km/h . Quando arriva in prossimità del casello autostradale inizia a frenare. Se la decelerazione massima consentita dai freni è di 3 m/s^2 a quale distanza dal casello autostradale devono essere azionati?

Soluzione

Innanzitutto $v_0 = 120 \text{ km/h} = (120 : 3,6) \text{ m/s} \cong 33,3 \text{ m/s}$.

Dalla relazione $v = v_0 + a t$

si ricava il tempo $0 = 33,3 - 3 \cdot t$; $3 t = 33,3$; $t \cong 11,1 \text{ s}$.

Lo spazio di frenata è:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 = 0 + 33,3 \text{ m/s} \cdot 11,1 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot (-3 \text{ m/s}^2) \cdot (11,1 \text{ s})^2 =$$

$$= 0 + 369,63 \text{ m} - 184,82 \text{ m} = 184,82 \text{ m} \cong 185 \text{ m}.$$

Problema 15

Rappresenta il diagramma velocità-tempo definito dalla seguente equazione: $v = 25 - 4t$.

- determina la velocità iniziale?
- determina l'accelerazione?
- determina la velocità dopo 10 s ?

Soluzione

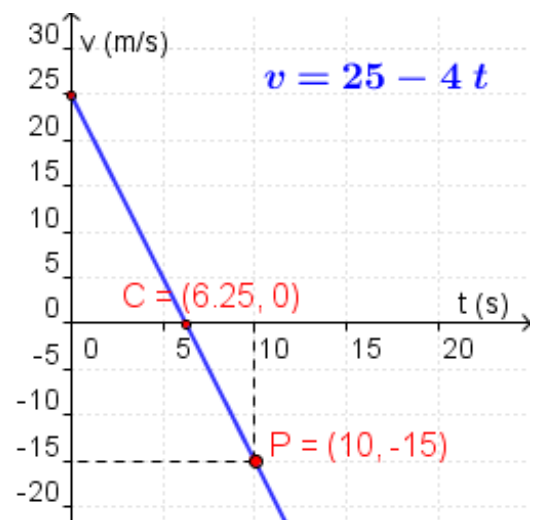
La velocità iniziale è $v = (25 - 4 \cdot 0) \text{ m/s} = 25 \text{ m/s}$.

L'accelerazione è $a = -4 \text{ m/s}^2$.

La velocità dopo 10 s $v = (25 - 4 \cdot 10) \text{ m/s} = -15 \text{ m/s}$.

L'accelerazione negativa indica che il corpo rallenta la sua corsa fino a fermarsi al tempo $t = 6,25$ per poi ripartire nel verso opposto con la stessa accelerazione.

La velocità negativa al tempo $t = 10 \text{ s}$ indica che il corpo ha una velocità con verso opposto a quello della velocità iniziale.



Problema 16

Un'automobile parte da ferma con accelerazione costante uguale a 4 m/s^2 .

- Calcola quanto tempo impiega a percorrere i primi 1250 m .
- Quale velocità raggiunge alla fine dei primi 1250 m ?
- se dopo aver percorso i primi 1250 m , inizia a frenare con decelerazione costante di $2,5 \text{ m/s}^2$, in quanto spazio si ferma?

Soluzione a

Dalla relazione $s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$

si ha: $1250 = 0 + 0t + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot t^2$; $1250 = 2 \cdot t^2$ $t^2 = 625$; $t = \sqrt{625} = 25 \text{ s}$

Soluzione b

La velocità raggiunta alla fine dei primi 1250 m è: $v = v_0 + a t = 0 + 4 \text{ m/s}^2 \cdot 25 \text{ s} = 100 \text{ m/s}$.

Soluzione c

Dalla relazione $v = v_0 + a t$

si ricava il tempo per fermarsi $0 = 100 - 2,5t$; $2,5t = 100$; $t = 40 \text{ s}$

Lo spazio percorso prima di fermarsi è:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 = 0 + 100 \text{ m/s} \cdot 40 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot (-2,5 \text{ m/s}^2) \cdot (40 \text{ s})^2 = \\ = 0 + 4000 \text{ m} - 2000 \text{ m} = 2000 \text{ m}.$$

Problema 17

Un'auto si muove alla velocità costante di 108 km/h . Accelera per 5 s e raggiunge la velocità di 144 km/h .

- determina l'accelerazione?
- determina lo spazio percorso durante l'accelerazione?
- determina la corrispondente legge oraria.

Soluzione

Innanzitutto $v_0 = 108 \text{ km/h} = (108 : 3,6) \text{ m/s} = 30 \text{ m/s}$

Innanzitutto $v = 144 \text{ km/h} = (144 : 3,6) \text{ m/s} = 40 \text{ m/s}$

Dalla relazione $v = v_0 + a t$

si ricava l'accelerazione $40 = 30 + a \cdot 5$; $5a = 10$; $a = 2 \text{ m/s}^2$

Lo spazio percorso durante l'accelerazione è:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 = 0 + 30 \text{ m/s} \cdot 5 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot 2 \text{ m/s}^2 \cdot (5 \text{ s})^2 = \\ = 0 + 150 \text{ m} + 25 \text{ m} = 175 \text{ m}.$$

La legge oraria è: $s = 30t + t^2$

Problema 18

Un'auto viaggia alla velocità di 72 km/h , quando il conducente si accorge di un ostacolo sulla strada e, dopo un tempo di reazione di $0,2 \text{ s}$, comincia a frenare. Supponendo che la decelerazione sia costante durante la frenata e che il mezzo impieghi 12 s per fermarsi:

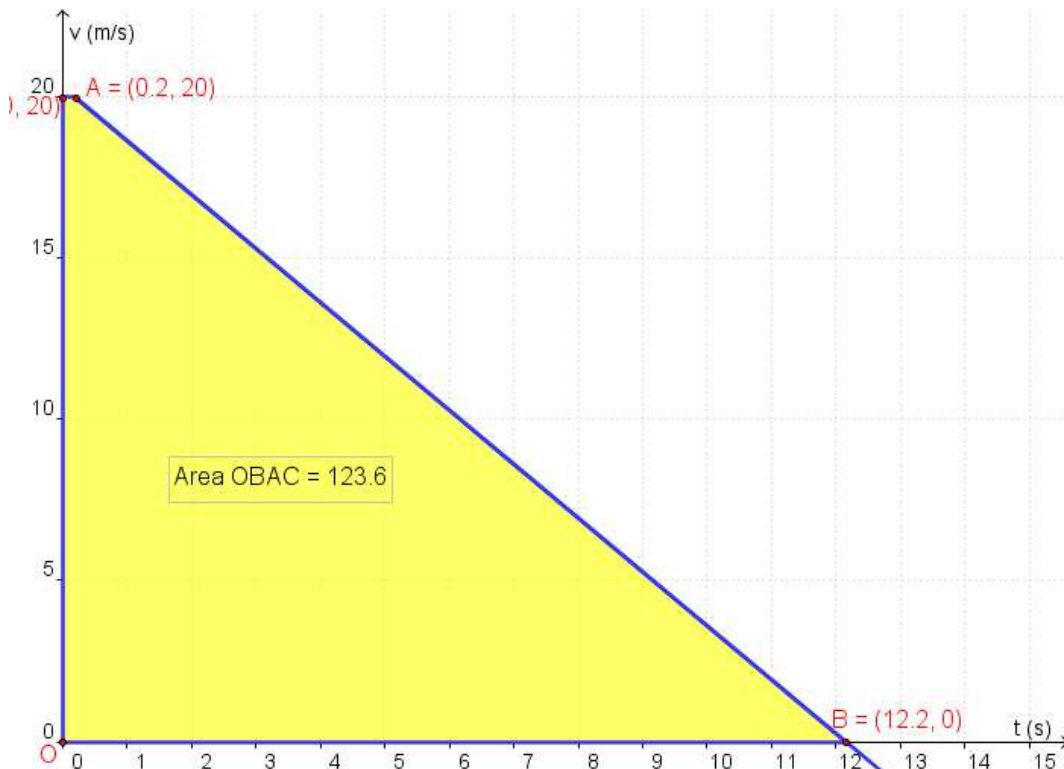
- calcola la decelerazione del mezzo
- rappresenta il corrispondente diagramma velocità-tempo
- calcola lo spazio totale percorso nei $12,2 \text{ s}$, sia graficamente sia algebricamente.

Soluzione

Innanzitutto $v_0 = 72 \text{ km/h} = (72 : 3,6) \text{ m/s} = 20 \text{ m/s}$

Dalla relazione $v = v_0 + a t$

si ricava l'accelerazione $0 = 20 + a \cdot 12$; $12a = -20$; $a \cong -1,67 \text{ m/s}^2$



Lo spazio percorso durante la decelerazione è:

$$s_1 = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 = 0 + 20 \text{ m/s} \cdot 12 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot (-1,67 \text{ m/s}^2) \cdot (12 \text{ s})^2 = \\ = 0 + 240 \text{ m} - 120,24 \text{ m} \cong 120 \text{ m} .$$

Lo spazio percorso durante il tempo di reazione è $s_2 = v t = 20 \text{ m/s} \cdot 0,2 \text{ s} = 4 \text{ m} .$

Lo spazio totale percorso è $s_1 + s_2 = (120 + 4) \text{ m} \cong 124 \text{ m} .$

L'equazione corrispondente al diagramma velocità-tempo del moto è:

$$v = 20 - 1,67 t$$

Graficamente, lo spazio totale percorso è dato dall'area del trapezio

$$s_1 + s_2 = (120 + 4) \text{ m} \cong 124 \text{ m} .$$

Problema 19

Un'auto che viaggia alla velocità di 40 m/s si arresta in 20 s . Determina la decelerazione subita e lo spazio percorso.

Soluzione

Dalla relazione $v = v_0 + a t$

si ricava l'accelerazione $0 = 40 + a \cdot 20$; $20a = -40$; $a = -2 \text{ m/s}^2$

Lo spazio percorso durante la decelerazione è:

$$\begin{aligned} s &= s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 = 0 + 40 \text{ m/s} \cdot 20 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot (-2 \text{ m/s}^2) \cdot (20 \text{ s})^2 = \\ &= 0 + 800 \text{ m} - 400 \text{ m} = 400 \text{ m} . \end{aligned}$$

Problema 20

Una moto viaggia alla velocità costante di 144 km/h . Quando arriva in prossimità del casello autostradale inizia a frenare. Se la decelerazione massima consentita dai freni è di 4 m/s^2 a quale distanza dal casello autostradale devono essere azionati?

Soluzione

Innanzitutto $v_0 = 144 \text{ km/h} = (144 : 3,6) \text{ m/s} \cong 40 \text{ m/s}$.

Dalla relazione $v = v_0 + a t$

si ricava il tempo $0 = 40 - 4 \cdot t$; $4 t = 40$; $t \cong 10 \text{ s}$.

Lo spazio di frenata è:

$$\begin{aligned} s &= s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 = 0 + 40 \text{ m/s} \cdot 10 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot (-4 \text{ m/s}^2) \cdot (10 \text{ s})^2 = \\ &= 0 + 400 \text{ m} - 200 \text{ m} = 200 \text{ m} . \end{aligned}$$

Problema 21

Un'automobile parte da ferma con accelerazione costante uguale a 2 m/s^2 . Calcola lo spazio percorso dall'automobile dopo aver raggiunto la velocità di 32 m/s .

Soluzione

Dalla relazione $v = v_0 + a t$

si ricava il tempo $32 = 0 + 2 t$; $2 t = 32$; $t = 16 \text{ s}$.

Lo spazio percorso dall'automobile è:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 = 0 + 0 + \frac{1}{2} \cdot (2 \text{ m/s}^2) \cdot (16 \text{ s})^2 = 256 \text{ m}$$

Lo spazio percorso dall'automobile può essere calcolato anche con la formula:

$$s = \frac{v^2 - v_0^2}{2 a} = \frac{32^2 - 0^2}{2 \cdot 2 \text{ m/s}^2} = 256 \text{ m} .$$

Problema 22

Un ciclista pedala alla velocità di 36 km/h . Durante gli ultimi 4 s dello sprint finale aumenta la velocità fino a $50,4 \text{ km/h}$. Calcola l'accelerazione media e, nell'ipotesi che l'accelerazione si mantenga costante, lo spazio percorso durante i 4 s finali.

Soluzione

Innanzitutto $v_0 = 36 \text{ km/h} = (36 : 3,6) \text{ m/s} \cong 10 \text{ m/s}$.

Mentre $v = 50,4 \text{ km/h} = (50,4 : 3,6) \text{ m/s} \cong 14 \text{ m/s}$.

Dalla relazione $v = v_0 + a t$

si ricava l'accelerazione $14 = 10 + 4a$; $4a = 4$; $a = 1 \text{ m/s}^2$.

Lo spazio percorso è: $s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 = 0 + 10 \text{ m/s} \cdot 4 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot (1 \text{ m/s}^2) \cdot (4 \text{ s})^2 = 48 \text{ m}$

Problema 23

Un'automobile viaggia alla velocità di 72 km/h . Premendo il pedale dell'acceleratore la velocità aumenta con accelerazione costante fino a 144 km/h . Sapendo che lo spazio percorso durante la fase di accelerazione è 300 m , calcola l'accelerazione e l'intervallo di tempo in cui si è avuta la variazione di velocità.

Soluzione

Innanzitutto $v_0 = 72 \text{ km/h} = (72 : 3,6) \text{ m/s} \cong 20 \text{ m/s}$.

Mentre $v = 144 \text{ km/h} = (144 : 3,6) \text{ m/s} \cong 40 \text{ m/s}$.

Dalla relazione $v = v_0 + a t$

si ricava $40 = 20 + a t$; $a t = 20$; $a = \frac{20}{t} \text{ m/s}^2$.

Lo spazio percorso è: $s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 = 0 + 20 \text{ m/s} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{20}{t}\right) \cdot t^2 = 48 \text{ m}$

Applicando le formule:

$$\begin{cases} v = v_0 + a t \\ s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \end{cases} \quad \begin{cases} 40 = 20 + a t \\ 300 = 0 + 20t + \frac{1}{2} a t^2 \end{cases} \quad \begin{cases} a = \frac{20}{t} \\ 300 = 0 + 20t + \frac{1}{2} \frac{20}{t} t^2 \end{cases}$$
$$\begin{cases} a = \frac{20}{t} \\ 300 = 0 + 20t + 10t \end{cases} \quad \begin{cases} a = \frac{20}{t} \\ 300 = 30t \end{cases} \quad \begin{cases} a = \frac{20}{10} = 2 \\ t = 10 \end{cases}$$

Pertanto l'accelerazione è $a = 2 \text{ m/s}^2$

L'intervallo di tempo in cui si è avuta la variazione di velocità è $t = 10 \text{ s}$.

L'accelerazione può essere calcolata anche con la formula:

$$a = \frac{v^2 - v_0^2}{2 s} = \frac{(40^2 - 20^2) \text{ m}^2/\text{s}^2}{2 \cdot 300 \text{ m}} = a = 2 \text{ m/s}^2.$$