



UNIONE MATEMATICA ITALIANA
PROGETTO OLIMPIADI DI MATEMATICA

MINISTERO DELL'ISTRUZIONE,
 DELL'UNIVERSITÀ E DELLA RICERCA
 SCUOLA NORMALE SUPERIORE



T1

I Giochi di Archimede - Gara Triennio

25 novembre 2015

- La prova è costituita da 20 problemi; ogni domanda è seguita da cinque risposte indicate con le lettere (A) , (B) , (C) , (D) , (E) .
- Una sola di queste risposte è corretta, le altre 4 sono errate. Ogni risposta corretta vale 5 punti, ogni risposta sbagliata vale 0 punti, ogni problema lasciato senza risposta vale 1 punto.
- Per ciascuno dei problemi, devi trascrivere la lettera corrispondente alla risposta che ritieni corretta nella griglia riportata qui sotto. Non sono ammesse cancellature o correzioni sulla griglia. Non è consentito l'uso di alcun tipo di calcolatrice o di strumenti di comunicazione.

Il tempo che hai a disposizione per svolgere la prova è di 2 ore.

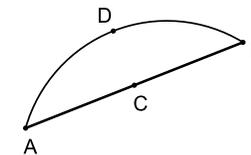
Buon lavoro e buon divertimento!

NOME _____ COGNOME _____ classe: _____

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

1. Giulio sa che nel suo cassetto ci sono, tutti mischiati, 22 calzini neri, 30 calzini blu, 40 grigi e 28 marroni, tutti della stessa forma. Sta partendo e vuole portare almeno due paia di calzini ben abbinati, di due diversi colori (i due calzini di ciascun paio devono avere lo stesso colore, ma le due paia devono essere di colori differenti). Poiché è buio e non distingue i colori, prende un mucchio di calzini alla rinfusa. Quanti calzini dovrà mettere in valigia, come minimo, per avere la certezza di portarne almeno due paia ben abbinati di due diversi colori?
 (A) 33 (B) 68 (C) 71 (D) 6 (E) 44
2. Qual è la 2015^a cifra dopo la virgola della scrittura decimale di $4/7$?
 (A) 7 (B) 1 (C) 5 (D) 2 (E) 4

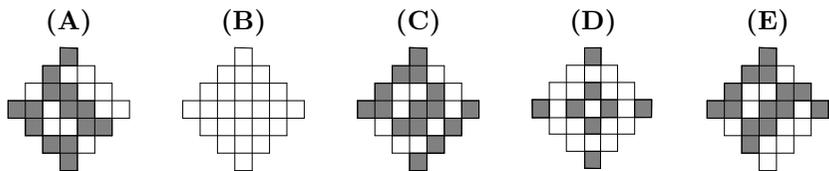
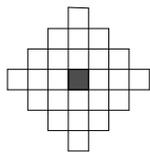
3. Andrea, Beatrice, Chiara, Davide, Enea e Federico sono molto amici. La loro età media è di 16 anni. Se a loro si uniscono tre amici di Enea, l'età media dell'intero gruppo diventa di 18 anni. Qual è l'età media dei tre amici di Enea?
 (A) 18 (B) 19 (C) 22 (D) 21 (E) 20
4. Laura ha ricevuto in regalo 150 dadi da gioco, di tipo molto particolare: ciascun dado ha quattro facce con il numero 1 e due facce con il 4. Laura sta per lanciare i 150 dadi tutti assieme, poi farà la somma dei 150 numeri usciti. Quanti sono i possibili valori di questa somma?
 (A) 601 (B) 450 (C) 151 (D) 600 (E) 451
5. Sull'isola dei cavalieri e dei furfanti, i cavalieri sono sempre sinceri ed i furfanti mentono sempre. Durante una riunione, i presenti si siedono attorno a un grande tavolo e ciascuno dice: "la persona alla mia sinistra è un furfante". Sapendo che tra i presenti ci sono meno di 100 cavalieri, quale dei seguenti potrebbe essere il numero dei partecipanti alla riunione?
 (A) 209 (B) 94 (C) 135 (D) 167 (E) 206
6. Giovanni vuole ridipingere, ciascuna a tinta unita, le 4 pareti della sua stanza quadrata. Avendo a disposizione vernice rossa, vernice gialla e vernice blu (che non si possono mescolare), vuole fare in modo che due pareti adiacenti non abbiano mai lo stesso colore. In quanti modi Giovanni può scegliere di colorare la stanza?
 (A) 18 (B) 24 (C) 12 (D) 36 (E) 30
7. Qual è la cifra delle unità di $7^{(8^9)}$?
 (A) 5 (B) 3 (C) 9 (D) 7 (E) 1
8. È stato ritrovato un frammento di un antico piatto circolare ormai rotto, della forma in figura. C è il punto medio del segmento AB , mentre D è il punto medio dell'arco AB . Sapendo che AB misura 30 cm e CD misura 5 cm, di quanti cm era il raggio del piatto originale?
 (A) 18 (B) 21 (C) 20 (D) 25 (E) 27
9. Indichiamo con $40!$ il numero ottenuto moltiplicando tutti i numeri interi da 1 a 40, vale a dire $40! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 38 \cdot 39 \cdot 40$. Tra i numeri interi maggiori di 40 che sono divisori di $40!$, trovare i sei più piccoli ed indicare la loro somma.
 (A) 268 (B) 270 (C) 261 (D) 263 (E) 274
10. Nell'etichetta con la lista degli ingredienti di un prodotto dolciario, si può leggere: zucchero, cacao, nocciole 16%, olio di palma, latte 4%. Sapendo che gli ingredienti sono disposti in ordine (nessun ingrediente può essere presente in quantità maggiore di un altro elencato in precedenza), qual è la percentuale massima di cacao che il dolcificante potrebbe contenere?
 (A) 22% (B) 21% (C) 40% (D) 38% (E) 80%



11. Nel pentagono $ABCDE$, gli angoli nei vertici A, C, E sono retti. Si sa inoltre che $\overline{AB} = 16$ m, $\overline{BC} = 12$ m, $\overline{CD} = 5$ m, $\overline{DE} = 21$ m. Di quanti m^2 è l'area del pentagono?
(A) 270 **(B)** 236 **(C)** 240 **(D)** 244 **(E)** 252

12. Carlo ha dimenticato il codice di sblocco del suo telefono. Tutto ciò che ricorda è che il codice è composto di 4 cifre ed il prodotto di tali cifre è 24. Quanti sono i possibili codici che rispettano queste condizioni?
(A) 60 **(B)** 48 **(C)** 56 **(D)** 64 **(E)** 40

13. Una griglia suddivisa in quadratini è colorata inizialmente come nella figura qui a lato. Una mossa consiste nello scegliere una riga oppure una colonna e invertire il colore di tutte le caselle in essa presenti. Quale, tra le seguenti configurazioni, è possibile ottenere facendo 10 mosse?



14. Gianni possiede 100 palline, numerate da 1 a 100. Un giorno, dopo essersi accorto di aver perso la pallina n°1, decide di colorare le 99 rimanenti, rispettando questa regola: ciascun numero deve avere lo stesso colore di tutti i suoi multipli. Al massimo, quanti diversi colori potrà usare Gianni per colorare le 99 palline?
(A) 25 **(B)** 15 **(C)** 8 **(D)** 11 **(E)** 2

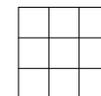
15. In una vite di forma cilindrica lunga 3 cm, il raggio di base misura $\sqrt{30}/\pi$ millimetri. Un minuscolo insetto cammina sulla superficie della vite, muovendosi lungo la filettatura. Sapendo che la filettatura compie precisamente 30 giri attorno alla vite, quanti centimetri percorrerà l'insetto per spostarsi da una estremità della vite all'altra?
(A) 32 **(B)** 30 **(C)** 33 **(D)** 36 **(E)** 31



16. Un ciclista e un podista percorrono la medesima strada rettilinea, tra i punti A e B . Ciascuno dei due si muove a velocità costante e, appena arrivato a fine percorso, riparte subito in direzione opposta, sempre alla solita velocità. I due partono nello stesso istante, il ciclista da A e il podista da B ; il primo procede a una velocità tripla del secondo. Si incontrano per la prima volta a 12 km da B . A quanti km di distanza da A si incontreranno la seconda volta?
(A) 24 **(B)** 18 **(C)** 36 **(D)** 27 **(E)** i dati non bastano a determinarlo

17. Un triangolo possiede una bisettrice e una mediana tra loro perpendicolari, di lunghezze, rispettivamente, 7 e 8. Qual è l'area del triangolo?
(A) 36 **(B)** 35 **(C)** 42 **(D)** 48 **(E)** 28

18. Tommaso, per passare il tempo, si diverte a riempire una griglia quadrata 3×3 usando tutti i numeri da 1 a 9, in modo che la somma dei numeri su ciascuna riga e su ciascuna colonna sia sempre la stessa. In quanti modi Tommaso può riempire la griglia?
(A) 72 **(B)** 69 **(C)** 64 **(D)** 70 **(E)** 75



19. Un quadrato di lato 2 metri è suddiviso in quattro quadratini più piccoli di lato la metà. Una formica, posta inizialmente in un vertice del quadrato grande, è libera di camminare lungo i lati dei quadratini. Dopo aver camminato un po', percorrendo almeno una volta tutti i lati dei quadratini, la formica torna al punto iniziale. Quanti metri avrà percorso come minimo?
(A) 14 **(B)** 16 **(C)** 15 **(D)** 12 **(E)** 18

20. Sette amici stanno cenando tutti attorno a un tavolo. Qualcuno deve andare a preparare il dolce. Nella comitiva vale la regola che nessuna coppia di persone sedute accanto può mai alzarsi contemporaneamente. In quanti modi può essere scelto il gruppo (di una o più persone) incaricato di occuparsi del dolce?
(A) 29 **(B)** 27 **(C)** 21 **(D)** 28 **(E)** 24



UNIONE MATEMATICA ITALIANA
PROGETTO OLIMPIADI DI MATEMATICA

MINISTERO DELL'ISTRUZIONE,
 DELL'UNIVERSITÀ E DELLA RICERCA
 SCUOLA NORMALE SUPERIORE



T2

I Giochi di Archimede - Gara Triennio

25 novembre 2015

- La prova è costituita da 20 problemi; ogni domanda è seguita da cinque risposte indicate con le lettere (A) , (B) , (C) , (D) , (E) .
- Una sola di queste risposte è corretta, le altre 4 sono errate. Ogni risposta corretta vale 5 punti, ogni risposta sbagliata vale 0 punti, ogni problema lasciato senza risposta vale 1 punto.
- Per ciascuno dei problemi, devi trascrivere la lettera corrispondente alla risposta che ritieni corretta nella griglia riportata qui sotto. Non sono ammesse cancellature o correzioni sulla griglia. Non è consentito l'uso di alcun tipo di calcolatrice o di strumenti di comunicazione.

Il tempo che hai a disposizione per svolgere la prova è di 2 ore.

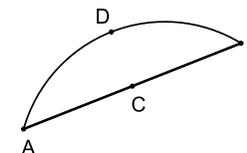
Buon lavoro e buon divertimento!

NOME _____ COGNOME _____ classe: _____

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	

1. Laura ha ricevuto in regalo 150 dadi da gioco, di tipo molto particolare: ciascun dado ha quattro facce con il numero 1 e due facce con il 4. Laura sta per lanciare i 150 dadi tutti assieme, poi farà la somma dei 150 numeri usciti. Quanti sono i possibili valori di questa somma?
 (A) 601 (B) 450 (C) 151 (D) 600 (E) 451
2. Andrea, Beatrice, Chiara, Davide, Enea e Federico sono molto amici. La loro età media è di 16 anni. Se a loro si uniscono tre amici di Enea, l'età media dell'intero gruppo diventa di 18 anni. Qual è l'età media dei tre amici di Enea?
 (A) 18 (B) 19 (C) 22 (D) 21 (E) 20
3. Qual è la 2015^a cifra dopo la virgola della scrittura decimale di 4/7?
 (A) 7 (B) 1 (C) 5 (D) 2 (E) 4

4. Giulio sa che nel suo cassetto ci sono, tutti mischiati, 22 calzini neri, 30 calzini blu, 40 grigi e 28 marroni, tutti della stessa forma. Sta partendo e vuole portare almeno due paia di calzini ben abbinati, di due diversi colori (i due calzini di ciascun paio devono avere lo stesso colore, ma le due paia devono essere di colori differenti). Poiché è buio e non distingue i colori, prende un mucchio di calzini alla rinfusa. Quanti calzini dovrà mettere in valigia, come minimo, per avere la certezza di portarne almeno due paia ben abbinati di due diversi colori?
 (A) 33 (B) 68 (C) 71 (D) 6 (E) 44
5. Giovanni vuole ridipingere, ciascuna a tinta unita, le 4 pareti della sua stanza quadrata. Avendo a disposizione vernice rossa, vernice gialla e vernice blu (che non si possono mescolare), vuole fare in modo che due pareti adiacenti non abbiano mai lo stesso colore. In quanti modi Giovanni può scegliere di colorare la stanza?
 (A) 18 (B) 24 (C) 12 (D) 36 (E) 30
6. Qual è la cifra delle unità di $7^{(8^9)}$?
 (A) 5 (B) 3 (C) 9 (D) 7 (E) 1
7. È stato ritrovato un frammento di un antico piatto circolare ormai rotto, della forma in figura. C è il punto medio del segmento AB , mentre D è il punto medio dell'arco AB . Sapendo che AB misura 30 cm e CD misura 5 cm, di quanti cm era il raggio del piatto originale?
 (A) 18 (B) 21 (C) 20 (D) 25 (E) 27



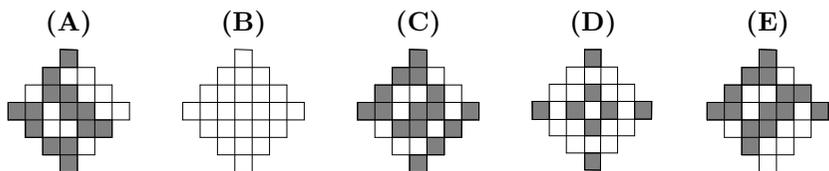
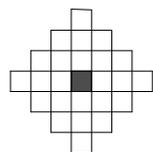
8. Sull'isola dei cavalieri e dei furfanti, i cavalieri sono sempre sinceri ed i furfanti mentono sempre. Durante una riunione, i presenti si siedono attorno a un grande tavolo e ciascuno dice: "la persona alla mia sinistra è un furfante". Sapendo che tra i presenti ci sono meno di 100 cavalieri, quale dei seguenti potrebbe essere il numero dei partecipanti alla riunione?
 (A) 209 (B) 94 (C) 135 (D) 167 (E) 206
9. Nel pentagono $ABCDE$, gli angoli nei vertici A , C , E sono retti. Si sa inoltre che $\overline{AB} = 16$ m, $\overline{BC} = 12$ m, $\overline{CD} = 5$ m, $\overline{DE} = 21$ m. Di quanti m^2 è l'area del pentagono?
 (A) 270 (B) 236 (C) 240 (D) 244 (E) 252
10. Nell'etichetta con la lista degli ingredienti di un prodotto dolciario, si può leggere: zucchero, cacao, nocciole 16%, olio di palma, latte 4%. Sapendo che gli ingredienti sono disposti in ordine (nessun ingrediente può essere presente in quantità maggiore di un altro elencato in precedenza), qual è la percentuale massima di cacao che il dolcificante potrebbe contenere?
 (A) 22% (B) 21% (C) 40% (D) 38% (E) 80%

11. Carlo ha dimenticato il codice di sblocco del suo telefono. Tutto ciò che ricorda è che il codice è composto di 4 cifre ed il prodotto di tali cifre è 24. Quanti sono i possibili codici che rispettano queste condizioni?
(A) 60 **(B)** 48 **(C)** 56 **(D)** 64 **(E)** 40

12. Indichiamo con $40!$ il numero ottenuto moltiplicando tutti i numeri interi da 1 a 40, vale a dire $40! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 38 \cdot 39 \cdot 40$. Tra i numeri interi maggiori di 40 che sono divisori di $40!$, trovare i sei più piccoli ed indicare la loro somma.
(A) 268 **(B)** 270 **(C)** 261 **(D)** 263 **(E)** 274

13. Gianni possiede 100 palline, numerate da 1 a 100. Un giorno, dopo essersi accorto di aver perso la pallina n°1, decide di colorare le 99 rimanenti, rispettando questa regola: ciascun numero deve avere lo stesso colore di tutti i suoi multipli. Al massimo, quanti diversi colori potrà usare Gianni per colorare le 99 palline?
(A) 25 **(B)** 15 **(C)** 8 **(D)** 11 **(E)** 2

14. Una griglia suddivisa in quadratini è colorata inizialmente come nella figura qui a lato. Una mossa consiste nello scegliere una riga oppure una colonna e invertire il colore di tutte le caselle in essa presenti. Quale, tra le seguenti configurazioni, è possibile ottenere facendo 10 mosse?



15. Un ciclista e un podista percorrono la medesima strada rettilinea, tra i punti A e B . Ciascuno dei due si muove a velocità costante e, appena arrivato a fine percorso, riparte subito in direzione opposta, sempre alla solita velocità. I due partono nello stesso istante, il ciclista da A e il podista da B ; il primo procede a una velocità tripla del secondo. Si incontrano per la prima volta a 12 km da B . A quanti km di distanza da A si incontreranno la seconda volta?
(A) 24 **(B)** 18 **(C)** 36 **(D)** 27 **(E)** i dati non bastano a determinarlo

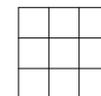
16. In una vite di forma cilindrica lunga 3 cm, il raggio di base misura $\sqrt{30}/\pi$ millimetri. Un minuscolo insetto cammina sulla superficie della vite, muovendosi lungo la filettatura. Sapendo che la filettatura compie precisamente 30 giri attorno alla vite, quanti centimetri percorrerà l'insetto per spostarsi da una estremità della vite all'altra?



- (A)** 32 **(B)** 30 **(C)** 33 **(D)** 36 **(E)** 31
17. Sette amici stanno cenando tutti attorno a un tavolo. Qualcuno deve andare a preparare il dolce. Nella comitiva vale la regola che nessuna coppia di persone sedute accanto può mai alzarsi contemporaneamente. In quanti modi può essere scelto il gruppo (di una o più persone) incaricato di occuparsi del dolce?
(A) 29 **(B)** 27 **(C)** 21 **(D)** 28 **(E)** 24

18. Un quadrato di lato 2 metri è suddiviso in quattro quadratini più piccoli di lato la metà. Una formica, posta inizialmente in un vertice del quadrato grande, è libera di camminare lungo i lati dei quadratini. Dopo aver camminato un po', percorrendo almeno una volta tutti i lati dei quadratini, la formica torna al punto iniziale. Quanti metri avrà percorso come minimo?
(A) 14 **(B)** 16 **(C)** 15 **(D)** 12 **(E)** 18

19. Tommaso, per passare il tempo, si diverte a riempire una griglia quadrata 3×3 usando tutti i numeri da 1 a 9, in modo che la somma dei numeri su ciascuna riga e su ciascuna colonna sia sempre la stessa. In quanti modi Tommaso può riempire la griglia?
(A) 72 **(B)** 69 **(C)** 64 **(D)** 70 **(E)** 75



20. Un triangolo possiede una bisettrice e una mediana tra loro perpendicolari, di lunghezze, rispettivamente, 7 e 8. Qual è l'area del triangolo?
(A) 36 **(B)** 35 **(C)** 42 **(D)** 48 **(E)** 28



UNIONE MATEMATICA ITALIANA
PROGETTO OLIMPIADI DI MATEMATICA

MINISTERO DELL'ISTRUZIONE,
 DELL'UNIVERSITÀ E DELLA RICERCA
 SCUOLA NORMALE SUPERIORE



T3

I Giochi di Archimede - Gara Triennio

25 novembre 2015

- La prova è costituita da 20 problemi; ogni domanda è seguita da cinque risposte indicate con le lettere (A) , (B) , (C) , (D) , (E) .
- Una sola di queste risposte è corretta, le altre 4 sono errate. Ogni risposta corretta vale 5 punti, ogni risposta sbagliata vale 0 punti, ogni problema lasciato senza risposta vale 1 punto.
- Per ciascuno dei problemi, devi trascrivere la lettera corrispondente alla risposta che ritieni corretta nella griglia riportata qui sotto. Non sono ammesse cancellature o correzioni sulla griglia. Non è consentito l'uso di alcun tipo di calcolatrice o di strumenti di comunicazione.

Il tempo che hai a disposizione per svolgere la prova è di 2 ore.

Buon lavoro e buon divertimento!

NOME _____ COGNOME _____ classe: _____

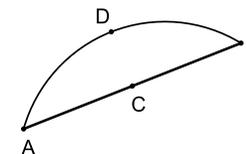
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	

1. Andrea, Beatrice, Chiara, Davide, Enea e Federico sono molto amici. La loro età media è di 16 anni. Se a loro si uniscono tre amici di Enea, l'età media dell'intero gruppo diventa di 18 anni. Qual è l'età media dei tre amici di Enea?
 (A) 18 (B) 19 (C) 22 (D) 21 (E) 20
2. Laura ha ricevuto in regalo 150 dadi da gioco, di tipo molto particolare: ciascun dado ha quattro facce con il numero 1 e due facce con il 4. Laura sta per lanciare i 150 dadi tutti assieme, poi farà la somma dei 150 numeri usciti. Quanti sono i possibili valori di questa somma?
 (A) 601 (B) 450 (C) 151 (D) 600 (E) 451

3. Giulio sa che nel suo cassetto ci sono, tutti mischiati, 22 calzini neri, 30 calzini blu, 40 grigi e 28 marroni, tutti della stessa forma. Sta partendo e vuole portare almeno due paia di calzini ben abbinati, di due diversi colori (i due calzini di ciascun paio devono avere lo stesso colore, ma le due paia devono essere di colori differenti). Poiché è buio e non distingue i colori, prende un mucchio di calzini alla rinfusa. Quanti calzini dovrà mettere in valigia, come minimo, per avere la certezza di portarne almeno due paia ben abbinati di due diversi colori?
 (A) 33 (B) 68 (C) 71 (D) 6 (E) 44

4. Qual è la 2015^a cifra dopo la virgola della scrittura decimale di $4/7$?
 (A) 7 (B) 1 (C) 5 (D) 2 (E) 4
5. Qual è la cifra delle unità di $7^{(8^9)}$?
 (A) 5 (B) 3 (C) 9 (D) 7 (E) 1

6. È stato ritrovato un frammento di un antico piatto circolare ormai rotto, della forma in figura. C è il punto medio del segmento AB , mentre D è il punto medio dell'arco AB . Sapendo che AB misura 30 cm e CD misura 5 cm, di quanti cm era il raggio del piatto originale?
 (A) 18 (B) 21 (C) 20 (D) 25 (E) 27



7. Giovanni vuole ridipingere, ciascuna a tinta unita, le 4 pareti della sua stanza quadrata. Avendo a disposizione vernice rossa, vernice gialla e vernice blu (che non si possono mescolare), vuole fare in modo che due pareti adiacenti non abbiano mai lo stesso colore. In quanti modi Giovanni può scegliere di colorare la stanza?
 (A) 18 (B) 24 (C) 12 (D) 36 (E) 30
8. Sull'isola dei cavalieri e dei furfanti, i cavalieri sono sempre sinceri ed i furfanti mentono sempre. Durante una riunione, i presenti si siedono attorno a un grande tavolo e ciascuno dice: "la persona alla mia sinistra è un furfante". Sapendo che tra i presenti ci sono meno di 100 cavalieri, quale dei seguenti potrebbe essere il numero dei partecipanti alla riunione?
 (A) 209 (B) 94 (C) 135 (D) 167 (E) 206
9. Nell'etichetta con la lista degli ingredienti di un prodotto dolciario, si può leggere: zucchero, cacao, nocciole 16%, olio di palma, latte 4%. Sapendo che gli ingredienti sono disposti in ordine (nessun ingrediente può essere presente in quantità maggiore di un altro elencato in precedenza), qual è la percentuale massima di cacao che il dolcificante potrebbe contenere?
 (A) 22% (B) 21% (C) 40% (D) 38% (E) 80%

10. Indichiamo con $40!$ il numero ottenuto moltiplicando tutti i numeri interi da 1 a 40, vale a dire $40! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 38 \cdot 39 \cdot 40$. Tra i numeri interi maggiori di 40 che sono divisori di $40!$, trovare i sei più piccoli ed indicare la loro somma.
(A) 268 **(B)** 270 **(C)** 261 **(D)** 263 **(E)** 274

11. Carlo ha dimenticato il codice di sblocco del suo telefono. Tutto ciò che ricorda è che il codice è composto di 4 cifre ed il prodotto di tali cifre è 24. Quanti sono i possibili codici che rispettano queste condizioni?
(A) 60 **(B)** 48 **(C)** 56 **(D)** 64 **(E)** 40

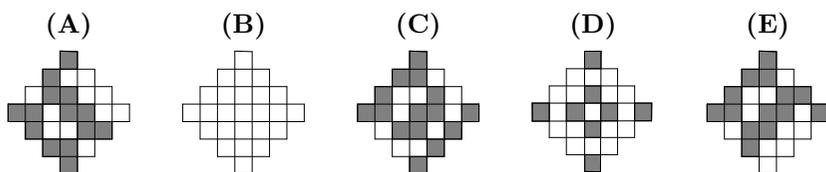
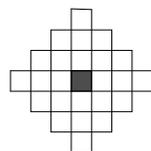
12. Nel pentagono $ABCDE$, gli angoli nei vertici A, C, E sono retti. Si sa inoltre che $\overline{AB} = 16$ m, $\overline{BC} = 12$ m, $\overline{CD} = 5$ m, $\overline{DE} = 21$ m. Di quanti m^2 è l'area del pentagono?
(A) 270 **(B)** 236 **(C)** 240 **(D)** 244 **(E)** 252

13. In una vite di forma cilindrica lunga 3 cm, il raggio di base misura $\sqrt{30}/\pi$ millimetri. Un minuscolo insetto cammina sulla superficie della vite, muovendosi lungo la filettatura. Sapendo che la filettatura compie precisamente 30 giri attorno alla vite, quanti centimetri percorrerà l'insetto per spostarsi da una estremità della vite all'altra?
(A) 32 **(B)** 30 **(C)** 33 **(D)** 36 **(E)** 31



14. Gianni possiede 100 palline, numerate da 1 a 100. Un giorno, dopo essersi accorto di aver perso la pallina n°1, decide di colorare le 99 rimanenti, rispettando questa regola: ciascun numero deve avere lo stesso colore di tutti i suoi multipli. Al massimo, quanti diversi colori potrà usare Gianni per colorare le 99 palline?
(A) 25 **(B)** 15 **(C)** 8 **(D)** 11 **(E)** 2

15. Una griglia suddivisa in quadratini è colorata inizialmente come nella figura qui a lato. Una mossa consiste nello scegliere una riga oppure una colonna e invertire il colore di tutte le caselle in essa presenti. Quale, tra le seguenti configurazioni, è possibile ottenere facendo 10 mosse?



16. Un ciclista e un podista percorrono la medesima strada rettilinea, tra i punti A e B . Ciascuno dei due si muove a velocità costante e, appena arrivato a fine percorso, riparte subito in direzione opposta, sempre alla solita velocità. I due partono nello stesso istante, il ciclista da A e il podista da B ; il primo procede a una velocità tripla del secondo. Si incontrano per la prima volta a 12 km da B . A quanti km di distanza da A si incontreranno la seconda volta?
(A) 24 **(B)** 18 **(C)** 36 **(D)** 27 **(E)** i dati non bastano a determinarlo

17. Tommaso, per passare il tempo, si diverte a riempire una griglia quadrata 3×3 usando tutti i numeri da 1 a 9, in modo che la somma dei numeri su ciascuna riga e su ciascuna colonna sia sempre la stessa. In quanti modi Tommaso può riempire la griglia?
(A) 72 **(B)** 69 **(C)** 64 **(D)** 70 **(E)** 75



18. Un triangolo possiede una bisettrice e una mediana tra loro perpendicolari, di lunghezze, rispettivamente, 7 e 8. Qual è l'area del triangolo?
(A) 36 **(B)** 35 **(C)** 42 **(D)** 48 **(E)** 28

19. Sette amici stanno cenando tutti attorno a un tavolo. Qualcuno deve andare a preparare il dolce. Nella comitiva vale la regola che nessuna coppia di persone sedute accanto può mai alzarsi contemporaneamente. In quanti modi può essere scelto il gruppo (di una o più persone) incaricato di occuparsi del dolce?
(A) 29 **(B)** 27 **(C)** 21 **(D)** 28 **(E)** 24

20. Un quadrato di lato 2 metri è suddiviso in quattro quadratini più piccoli di lato la metà. Una formica, posta inizialmente in un vertice del quadrato grande, è libera di camminare lungo i lati dei quadratini. Dopo aver camminato un po', percorrendo almeno una volta tutti i lati dei quadratini, la formica torna al punto iniziale. Quanti metri avrà percorso come minimo?
(A) 14 **(B)** 16 **(C)** 15 **(D)** 12 **(E)** 18



UNIONE MATEMATICA ITALIANA
PROGETTO OLIMPIADI DI MATEMATICA

MINISTERO DELL'ISTRUZIONE,
 DELL'UNIVERSITÀ E DELLA RICERCA
 SCUOLA NORMALE SUPERIORE



T4

I Giochi di Archimede - Gara Triennio

25 novembre 2015

- La prova è costituita da 20 problemi; ogni domanda è seguita da cinque risposte indicate con le lettere (A) , (B) , (C) , (D) , (E) .
- Una sola di queste risposte è corretta, le altre 4 sono errate. Ogni risposta corretta vale 5 punti, ogni risposta sbagliata vale 0 punti, ogni problema lasciato senza risposta vale 1 punto.
- Per ciascuno dei problemi, devi trascrivere la lettera corrispondente alla risposta che ritieni corretta nella griglia riportata qui sotto. Non sono ammesse cancellature o correzioni sulla griglia. Non è consentito l'uso di alcun tipo di calcolatrice o di strumenti di comunicazione.

Il tempo che hai a disposizione per svolgere la prova è di 2 ore.

Buon lavoro e buon divertimento!

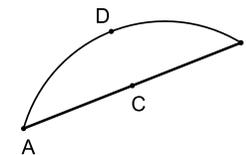
NOME _____ COGNOME _____ classe: _____

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

- Qual è la 2015^a cifra dopo la virgola della scrittura decimale di $4/7$?
 (A) 7 (B) 1 (C) 5 (D) 2 (E) 4
- Andrea, Beatrice, Chiara, Davide, Enea e Federico sono molto amici. La loro età media è di 16 anni. Se a loro si uniscono tre amici di Enea, l'età media dell'intero gruppo diventa di 18 anni. Qual è l'età media dei tre amici di Enea?
 (A) 18 (B) 19 (C) 22 (D) 21 (E) 20
- Laura ha ricevuto in regalo 150 dadi da gioco, di tipo molto particolare: ciascun dado ha quattro facce con il numero 1 e due facce con il 4. Laura sta per lanciare i 150 dadi tutti assieme, poi farà la somma dei 150 numeri usciti. Quanti sono i possibili valori di questa somma?
 (A) 601 (B) 450 (C) 151 (D) 600 (E) 451

- Giulio sa che nel suo cassetto ci sono, tutti mischiati, 22 calzini neri, 30 calzini blu, 40 grigi e 28 marroni, tutti della stessa forma. Sta partendo e vuole portare almeno due paia di calzini ben abbinati, di due diversi colori (i due calzini di ciascun paio devono avere lo stesso colore, ma le due paia devono essere di colori differenti). Poiché è buio e non distingue i colori, prende un mucchio di calzini alla rinfusa. Quanti calzini dovrà mettere in valigia, come minimo, per avere la certezza di portarne almeno due paia ben abbinati di due diversi colori?
 (A) 33 (B) 68 (C) 71 (D) 6 (E) 44

- Giovanni vuole ridipingere, ciascuna a tinta unita, le 4 pareti della sua stanza quadrata. Avendo a disposizione vernice rossa, vernice gialla e vernice blu (che non si possono mescolare), vuole fare in modo che due pareti adiacenti non abbiano mai lo stesso colore. In quanti modi Giovanni può scegliere di colorare la stanza?
 (A) 18 (B) 24 (C) 12 (D) 36 (E) 30
- Sull'isola dei cavalieri e dei furfanti, i cavalieri sono sempre sinceri ed i furfanti mentono sempre. Durante una riunione, i presenti si siedono attorno a un grande tavolo e ciascuno dice: "la persona alla mia sinistra è un furfante". Sapendo che tra i presenti ci sono meno di 100 cavalieri, quale dei seguenti potrebbe essere il numero dei partecipanti alla riunione?
 (A) 209 (B) 94 (C) 135 (D) 167 (E) 206
- È stato ritrovato un frammento di un antico piatto circolare ormai rotto, della forma in figura. C è il punto medio del segmento AB , mentre D è il punto medio dell'arco AB . Sapendo che AB misura 30 cm e CD misura 5 cm, di quanti cm era il raggio del piatto originale?
 (A) 18 (B) 21 (C) 20 (D) 25 (E) 27



- Qual è la cifra delle unità di $7^{(8^9)}$?
 (A) 5 (B) 3 (C) 9 (D) 7 (E) 1
- Indichiamo con $40!$ il numero ottenuto moltiplicando tutti i numeri interi da 1 a 40, vale a dire $40! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 38 \cdot 39 \cdot 40$. Tra i numeri interi maggiori di 40 che sono divisori di $40!$, trovare i sei più piccoli ed indicare la loro somma.
 (A) 268 (B) 270 (C) 261 (D) 263 (E) 274
- Carlo ha dimenticato il codice di sblocco del suo telefono. Tutto ciò che ricorda è che il codice è composto di 4 cifre ed il prodotto di tali cifre è 24. Quanti sono i possibili codici che rispettano queste condizioni?
 (A) 60 (B) 48 (C) 56 (D) 64 (E) 40

11. Nel pentagono $ABCDE$, gli angoli nei vertici A, C, E sono retti. Si sa inoltre che $\overline{AB} = 16$ m, $\overline{BC} = 12$ m, $\overline{CD} = 5$ m, $\overline{DE} = 21$ m. Di quanti m^2 è l'area del pentagono?

(A) 270 (B) 236 (C) 240 (D) 244 (E) 252

12. Nell'etichetta con la lista degli ingredienti di un prodotto dolciario, si può leggere: zucchero, cacao, nocciole 16%, olio di palma, latte 4%. Sapendo che gli ingredienti sono disposti in ordine (nessun ingrediente può essere presente in quantità maggiore di un altro elencato in precedenza), qual è la percentuale massima di cacao che il dolcificante potrebbe contenere?

(A) 22% (B) 21% (C) 40% (D) 38% (E) 80%

13. Un ciclista e un podista percorrono la medesima strada rettilinea, tra i punti A e B . Ciascuno dei due si muove a velocità costante e, appena arrivato a fine percorso, riparte subito in direzione opposta, sempre alla solita velocità. I due partono nello stesso istante, il ciclista da A e il podista da B ; il primo procede a una velocità tripla del secondo. Si incontrano per la prima volta a 12 km da B . A quanti km di distanza da A si incontreranno la seconda volta?

(A) 24 (B) 18 (C) 36 (D) 27 (E) i dati non bastano a determinarlo

14. In una vite di forma cilindrica lunga 3 cm, il raggio di base misura $\sqrt{30}/\pi$ millimetri. Un minuscolo insetto cammina sulla superficie della vite, muovendosi lungo la filettatura. Sapendo che la filettatura compie precisamente 30 giri attorno alla vite, quanti centimetri percorrerà l'insetto per spostarsi da una estremità della vite all'altra?

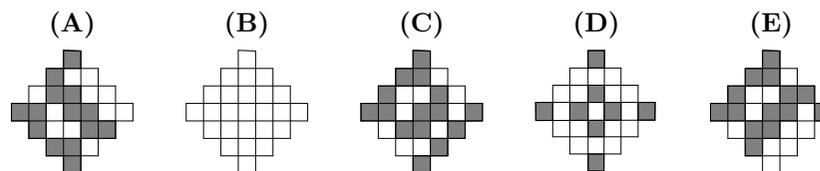
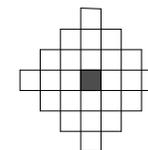
(A) 32 (B) 30 (C) 33 (D) 36 (E) 31



15. Gianni possiede 100 palline, numerate da 1 a 100. Un giorno, dopo essersi accorto di aver perso la pallina n°1, decide di colorare le 99 rimanenti, rispettando questa regola: ciascun numero deve avere lo stesso colore di tutti i suoi multipli. Al massimo, quanti diversi colori potrà usare Gianni per colorare le 99 palline?

(A) 25 (B) 15 (C) 8 (D) 11 (E) 2

16. Una griglia suddivisa in quadratini è colorata inizialmente come nella figura qui a lato. Una mossa consiste nello scegliere una riga oppure una colonna e invertire il colore di tutte le caselle in essa presenti. Quale, tra le seguenti configurazioni, è possibile ottenere facendo 10 mosse?



17. Un quadrato di lato 2 metri è suddiviso in quattro quadratini più piccoli di lato la metà. Una formica, posta inizialmente in un vertice del quadrato grande, è libera di camminare lungo i lati dei quadratini. Dopo aver camminato un po', percorrendo almeno una volta tutti i lati dei quadratini, la formica torna al punto iniziale. Quanti metri avrà percorso come minimo?

(A) 14 (B) 16 (C) 15 (D) 12 (E) 18

18. Tommaso, per passare il tempo, si diverte a riempire una griglia quadrata 3×3 usando tutti i numeri da 1 a 9, in modo che la somma dei numeri su ciascuna riga e su ciascuna colonna sia sempre la stessa. In quanti modi Tommaso può riempire la griglia?



(A) 72 (B) 69 (C) 64 (D) 70 (E) 75

19. Un triangolo possiede una bisettrice e una mediana tra loro perpendicolari, di lunghezze, rispettivamente, 7 e 8. Qual è l'area del triangolo?

(A) 36 (B) 35 (C) 42 (D) 48 (E) 28

20. Sette amici stanno cenando tutti attorno a un tavolo. Qualcuno deve andare a preparare il dolce. Nella comitiva vale la regola che nessuna coppia di persone sedute accanto può mai alzarsi contemporaneamente. In quanti modi può essere scelto il gruppo (di una o più persone) incaricato di occuparsi del dolce?

(A) 29 (B) 27 (C) 21 (D) 28 (E) 24