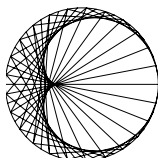




**PROGETTO OLIMPIADI DI MATEMATICA**  
 U.M.I. UNIONE MATEMATICA ITALIANA  
 MINISTERO DELLA PUBBLICA ISTRUZIONE  
 SCUOLA NORMALE SUPERIORE

*I Giochi di Archimede - Gara Biennio*

27 novembre 2013



- 1) La prova consiste di 16 problemi; ogni domanda è seguita da cinque risposte indicate con le lettere A, B, C, D, E.
- 2) Una sola di queste risposte è corretta, le altre 4 sono errate. Ogni risposta corretta vale 5 punti, ogni risposta sbagliata vale 0 punti e ogni problema lasciato senza risposta vale 1 punto.
- 3) Per ciascuno dei problemi devi trascrivere la lettera corrispondente alla risposta che ritieni corretta nella griglia riportata qui sotto. Non sono ammesse cancellature o correzioni sulla griglia. Non è consentito l'uso di alcun tipo di calcolatrice.

**Il tempo totale che hai a disposizione per svolgere la prova è di due ore.**  
 Buon lavoro e buon divertimento.

Nome \_\_\_\_\_ Cognome \_\_\_\_\_ Classe \_\_\_\_\_

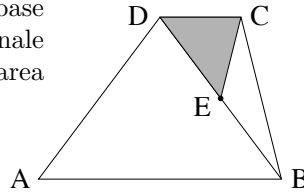
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16

- 1) Federico ha una collezione di soldatini; sa di averne un po' meno di 100, ma certamente almeno 30. Li dispone in fila per 7 e gli avanza un soldatino; poi li dispone in fila per 10 e stavolta gli avanzano 2 soldatini. Quanti soldatini ha in tutto?  
 (A) 32 (B) 50 (C) 62 (D) 71 (E) 92
- 2) In una conversazione tra due matematici il primo dice al secondo: "Ieri ho mentito". L'altro risponde: "Anch'io ieri ho mentito". Sapendo che uno dei due mente il lunedì, il martedì e il mercoledì (e solo in questi giorni), mentre l'altro mente il giovedì, il venerdì e il sabato (e solo in questi giorni), in quale giorno della settimana è avvenuta la conversazione?  
 (A) lunedì (B) giovedì (C) domenica (D) una tale conversazione non può essere avvenuta (E) non è possibile determinare il giorno in modo univoco.
- 3) Leo lancia 7 volte una moneta (non truccata) ottenendo due volte testa e cinque volte croce. Se la lancia ancora una volta, con quale probabilità otterrà testa?  
 (A)  $\frac{1}{8}$  (B)  $\frac{1}{7}$  (C)  $1 - \frac{1}{2^7}$  (D)  $\frac{35}{2^7}$  (E)  $\frac{1}{2}$

- 4) Andrea scrive la somma di due numeri a tre cifre con il relativo risultato. Poi sostituisce a ciascuna cifra una lettera, facendo corrispondere lettera uguale a cifra uguale e usando lettere diverse per cifre diverse. In questo modo ottiene:  
 TRE + TRE = SEI. Allora:  
 (A) la lettera E corrisponde necessariamente a un numero pari  
 (B) la lettera S corrisponde necessariamente a un numero pari  
 (C) la lettera E corrisponde necessariamente a un numero dispari maggiore di 4  
 (D) la lettera E corrisponde necessariamente a un numero pari minore di 5  
 (E) nessuna delle precedenti affermazioni è vera
- 5) Fino al 2013, nella colonia penale di Zoranel la popolazione era costituita per il 60% da androidi, dei quali il 5% adibiti a vigilanza; diciamo  $q$  la percentuale di androidi di vigilanza sul totale della popolazione in quell'anno. Nel 2014 la popolazione aumentò del 10% per l'arrivo di  $N$  umani esiliati. Di quanto diminuì la percentuale di androidi di vigilanza sulla popolazione totale?  
 (A) non cambiò (B) di meno di un decimo di  $q$  (C) di più di un decimo di  $q$   
 (D) dipende da  $N$  (E) dipende da quanto era numerosa la popolazione iniziale.
- 6) Ad un convegno partecipano 30 scienziati ciascuno dei quali è un matematico, o un fisico, o un chimico o un biologo. I fisici e i biologi, insieme, sono la metà dei matematici; i fisici e i chimici, insieme, sono il doppio dei biologi. Inoltre, di fisici ce n'è almeno uno. Quanti sono i matematici?  
 (A) 6 (B) 10 (C) 12 (D) 15 (E) 18
- 7) Data una tabella con 2 righe e 1007 colonne, scriviamo tutti i numeri da 1 a 1007 sulla prima riga in ordine crescente, e i numeri da 1008 a 2014 sulla seconda, sempre in ordine crescente. Guardiamo ora la tabella come 1007 coppie di numeri sovrapposti in verticale: in quante di esse il numero che compare nella seconda riga è un multiplo di quello che gli sta sopra?  
 (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6
- 8) Alberto ha raccolto 756 ciliegie dall'albero del nonno, e le divide equamente tra sé e alcuni suoi amici. Tre di loro però non hanno molta fame e restituiscono ad Alberto un quarto delle ciliegie che hanno ricevuto. Alberto, con uno stomaco di ferro, oltre alle sue divora anche quelle; alla fine, si accorge di aver mangiato non meno di 150 ciliegie. Quante ne ha mangiate esattamente?  
 (A) 150 (B) 189 (C) 210 (D) 231 (E) 270
- 9) Se  $n$  è un numero naturale con 6 divisori interi positivi, quanti divisori interi positivi ha  $n^2$ ? N.B.: tra i divisori di un numero contiamo anche 1 ed il numero stesso.  
 (A) 11 (B) 12 (C) 15 (D) 36 (E) la risposta dipende da  $n$

- 10) In un trapezio  $ABCD$  la base maggiore  $AB$  è tripla della base minore  $CD$ . Indicato con  $E$  il punto medio della diagonale  $BD$ , qual è il rapporto fra l'area del triangolo  $CDE$  e l'area del trapezio?

(A)  $1/3$  (B)  $1/6$  (C)  $1/8$  (D)  $1/12$   
 (E) non può essere determinata dai dati forniti

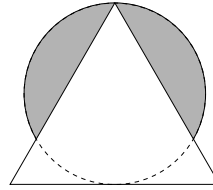


- 11) Quanto è lungo il percorso più corto che passa per tutti i vertici di un cubo di lato 1 m? N.B. il percorso può anche passare all'interno del cubo.

(A) 6 m (B) 7 m (C)  $(6 + \sqrt{2})$  m (D)  $(6 + \sqrt{3})$  m (E) 8 m

- 12) In una scultura d'arte moderna è rappresentato un cerchio nascosto in parte da un triangolo equilatero, come in figura: il cerchio ha il diametro lungo quanto l'altezza del triangolo, la quale misura  $\sqrt{6}$  m. Quanto vale l'area della parte del cerchio non coperta dal triangolo?

(A)  $(\frac{3}{2}\pi - \frac{8}{\sqrt{3}})$  m<sup>2</sup> (B)  $\frac{\pi}{2}$  m<sup>2</sup> (C)  $(\pi - \frac{3\sqrt{3}}{4})$  m<sup>2</sup>  
 (D)  $(\frac{3}{2}\pi - \frac{9\sqrt{3}}{8})$  m<sup>2</sup> (E)  $\frac{3}{2}\pi$  m<sup>2</sup>

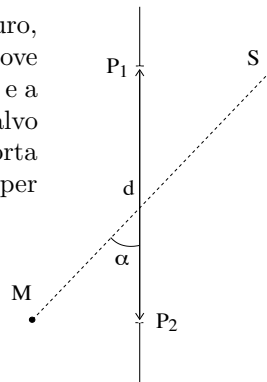


- 13) In un'urna ci sono 8 palline blu e 7 palline rosse. Mirco estrae due palline, una dopo l'altra (senza rimettere nell'urna la prima pallina estratta, prima di estrarre la seconda). Qual è la probabilità che le due palline estratte siano dello stesso colore?

(A)  $1/4$  (B)  $1/2$  (C)  $7/15$  (D)  $8/15$  (E) nessuna delle precedenti

- 14) Salvo e Maria (S ed M in figura) sono separati da un lungo muro, inclinato di un angolo  $\alpha$  rispetto alla retta che li congiunge (dove  $0 < \alpha < 90^\circ$ ). Nei due punti  $P_1$  e  $P_2$  del muro più vicini a Salvo e a Maria vi sono due porte, distanti tra loro  $d > 0$ ; sapendo che Salvo e Maria si trovano rispettivamente a 10 metri e 8 metri dalla porta a loro più vicina, quale delle due porte deve attraversare Salvo per raggiungere Maria percorrendo il cammino più breve possibile?

(A) la porta  $P_1$  (B) la porta  $P_2$  (C) è indifferente  
 (D) dipende dalla distanza  $d$  tra le porte  
 (E) dipende dall'inclinazione  $\alpha$  del muro



- 15) Qual è il coefficiente di  $x^{199}$  in  $(x^2 + x + 1)^{100}$ ?

(A) 100 (B) 298 (C) 4950 (D) 5050 (E) 99<sup>2</sup>

- 16) Calcolare l'area della parte ombreggiata in figura sapendo che il lato del quadrato è lungo 2 m e che le punte della stella cadono nei punti medi dei lati del quadrato.

(A) 1 m<sup>2</sup> (B) 2 m<sup>2</sup> (C)  $\frac{1}{2}$  m<sup>2</sup> (D)  $\pi$  m<sup>2</sup> (E)  $2\sqrt{2}$  m<sup>2</sup>

