

Equazioni goniometriche

Equazioni goniometriche elementari (I° tipo)

L'equazione goniometrica elementare: $\sin x = m$ ammette soluzioni se: $-1 \leq m \leq 1$

Le soluzioni sono date da:

$$x = \alpha + 2k180^\circ$$
$$x = 180^\circ + \alpha + 2k180^\circ$$

L'equazione goniometrica elementare: $\cos x = n$ ammette soluzioni se: $-1 \leq n \leq 1$

Le soluzioni sono date da:

$$x = \mp \alpha + 2k180^\circ$$

L'equazione goniometrica elementare: $\tan x = p$ ammette soluzioni $\forall p \in R$

Le soluzioni sono date da:

$$x = \alpha + k180^\circ$$

Equazioni goniometriche elementari (II° tipo)

Le soluzioni dell'equazione: $\sin x = \sin y$ sono date da:

$$x - y = 2k180^\circ$$
$$x + y = (2k + 1)180^\circ$$

Le soluzioni dell'equazione: $\cos x = \cos y$ sono date da:

$$x - y = 2k180^\circ$$
$$x + y = 2k180^\circ$$

Le soluzioni dell'equazione: $\tan x = \tan y$ sono date da:

$$x - y = k180^\circ$$

Esercizio 1B.146.75

$$|\operatorname{sen}(x + 60^\circ)| = 1 \quad \begin{cases} \operatorname{sen}(x + 60^\circ) = +1 & x + 60^\circ = 90^\circ + k 360^\circ & x = 30^\circ + k 360^\circ \\ \operatorname{sen}(x + 60^\circ) = -1 & x + 60^\circ = 270^\circ + k 360^\circ & x = 210^\circ + k 360^\circ \end{cases}$$

$x = 30^\circ + k 180^\circ$.

Esercizio 1B.146.76

$$\operatorname{sen}(x - 60^\circ) = \operatorname{sen} 2x \quad \begin{array}{lll} x - 60^\circ = 2x + k 360^\circ & -x = 60 + k 360^\circ & x = -60^\circ + k 360^\circ \\ x - 60^\circ = 180^\circ - 2x + k 360^\circ & 3x = 240 + k 360^\circ & x = 80^\circ + k 120^\circ \end{array}$$

Esercizio 1B.146.77

$$\operatorname{sen}\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \operatorname{sen}\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \quad \begin{array}{ll} 2x - \frac{\pi}{3} = x + \frac{\pi}{6} + 2k\pi & x = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3} + 2k\pi \\ 2x - \frac{\pi}{3} = \pi - \left(x + \frac{\pi}{6}\right) + 2k\pi & 3x = \pi - \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3} + 2k\pi \end{array}$$

$x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \quad x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$
 $3x = \frac{7}{6}\pi + 2k\pi \quad x = \frac{7}{18}\pi + \frac{2}{3}k\pi$

Esercizio 1B.146.80

$$\cos(2x - 15^\circ) = \cos(x + 60^\circ) \quad \begin{array}{lll} 2x - 15^\circ = +(x + 60^\circ) + k360^\circ & x = 75^\circ + k360^\circ & x = 75^\circ + k360^\circ \\ 2x - 15^\circ = -(x + 60^\circ) + k360^\circ & 3x = -45^\circ + k360^\circ & x = -15^\circ + k120^\circ \end{array}$$

Equazioni lineari in seno e coseno

Un'equazione lineare in seno e coseno è un'equazione che, ridotta a forma normale, è del tipo:

$$a \operatorname{sen} x + b \operatorname{cos} x + c = 0$$

Essa può essere trasformata nell'equazione goniometrica fondamentale:

$$A \operatorname{sen}(x + \alpha) + c = 0 \quad \text{con} \quad A = \sqrt{a^2 + b^2} \quad \text{e} \quad \tan \alpha = \frac{b}{a}$$

Dimostrazione

Applicando la formula di addizione all'equazione: $A \operatorname{sen}(x + \alpha) + c = 0$ si ha:

$$A \operatorname{sen} x \cdot \operatorname{cos} \alpha + A \operatorname{cos} x \cdot \operatorname{sen} \alpha + c = 0.$$

Quest'ultima è equivalente alla prima equazione se:
$$\begin{cases} A \operatorname{cos} \alpha = a \\ A \operatorname{sen} \alpha = b \end{cases}$$

elevando ambo i membri al quadrato si ha:
$$\begin{cases} A^2 \operatorname{cos}^2 \alpha = a^2 \\ A^2 \operatorname{sen}^2 \alpha = b^2 \end{cases}$$

e sommando membro a membro si ottiene: $A^2 \operatorname{cos}^2 \alpha + A^2 \operatorname{sen}^2 \alpha = a^2 + b^2$

cioè: $A^2 \cdot (\operatorname{cos}^2 \alpha + \operatorname{sen}^2 \alpha) = a^2 + b^2$; $A^2 = a^2 + b^2$; $A = \sqrt{a^2 + b^2}$.

Mentre dal sistema:
$$\begin{cases} A \operatorname{cos} \alpha = a \\ A \operatorname{sen} \alpha = b \end{cases}$$
 dividendo membro a membro si ottiene: $\frac{A \operatorname{sen} \alpha}{A \operatorname{cos} \alpha} = \frac{b}{a}$ cioè $\tan \alpha = \frac{b}{a}$

Esempio 1

$$\operatorname{sen} x + \sqrt{3} \operatorname{cos} x - 1 = 0;$$

applicando le formule: $A = \sqrt{a^2 + b^2}$ e $\tan \alpha = \frac{b}{a}$

$$A = \sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2} = 2 \quad \text{mentre} \quad \tan \alpha = \sqrt{3}; \quad \alpha = 60^\circ; \quad \Rightarrow$$

$$2 \operatorname{sen}(x + 60) = 1; \quad \operatorname{sen}(x + 60) = \frac{1}{2}$$

$$x + 60 = 30 + 2k180 \quad x = -30 + 2k180$$

$$x + 60 = 180 - 30 + 2k180 \quad x = 90 + 2k180$$

Esempio 2

$$\cos 2x - \sqrt{3} \operatorname{sen} 2x - 1 = 0;$$

$$\sqrt{3} \operatorname{sen} 2x - \cos 2x + 1 = 0$$

applicando le formule: $A = \sqrt{a^2 + b^2}$ e $\tan \alpha = \frac{b}{a}$

$$A = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + (-1)^2} = 2 \quad \text{mentre} \quad \tan \alpha = -\frac{1}{\sqrt{3}}; \quad \alpha = -30^\circ; \quad \Rightarrow$$

$$2 \operatorname{sen}(2x - 30) = -1; \quad \operatorname{sen}(2x - 30) = -\frac{1}{2}$$

$$2x - 30 = -30 + 2k180$$

$$x = k180$$

$$x = k180$$

$$2x - 30 = 180 - (-30) + 2k180$$

$$2x = 240 + 2k180$$

$$x = 120 + k180$$

Esempio 3

$$1,12 \operatorname{sen} x + 0,97 \cos x - 0,53 = 0;$$

applicando le formule: $A = \sqrt{a^2 + b^2}$ e $\tan \alpha = \frac{b}{a}$ si ha:

$$A = \sqrt{1,12^2 + 0,97^2} = \sqrt{1,2544 + 0,9409} = \sqrt{2,1953} = 1,48 \quad \text{mentre} \quad \tan \alpha = \frac{0,97}{1,12} = 0,87; \quad \alpha = 40,89^\circ$$

$$\Rightarrow 1,48 \cdot \operatorname{sen}(x + 40,89) - 0,53 = 0; \quad \operatorname{sen}(x + 40,89) = \frac{0,53}{1,48}; \quad \operatorname{sen}(x + 40,89) = 0,36;$$

$$x + 40,89 = 21 + 2k180$$

$$x = -19,89 + 2k180$$

$$x + 40,89 = 180 - 21 + 2k180$$

$$x = 118,11 + 2k180$$

Esercizio 1B.150.181

$$\sin x - \cos x + 1 = 0;$$

applicando le formule: $A = \sqrt{a^2 + b^2}$ e $\tan \alpha = \frac{b}{a}$

$$A = \sqrt{1^2 + (-1)^2} = \sqrt{2} \quad \text{mentre} \quad \tan \alpha = -1; \quad \alpha = -45^\circ; \quad \Rightarrow$$

$$\sqrt{2} \sin(x - 45) = -1; \quad \sin(x - 45) = -\frac{1}{\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\begin{aligned} x - 45 &= -45 + 2k180 & x &= 2k180 \\ x - 45 &= 180 - (-45) + 2k180 & x &= 270 + 2k180 \end{aligned}$$

Esercizio 1B.150.182

$$\sqrt{3} \cos\left(\frac{3}{2}\pi + x\right) + \cos(x - \pi) = 2;$$

Innanzitutto occorre trasformarla in una equazione lineare in seno e coseno:

$$\begin{aligned} \sqrt{3} \cos(270 + x) + \cos(x - 180) &= 2; & \sqrt{3} \sin x + \cos(180 - x) &= 2; & \sqrt{3} \sin x + \cos(180 - x) &= 2; \\ \sqrt{3} \sin x - \cos x &= 2. \end{aligned}$$

applicando le formule: $A = \sqrt{a^2 + b^2}$ e $\tan \alpha = \frac{b}{a}$

$$A = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + (-1)^2} = 2 \quad \text{mentre} \quad \tan \alpha = -\frac{1}{\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{3}; \quad \alpha = -30^\circ; \quad \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} 2 \sin(x - 30) &= 2; & \sin(x - 30) &= 1; \\ x - 30 &= 90 + 2k180; & x &= 120 + 2k180. \end{aligned}$$

Esercizio 1B.150.184

$$\cos x + \sin x + 2 = 0;$$

$$\sin x + \cos x + 2 = 0;$$

applicando le formule: $A = \sqrt{a^2 + b^2}$ e $\tan \alpha = \frac{b}{a}$

$$A = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2} \quad \text{mentre} \quad \tan \alpha = 1; \quad \alpha = 45^\circ; \quad \Rightarrow$$

$$\sqrt{2} \sin(x + 45) = -2; \quad \sin(x + 45) = -\frac{2}{\sqrt{2}} = -\frac{2\sqrt{2}}{2} = -\sqrt{2};$$

Equazione impossibile poiché: $-1 \leq \sin x \leq +1$ mentre $-\sqrt{2} < -1$.

Esercizio 1B.150.187

$$\cos\left(\frac{\pi}{3} - 3x\right) - \sqrt{3}\sin\left(\frac{\pi}{3} - 3x\right) = 1;$$

$$\sqrt{3}\sin(60 - 3x) - \cos(60 - 3x) = -1;$$

applicando le formule: $A = \sqrt{a^2 + b^2}$ e $\tan \alpha = \frac{b}{a}$

$$A = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1^2} = 2 \quad \text{mentre} \quad \tan \alpha = -\frac{1}{\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{3}; \quad \alpha = -30^\circ; \quad \Rightarrow$$

$$2 \cdot \sin(60 - 3x - 30) = -1; \quad \sin(30 - 3x) = -\frac{1}{2}$$

$$30 - 3x = -30 + 2k180 \quad -3x = -60 + 2k180 \quad x = 20 + k120$$

$$30 - 3x = 180 - (-30) + 2k180 \quad -3x = 180 + 2k180 \quad x = -60 + k120$$

Esercizio 1B.150.188

$$\sqrt{3}\cos\left(\frac{\pi}{4} - 4x\right) + \sin\left(\frac{\pi}{4} - 4x\right) = 1;$$

$$\sin(45 - 4x) + \sqrt{3}\cos(45 - 4x) = 1;$$

applicando le formule: $A = \sqrt{a^2 + b^2}$ e $\tan \alpha = \frac{b}{a}$

$$A = \sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2} = 2 \quad \text{mentre} \quad \tan \alpha = \sqrt{3}; \quad \alpha = 60^\circ; \quad \Rightarrow$$

$$2\sin(45 - 4x + 60) = 1; \quad \sin(105 - 4x) = \frac{1}{2};$$

$$105 - 4x = 30 + 2k180 \quad -4x = -75 + 2k180 \quad x = \frac{75}{4} + k90$$

$$105 - 4x = 180 - 30 + 2k180 \quad -4x = 45 + 2k180 \quad x = -\frac{45}{4} + k90$$

Esercizio 1B.150.189

$$\cos\left(\frac{5}{6}\pi - x\right) + \sin x - \sqrt{3}\cos x = 0;$$

Innanzitutto occorre trasformarla in una equazione lineare in seno e coseno:

$$\cos(150 - x) + \sin x - \sqrt{3}\cos x = 0;$$

$$\cos 150 \cdot \cos x + \sin 150 \cdot \sin x + \sin x - \sqrt{3}\cos x = 0;$$

$$-\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x + \frac{1}{2} \cdot \sin x + \sin x - \sqrt{3}\cos x = 0; \quad \frac{3}{2}\sin x - \frac{3\sqrt{3}}{2}\cos x = 0;$$

$$\sin x - \sqrt{3}\cos x = 0; \quad \text{e quindi applicare le formule: } A = \sqrt{a^2 + b^2} \quad \text{e} \quad \tan \alpha = \frac{b}{a}$$

$$A = \sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2} = 2 \quad \text{mentre} \quad \tan \alpha = -\sqrt{3}; \quad \alpha = -60^\circ; \quad \Rightarrow$$

$$2 \cdot \sin(x - 60) = 0; \quad \sin(x - 60) = 0; \quad x - 60 = k 180; \quad x = 60 + k 180.$$

Esercizio 1B.150.190

$$\cos\left(\frac{2}{3}\pi + x\right) + 4 \cos x - 1 = 0;$$

Metodo 1

Innanzitutto occorre trasformarla in una equazione lineare in seno e coseno:

$$\cos(120 + x) + 4 \cos x - 1 = 0; \quad \cos 120 \cdot \cos x - \sin 120 \cdot \sin x + 4 \cos x - 1 = 0;$$

$$-\frac{1}{2} \cdot \cos x - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sin x + 4 \cos x - 1 = 0; \quad -\cos x - \sqrt{3} \sin x + 8 \cos x - 2 = 0;$$

$$\sqrt{3} \sin x - 7 \cos x + 2 = 0; \quad \text{e quindi applicare le formule parametriche razionali:}$$

$$\sqrt{3} \cdot \frac{2 \tan \frac{x}{2}}{1 + \tan^2 \frac{x}{2}} - 7 \cdot \frac{1 - \tan^2 \frac{x}{2}}{1 + \tan^2 \frac{x}{2}} + 2 = 0; \quad 2\sqrt{3} \tan \frac{x}{2} - 7 + 7 \tan^2 \frac{x}{2} + 2 + 2 \tan^2 \frac{x}{2} = 0;$$

$$9 \tan^2 \frac{x}{2} + 2\sqrt{3} \tan \frac{x}{2} - 5 = 0;$$

$$\tan \frac{x}{2} = \frac{-\sqrt{3} \mp \sqrt{3+45}}{9} = \frac{-\sqrt{3} \mp \sqrt{48}}{9} = \frac{-\sqrt{3} \mp 4\sqrt{3}}{9} = \begin{cases} = \frac{-\sqrt{3} - 4\sqrt{3}}{9} = -\frac{5}{9}\sqrt{3} \\ = \frac{-\sqrt{3} + 4\sqrt{3}}{9} = \frac{\sqrt{3}}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{x}{2} = \arctan\left(-\frac{5}{9}\sqrt{3}\right) + k 180 \\ \frac{x}{2} = 30 + k 180 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 2 \arctan\left(-\frac{5}{9}\sqrt{3}\right) + 2 k 180 \\ x = 60 + 2 k 180 \end{cases}$$

Metodo 2

Innanzitutto occorre trasformarla in una equazione lineare in seno e coseno:

$$\cos(120 + x) + 4 \cos x - 1 = 0; \quad \cos 120 \cdot \cos x - \sin 120 \cdot \sin x + 4 \cos x - 1 = 0;$$

$$-\frac{1}{2} \cdot \cos x - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sin x + 4 \cos x - 1 = 0; \quad -\cos x - \sqrt{3} \sin x + 8 \cos x - 2 = 0;$$

$$\sqrt{3} \sin x - 7 \cos x + 2 = 0; \quad \text{e quindi applicare le formule: } A = \sqrt{a^2 + b^2} \quad \text{e} \quad \tan \alpha = \frac{b}{a}$$

$$A = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + (-7)^2} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}; \quad \text{mentre} \quad \tan \alpha = -\frac{7}{\sqrt{3}}; \quad \alpha = \arctan\left(-\frac{7}{\sqrt{3}}\right) = -76,10^\circ; \quad \Rightarrow$$

$$2\sqrt{13} \cdot \sin(x - 76,10) + 2 = 0; \quad \sin(x - 76,10) = -\frac{1}{\sqrt{13}}; \quad \sin(x - 76,10) = -0,277;$$

$$x - 76,10 = -16,10 + 2 k 180 \quad x = 60 + 2 k 180$$

$$x - 76,10 = 180 - (-16,10) + 2 k 180 \quad x = 272,20 + 2 k 180$$

Esercizio 1B.150.191

$$\sqrt{3} \cos\left(\frac{7}{6}\pi - x\right) + \operatorname{sen}\left(\frac{11}{6}\pi - x\right) + 2 = 0;$$

Innanzitutto occorre trasformarla in una equazione lineare in seno e coseno:

$$\sqrt{3} \cos(210 - x) + \operatorname{sen}(330 - x) + 2 = 0;$$

$$\sqrt{3} \cdot (\cos 210 \cdot \cos x + \operatorname{sen} 210 \cdot \operatorname{sen} x) + \operatorname{sen} 330 \cdot \cos x - \cos 330 \cdot \operatorname{sen} x + 2 = 0;$$

$$\sqrt{3} \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \cos x - \frac{1}{2} \cdot \operatorname{sen} x\right) - \frac{1}{2} \cdot \cos x - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \operatorname{sen} x + 2 = 0;$$

$$-\frac{3}{2} \cdot \cos x - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \operatorname{sen} x - \frac{1}{2} \cdot \cos x - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \operatorname{sen} x + 2 = 0;$$

$$\sqrt{3} \operatorname{sen} x + 2 \cos x - 2 = 0; \quad \text{e quindi applicare le formule: } A = \sqrt{a^2 + b^2} \quad \text{e} \quad \tan \alpha = \frac{b}{a}$$

$$A = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 2^2} = \sqrt{7} \quad \text{mentre} \quad \tan \alpha = \frac{2}{\sqrt{3}}; \quad \alpha = \arctan\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right) = 49,11^\circ; \quad \Rightarrow$$

$$\sqrt{7} \cdot \operatorname{sen}(x + 49,11) - 2 = 0; \quad \operatorname{sen}(x + 49,11) = \frac{2}{\sqrt{7}}; \quad \operatorname{sen}(x + 49,11) = 0,76;$$

$$x + 49,11 = 49,11 + 2k180 \quad x = 2k180$$

$$x + 49,11 = 180 - 49,11 + 2k180 \quad x = 81,78 + 2k180$$

Equazioni goniometriche omogenee

Un'equazione omogenea in seno e coseno è un'equazione che, ridotta a forma normale, è del tipo:

$$a \operatorname{sen}^2 x + b \operatorname{sen} x \cdot \operatorname{cos} x + c \operatorname{cos}^2 x = 0$$

Essa si trasforma in un'equazione lineare mediante le formule:

$$\operatorname{sen}^2 x = \frac{1 - \operatorname{cos} 2x}{2}$$

$$\operatorname{sen} x \cdot \operatorname{cos} x = \frac{1}{2} \operatorname{sen} 2x$$

$$\operatorname{cos}^2 x = \frac{1 + \operatorname{cos} 2x}{2}$$

Esercizio 1B.151.198

$$\operatorname{sen} x - \sqrt{3} \cos x = 0;$$

Poiché i valori $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ non sono soluzioni, si divide per $\cos x \neq 0$ e si ottiene:

$$\tan x - \sqrt{3} = 0; \quad \tan x = \sqrt{3}; \quad x = 60 + k 180.$$

Esercizio 1B.151.199

$$\operatorname{sen}(x + \alpha) - \cos(x + \alpha) = 0;$$

Poiché i valori $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ non sono soluzioni, si divide per $\cos x \neq 0$ e si ottiene:

$$\tan(x + \alpha) - 1 = 0; \quad \tan(x + \alpha) = 1; \quad x + \alpha = 45 + k 180; \quad x = -\alpha + 45 + k 180.$$

Esercizio 1B.151.200

$$\operatorname{sen}^2 x - 3 \cos^2 x = 0;$$

Poiché i valori $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ non sono soluzioni, si divide per $\cos^2 x \neq 0$ e si ottiene:

$$\tan^2 x - 3 = 0; \quad \left\{ \begin{array}{l} \tan x = -\sqrt{3}; \quad x = -60 + k 180 \\ \tan x = +\sqrt{3}; \quad x = +60 + k 180 \end{array} \right.$$

Esercizio 1B.151.201

$$\operatorname{sen}^2 x + (\sqrt{3} - 1) \operatorname{sen} x \cdot \cos x - \sqrt{3} \cos^2 x = 0;$$

Poiché i valori $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ non sono soluzioni, si divide per $\cos^2 x \neq 0$ e si ottiene:

$$\tan^2 x + (\sqrt{3} - 1) \tan x - \sqrt{3} = 0;$$

$$\begin{aligned} \tan x &= \frac{-\sqrt{3} + 1 \mp \sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2 + 4\sqrt{3}}}{2} = \frac{-\sqrt{3} + 1 \mp \sqrt{3 + 1 - 2\sqrt{3} + 4\sqrt{3}}}{2} = \frac{-\sqrt{3} + 1 \mp \sqrt{3 + 1 + 2\sqrt{3}}}{2} = \\ &= \frac{-\sqrt{3} + 1 \mp \sqrt{(\sqrt{3} + 1)^2}}{2} = \frac{-\sqrt{3} + 1 \mp (\sqrt{3} + 1)}{2} = \left\{ \begin{array}{l} = \frac{-\sqrt{3} + 1 - \sqrt{3} - 1}{2} = \frac{-2\sqrt{3}}{2} = -\sqrt{3} \\ = \frac{-\sqrt{3} + 1 + \sqrt{3} + 1}{2} = \frac{2}{2} = 1 \end{array} \right. \end{aligned}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \tan x = -\sqrt{3}; \quad x = -60 + k 180 \\ \tan x = 1; \quad x = 45 + k 180 \end{array} \right.$$

Esercizio 1B.151.202

$$2\sin x \cdot \cos x + \sin^2 x = 0;$$

Poiché i valori $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ non sono soluzioni, si divide per $\cos^2 x \neq 0$ e si ottiene:

$$2 \tan x + \tan^2 x = 0; \quad \tan x \cdot (2 + \tan x) = 0; \quad \begin{cases} \tan x = 0 & x = k 180 \\ \tan x = -2 & x = \arctan(-2) + k 180 \end{cases}$$

Esercizio 1B.151.203

$$2\sqrt{2} \sin x \cdot \cos x + 1 = 0;$$

Moltiplicando 1 per $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ si ottiene:

$$2\sqrt{2} \sin x \cdot \cos x + 1 \cdot (\cos^2 x + \sin^2 x) = 0$$

Poiché i valori $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ non sono soluzioni, si divide per $\cos^2 x \neq 0$ e si ottiene:

$$2\sqrt{2} \tan x + \tan^2 x + 1 = 0; \quad \tan^2 x + 2\sqrt{2} \tan x + 1 = 0;$$
$$\tan x = -\sqrt{2} \mp \sqrt{(\sqrt{2})^2 - 1} = -\sqrt{2} \mp 1 \quad \begin{cases} = -\sqrt{2} - 1 & x = -67,5 + k 180 \\ = -\sqrt{2} + 1 & x = -22,5 + k 180 \end{cases}$$

Esercizio 1B.151.204

$$2\sqrt{3} \sin^2 x - 3 \sin x \cdot \cos x + 3 \cos^2 x - \sqrt{3} = 0;$$

Moltiplicando $\sqrt{3}$ per $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ si ottiene:

$$2\sqrt{3} \sin^2 x - 3 \sin x \cdot \cos x + 3 \cos^2 x - \sqrt{3} \cdot (\cos^2 x + \sin^2 x) = 0;$$

$$2\sqrt{3} \sin^2 x - 3 \sin x \cdot \cos x + 3 \cos^2 x - \sqrt{3} \cos^2 x - \sqrt{3} \sin^2 x = 0;$$

$$\sqrt{3} \sin^2 x - 3 \sin x \cdot \cos x + (3 - \sqrt{3}) \cos^2 x = 0;$$

Poiché i valori $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ non sono soluzioni, si divide per $\cos^2 x \neq 0$ e si ottiene:

$$\sqrt{3} \tan^2 x - 3 \tan x + (3 - \sqrt{3}) = 0;$$

$$\tan x = \frac{3 \mp \sqrt{(-3)^2 - 4\sqrt{3} \cdot (3 - \sqrt{3})}}{2\sqrt{3}} = \frac{3 \mp \sqrt{9 - 12\sqrt{3} + 12}}{2\sqrt{3}} = \frac{3 \mp \sqrt{(3 - 2\sqrt{3})^2}}{2\sqrt{3}} = \frac{3 \mp (3 - 2\sqrt{3})}{2\sqrt{3}} =$$

$$\begin{cases} = \frac{3 - 3 + 2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = 1 & x = 45 + k 180 \end{cases}$$

$$\begin{cases} = \frac{3 + 3 - 2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = \frac{6 - 2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = \frac{3 - \sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{3 - \sqrt{3}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3} - 3}{3} = \sqrt{3} - 1 & x = \arctan(\sqrt{3} - 1) + k 180 \end{cases}$$

Esercizio 1B.151.205

$$5 \operatorname{sen}^2 x - \sqrt{3} \operatorname{sen} 2x - \cos^2 x = 2;$$

Moltiplicando il 2 per $\cos^2 x + \operatorname{sen}^2 x = 1$ si ottiene:

$$5 \operatorname{sen}^2 x - \sqrt{3} \cdot 2 \operatorname{sen} x \cdot \cos x - \cos^2 x = 2 \cdot (\cos^2 x + \operatorname{sen}^2 x);$$

$$5 \operatorname{sen}^2 x - 2\sqrt{3} \operatorname{sen} x \cdot \cos x - \cos^2 x - 2 \cos^2 x - 2 \operatorname{sen}^2 x = 0;$$

$$3 \operatorname{sen}^2 x - 2\sqrt{3} \operatorname{sen} x \cdot \cos x - 3 \cos^2 x = 0;$$

Poiché i valori $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ non sono soluzioni, si divide per $\cos^2 x \neq 0$ e si ottiene:

$$3 \tan^2 x - 2\sqrt{3} \tan x - 3 = 0;$$

$$\tan x = \frac{\sqrt{3} \mp \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 9}}{3} = \frac{\sqrt{3} \mp \sqrt{12}}{3} = \frac{\sqrt{3} \mp 2\sqrt{3}}{3} = \begin{cases} \frac{\sqrt{3} - 2\sqrt{3}}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{3} & x = -30 + k 180 \\ \frac{\sqrt{3} + 2\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3} & x = 60 + k 180 \end{cases}$$

Esercizio 1B.152.231

$$\cos\left(3x - \frac{\pi}{3}\right) + \operatorname{sen}\left(\frac{5}{6}\pi - 3x\right) + 1 = 0$$

$$\cos(3x - 60^\circ) + \operatorname{sen}(150^\circ - 3x) + 1 = 0$$

$$\cos 3x \cdot \cos 60^\circ + \operatorname{sen} 3x \cdot \operatorname{sen} 60^\circ + \operatorname{sen} 150^\circ \cdot \cos 3x - \cos 150^\circ \cdot \operatorname{sen} 3x + 1 = 0;$$

$$\frac{1}{2} \cos 3x + \frac{\sqrt{3}}{2} \operatorname{sen} 3x + \frac{1}{2} \cos 3x + \frac{\sqrt{3}}{2} \operatorname{sen} 3x + 1 = 0;$$

$$\sqrt{3} \operatorname{sen} 3x + \cos 3x + 1 = 0;$$

$$A = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1^2} = 2; \quad \tan \gamma = \frac{1}{\sqrt{3}}; \quad \gamma = 30^\circ$$

Pertanto l'equazione si trasforma nell'equazione fondamentale:

$$2 \operatorname{sen}(3x + 30^\circ) + 1 = 0; \quad \operatorname{sen}(3x + 30^\circ) = -\frac{1}{2};$$

$$3x + 30^\circ = -30^\circ + 2k 180 \quad 3x = -60^\circ + 2k 180 \quad x = -20^\circ + \frac{2}{3}k 180$$

$$3x + 30^\circ = (180^\circ + 30^\circ) + 2k 180 \quad 3x = 180^\circ + 2k 180 \quad x = 60^\circ + \frac{2}{3}k 180$$

Esercizio 1B.152.232

$$\operatorname{sen}\left(x + \frac{2}{3}\pi\right) + \cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right) - \operatorname{sen} x - 1 = 0$$

$$\operatorname{sen}(x + 120^\circ) + \cos(30^\circ - x) - \operatorname{sen} x - 1 = 0;$$

$$\operatorname{sen} x \cdot \cos 120^\circ + \cos x \cdot \operatorname{sen} 120^\circ + \cos 30^\circ \cdot \cos x + \operatorname{sen} 30^\circ \cdot \operatorname{sen} x - \operatorname{sen} x - 1 = 0;$$

$$-\frac{1}{2} \cdot \operatorname{sen} x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \cos x + \frac{1}{2} \cdot \operatorname{sen} x - \operatorname{sen} x - 1 = 0;$$

$$-\operatorname{sen} x + \sqrt{3} \cos x - 1 = 0; \quad \operatorname{sen} x - \sqrt{3} \cos x + 1 = 0;$$

$$A = \sqrt{1^2 + (-\sqrt{3})^2} = 2; \quad \tan \gamma = -\sqrt{3}; \quad \gamma = -60^\circ$$

Pertanto l'equazione si trasforma nell'equazione fondamentale:

$$2\operatorname{sen}(x - 60^\circ) + 1 = 0; \quad \operatorname{sen}(x - 60^\circ) = -\frac{1}{2};$$

$$x - 60^\circ = -30^\circ + 2k180 \quad x = 30^\circ + 2k180$$

$$x - 60^\circ = (180^\circ + 30^\circ) + 2k180 \quad x = 270^\circ + 2k180$$

Esercizio 1B.152.234

$$\operatorname{sen} x \cdot (\tan x - 1) = \sqrt{3} \cdot (\operatorname{sen} x - \cos x)$$

$$\operatorname{sen} x \cdot \left(\frac{\operatorname{sen} x}{\cos x} - 1 \right) = \sqrt{3} \operatorname{sen} x - \sqrt{3} \cos x; \quad \frac{\operatorname{sen}^2 x}{\cos x} - \operatorname{sen} x - \sqrt{3} \operatorname{sen} x + \sqrt{3} \cos x = 0;$$

$$\operatorname{sen}^2 x - (1 + \sqrt{3}) \operatorname{sen} x \cdot \cos x + \sqrt{3} \cos^2 x = 0; \quad \text{Applicando le formule di bisezione si ottiene:}$$

$$\frac{1 - \cos 2x}{2} - (1 + \sqrt{3}) \frac{1}{2} \operatorname{sen} 2x + \sqrt{3} \frac{1 + \cos 2x}{2} = 0; \quad 1 - \cos 2x - (1 + \sqrt{3}) \operatorname{sen} 2x + \sqrt{3} \cdot (1 + \cos 2x) = 0;$$

$$1 - \cos 2x - (1 + \sqrt{3}) \operatorname{sen} 2x + \sqrt{3} + \sqrt{3} \cos 2x = 0; \quad -(1 + \sqrt{3}) \operatorname{sen} 2x + (\sqrt{3} - 1) \cos 2x + 1 + \sqrt{3} = 0;$$

$$(1 + \sqrt{3}) \operatorname{sen} 2x + (1 - \sqrt{3}) \cos 2x - 1 - \sqrt{3} = 0;$$

$$A = \sqrt{(1 + \sqrt{3})^2 + (1 - \sqrt{3})^2} = \sqrt{1 + 3 + 2\sqrt{3} + 1 + 3 - 2\sqrt{3}} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$\tan \gamma = \frac{1 - \sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}} = \frac{1 - \sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}} \cdot \frac{1 - \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}} = \frac{1 + 3 - 2\sqrt{3}}{1 - 3} = \frac{4 - 2\sqrt{3}}{-2} = \sqrt{3} - 2; \quad \gamma = -15^\circ$$

Pertanto l'equazione si trasforma nell'equazione fondamentale:

$$2\sqrt{2} \operatorname{sen}(2x - 15^\circ) = 1 + \sqrt{3}; \quad \operatorname{sen}(2x - 15^\circ) = \frac{1 + \sqrt{3}}{2\sqrt{2}} = \frac{1 + \sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4};$$

$$2x - 15^\circ = 75^\circ + 2k180 \quad 2x = 90^\circ + 2k180 \quad x = 45^\circ + k180$$

$$2x - 15^\circ = (180^\circ - 75^\circ) + 2k180 \quad 2x = 120^\circ + 2k180 \quad x = 60^\circ + k180$$

Esercizio 1B.153.242

$$3 \operatorname{sen}^2 2x - \sqrt{3} \operatorname{sen} 2x \cdot \cos 2x + 2 \cos^2 2x - 3 = 0;$$

Applicando le formule di bisezione si ottiene:

$$3 \cdot \frac{1 - \cos 4x}{2} - \sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} \operatorname{sen} 4x + 2 \cdot \frac{1 + \cos 4x}{2} - 3 = 0;$$

$$3 - 3 \cos 4x - \sqrt{3} \operatorname{sen} 4x + 2 + 2 \cos 4x - 6 = 0; \quad \sqrt{3} \operatorname{sen} 4x + \cos 4x + 1 = 0;$$

$$A = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1^2} = 2; \quad \tan \gamma = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}; \quad \gamma = 30^\circ$$

Pertanto l'equazione si trasforma nell'equazione fondamentale:

$$2 \operatorname{sen}(4x + 30^\circ) + 1 = 0; \quad \operatorname{sen}(4x + 30^\circ) = -\frac{1}{2}$$

$$4x + 30^\circ = -30^\circ + 2k 180 \quad 4x = -60^\circ + 2k 180 \quad x = -15^\circ + k 90$$

$$4x + 30^\circ = 180^\circ + 30^\circ + 2k 180 \quad 4x = 180^\circ + 2k 180 \quad x = 45^\circ + k 90$$

Esercizio 1B.153.243

$$\tan(60 + x) = \tan(60 - x) + 4;$$

$$\frac{\tan 60 + \tan x}{1 - \tan 60 \cdot \tan x} = \frac{\tan 60 - \tan x}{1 + \tan 60 \cdot \tan x} + 4; \quad \frac{\sqrt{3} + \tan x}{1 - \sqrt{3} \cdot \tan x} = \frac{\sqrt{3} - \tan x}{1 + \sqrt{3} \cdot \tan x} + 4;$$

$$(\sqrt{3} + \tan x) \cdot (1 + \sqrt{3} \cdot \tan x) = (1 - \sqrt{3} \tan x) \cdot (\sqrt{3} - \tan x) + 4 \cdot (1 - 3 \tan^2 x);$$

$$\sqrt{3} + 3 \tan x + \tan x + \sqrt{3} \tan^2 x = \sqrt{3} - \tan x - 3 \tan x + \sqrt{3} \tan^2 x + 4 - 12 \tan^2 x;$$

$$12 \tan^2 x + 8 \tan x - 4 = 0; \quad 3 \tan^2 x + 2 \tan x - 1 = 0;$$

$$\tan x = \frac{-1 \mp \sqrt{1+3}}{3} = \frac{-1 \mp 2}{3} = \begin{cases} \frac{-1-2}{3} = -1 & \tan x = -1 & x = -45^\circ + k 180^\circ \\ \frac{-1+2}{3} = \frac{1}{3} & \tan x = \frac{1}{3} & x = \arctan \frac{1}{3} + k 180^\circ \end{cases}$$

Esercizio 1B.153.244

$$\operatorname{sen}(120 - 2x) + \cos 2x = \frac{1}{2};$$

$$\operatorname{sen} 120 \cdot \cos 2x - \cos 120 \cdot \operatorname{sen} 2x + \cos 2x = \frac{1}{2}; \quad \frac{\sqrt{3}}{2} \cos 2x + \frac{1}{2} \operatorname{sen} 2x + \cos 2x = \frac{1}{2};$$

$$\sqrt{3} \cos 2x + \operatorname{sen} 2x + 2 \cos 2x = 1; \quad \operatorname{sen} 2x + (2 + \sqrt{3}) \cos 2x = 1;$$

$$A = \sqrt{1^2 + (2 + \sqrt{3})^2} = \sqrt{1 + 4 + 3 + 4\sqrt{3}} = \sqrt{8 + 4\sqrt{3}} = \sqrt{8 + \sqrt{48}} = \sqrt{\frac{8+4}{2}} + \sqrt{\frac{8-4}{2}} = \sqrt{6} + \sqrt{2}$$

$$\tan \gamma = 2 + \sqrt{3} \quad \gamma = 75^\circ$$

Pertanto l'equazione si trasforma nell'equazione fondamentale:

$$(\sqrt{6} + \sqrt{2}) \operatorname{sen}(2x + 75^\circ) = 1; \quad \operatorname{sen}(2x + 75^\circ) = \frac{1}{\sqrt{6} + \sqrt{2}}; \quad \operatorname{sen}(2x + 75^\circ) = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$$

$$2x + 75^\circ = 15^\circ + 2k180$$

$$2x = -60^\circ + 2k180$$

$$x = -30^\circ + k180$$

$$2x + 75^\circ = (180^\circ - 15^\circ) + 2k180$$

$$2x = 90^\circ + 2k180$$

$$x = 45^\circ + k180$$

Esercizio 1B.153.246

$$\frac{\operatorname{sen} 2x}{\operatorname{sen} x} + \cos\left(x - \frac{4}{3}\pi\right) = \sqrt{3} \operatorname{sen} x$$

$$\frac{2 \operatorname{sen} x \cdot \cos x}{\operatorname{sen} x} + \cos x \cdot \cos \frac{4}{3}\pi + \operatorname{sen} x \cdot \operatorname{sen} \frac{4}{3}\pi = \sqrt{3} \operatorname{sen} x;$$

$$2 \cos x - \frac{1}{2} \cos x - \frac{\sqrt{3}}{2} \operatorname{sen} x - \sqrt{3} \operatorname{sen} x = 0;$$

$$4 \cos x - \cos x - \sqrt{3} \operatorname{sen} x - 2\sqrt{3} \operatorname{sen} x = 0;$$

$$\sqrt{3} \operatorname{sen} x - \cos x = 0;$$

$$A = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + (-1)^2} = 2;$$

$$\tan \gamma = -\frac{1}{\sqrt{3}};$$

$$\gamma = -30^\circ$$

$$2 \operatorname{sen}(x - 30^\circ) = 0;$$

$$\operatorname{sen}(x - 30^\circ) = 0;$$

$$x - 30^\circ = k180^\circ;$$

$$x = 30^\circ + k180^\circ.$$

Esercizio 1B.153.247

$$\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{6} + x\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{3} + x\right) - \operatorname{sen} 2x = \frac{3}{2} \cos^2 x$$

$$\operatorname{sen}(30^\circ + x) \cdot \cos(60^\circ + x) - \operatorname{sen} 2x = \frac{3}{2} \cos^2 x;$$

$$[\operatorname{sen} 30^\circ \cdot \cos x + \cos 30^\circ \operatorname{sen} x] \cdot [\cos 60^\circ \cdot \cos x - \operatorname{sen} 60^\circ \cdot \operatorname{sen} x] - 2 \operatorname{sen} x \cdot \cos x = \frac{3}{2} \cos^2 x;$$

$$\left[\frac{1}{2} \cos x + \frac{\sqrt{3}}{2} \operatorname{sen} x\right] \cdot \left[\frac{1}{2} \cos x - \frac{\sqrt{3}}{2} \operatorname{sen} x\right] - 2 \operatorname{sen} x \cdot \cos x = \frac{3}{2} \cos^2 x;$$

$$\frac{1}{4} \cos^2 x - \frac{3}{4} \operatorname{sen}^2 x - 2 \operatorname{sen} x \cdot \cos x = \frac{3}{2} \cos^2 x;$$

$$\cos^2 x - 3 \operatorname{sen}^2 x - 8 \operatorname{sen} x \cdot \cos x - 6 \cos^2 x = 0;$$

$$3 \operatorname{sen}^2 x + 8 \operatorname{sen} x \cdot \cos x + 5 \cos^2 x = 0;$$

Applicando le formule di bisezione si ottiene:

$$3 \cdot \frac{1 - \cos 2x}{2} + 8 \cdot \frac{1}{2} \operatorname{sen} 2x + 5 \cdot \frac{1 + \cos 2x}{2} = 0;$$

$$3 - 3 \cos 2x + 8 \operatorname{sen} 2x + 5 + 5 \cos 2x = 0;$$

$$8 \operatorname{sen} 2x + 2 \cos 2x + 8 = 0;$$

$$4 \operatorname{sen} 2x + \cos 2x + 4 = 0;$$

Trasformando l'equazione in un'equazione fondamentale si ottiene:

$$A = \sqrt{4^2 + 1^2} = \sqrt{17};$$

$$\tan \gamma = \frac{1}{4};$$

$$\gamma = 14,04^\circ$$

$$\sqrt{17}\sin(2x + 14,04^\circ) + 4 = 0; \quad \sin(2x + 14,04^\circ) = -\frac{4}{\sqrt{17}};$$

$$2x + 14,04^\circ = -75,96^\circ + 2k180^\circ$$

$$2x = -90^\circ + 2k180^\circ$$

$$x = -45^\circ + k180^\circ$$

$$2x + 14,04^\circ = 180^\circ - (-75,96^\circ) + 2k180^\circ$$

$$2x = 241,92^\circ + 2k180^\circ$$

$$x = 120,96^\circ + k180^\circ$$

Esercizio 1B.153.248

$$3\sin\left(\frac{\pi}{3} - 2x\right) + 2\sin x \cdot \cos x + \cos\left(\frac{5}{6}\pi + 2x\right) = 1$$

$$3\sin(60^\circ - 2x) + 2\sin x \cdot \cos x + \cos(150^\circ + 2x) = 1;$$

$$3 \cdot (\sin 60^\circ \cdot \cos 2x - \cos 60^\circ \cdot \sin 2x) + 2\sin x \cdot \cos x + \cos 150^\circ \cdot \cos 2x - \sin 150^\circ \cdot \sin 2x = 1;$$

$$3 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \cos 2x - \frac{1}{2} \cdot \sin 2x\right) + 2\sin x \cdot \cos x - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \cos 2x - \frac{1}{2} \cdot \sin 2x = 1;$$

$$\frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot \cos 2x - \frac{3}{2} \cdot \sin 2x + 2 \cdot \frac{1}{2} \sin 2x - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \cos 2x - \frac{1}{2} \cdot \sin 2x - 1 = 0;$$

$$3\sqrt{3} \cos 2x - 3\sin 2x + 2\sin 2x - \sqrt{3} \cos 2x - \sin 2x - 2 = 0;$$

$$2\sin 2x - 2\sqrt{3} \cos 2x + 2 = 0; \quad \sin 2x - \sqrt{3} \cos 2x + 1 = 0;$$

Trasformando l'equazione in un'equazione fondamentale si ottiene:

$$A = \sqrt{1^2 + (-\sqrt{3})^2} = 2; \quad \tan \gamma = -\sqrt{3}; \quad \gamma = -60^\circ$$

$$2\sin(2x - 60^\circ) + 1 = 0; \quad \sin(2x - 60^\circ) = -\frac{1}{2};$$

$$2x + 60^\circ = -30^\circ + 2k180^\circ$$

$$2x = -90^\circ + 2k180^\circ$$

$$x = -45^\circ + k180^\circ$$

$$2x + 60^\circ = 180^\circ - (-30^\circ) + 2k180^\circ$$

$$2x = 150^\circ + 2k180^\circ$$

$$x = 75^\circ + k180^\circ$$

Esercizio 1B.153.254

$$\cos^2\left(\frac{11}{6}\pi - x\right) + \frac{\sqrt{3}}{4}\sin 2x = \cos^2 x$$

$$\cos^2(330^\circ - x) + \frac{\sqrt{3}}{4}\sin 2x = \cos^2 x; \quad [\cos 330^\circ \cos x + \sin 330^\circ \sin x]^2 + \frac{\sqrt{3}}{4}\sin 2x = \cos^2 x;$$

$$\left[\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x - \frac{1}{2}\sin x\right]^2 + \frac{\sqrt{3}}{4}\sin 2x = \cos^2 x;$$

$$\frac{3}{4}\cos^2 x + \frac{1}{4}\sin^2 x - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x \cos x + \frac{\sqrt{3}}{4}\sin 2x - \cos^2 x = 0;$$

$$-\frac{1}{4}\cos^2 x + \frac{1}{4}\sin^2 x - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x \cos x + \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 2\sin x \cos x = 0;$$

$$-\frac{1}{4}\cos^2 x + \frac{1}{4}\sin^2 x = 0; \quad \sin^2 x - \cos^2 x = 0; \quad \sin^2 x - (1 - \sin^2 x) = 0;$$

$$2\sin^2 x - 1 = 0; \quad \sin^2 x = \frac{1}{2}; \quad \sin x = \mp \frac{1}{\sqrt{2}} = \mp \frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \quad x = -45^\circ + 2k180^\circ \quad x = -45^\circ + 2k180^\circ$$
$$x = 180^\circ - (-45^\circ) + 2k180^\circ \quad x = 225^\circ + 2k180^\circ$$

$$\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad x = 45^\circ + 2k180^\circ \quad x = 45^\circ + 2k180^\circ$$
$$x = 180^\circ - 45^\circ + 2k180^\circ \quad x = 135^\circ + 2k180^\circ$$

Esercizio 1B.153.255

$$\frac{\cos 2x}{\sqrt{2}\cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right)} + \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 1$$

$$\frac{\cos 2x}{\sqrt{2}\cos(45^\circ - x)} + \sin(90^\circ - x) = 1;$$

$$\frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\sqrt{2} \cdot (\cos 45^\circ \cdot \cos x + \sin 45^\circ \cdot \sin x)} + \cos x = 1;$$

$$\frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\sqrt{2} \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \cos x + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sin x\right)} + \cos x = 1;$$

$$\frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\cos x + \sin x} + \cos x = 1;$$

$$\frac{(\cos x + \sin x) \cdot (\cos x - \sin x)}{\cos x + \sin x} + \cos x = 1;$$

$$\cos x - \sin x + \cos x = 1;$$

$$\sin x - 2\cos x + 1 = 0$$

Trasformando l'equazione in un'equazione fondamentale si ottiene:

$$A = \sqrt{1^2 + (-2)^2} = \sqrt{5};$$

$$\tan \gamma = -2;$$

$$\gamma = -63,43^\circ$$

$$\sqrt{5}\sin(x - 63,43^\circ) + 1 = 0; \quad \sin(x - 63,43^\circ) = -\frac{1}{\sqrt{5}};$$

$$x - 63,43^\circ = -26,57^\circ + 2k180^\circ$$

$$x = 36,86^\circ + 2k180^\circ$$

$$x - 63,43^\circ = 180^\circ - (-26,57^\circ) + 2k180^\circ$$

$$x = 270^\circ + 2k180^\circ$$