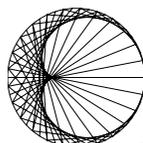




PROGETTO OLIMPIADI DI MATEMATICA
 U.M.I. UNIONE MATEMATICA ITALIANA
 MINISTERO DELLA PUBBLICA ISTRUZIONE

I Giochi di Archimede - Gara Triennio

22 novembre 2012

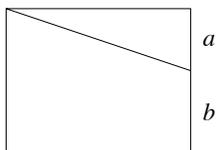


- 1) La prova consiste di 20 problemi; ogni domanda è seguita da cinque risposte indicate con le lettere A, B, C, D, E.
- 2) Una sola di queste risposte è corretta, le altre 4 sono errate. Ogni risposta corretta vale 5 punti, ogni risposta sbagliata vale 0 punti e ogni problema lasciato senza risposta vale 1 punto.
- 3) Per ciascuno dei problemi devi trascrivere la lettera corrispondente alla risposta che ritieni corretta nella griglia riportata qui sotto. Non sono ammesse cancellature o correzioni sulla griglia. NON È CONSENTITO L'USO DI ALCUN TIPO DI CALCOLATRICE.
- 4) **Il tempo totale che hai a disposizione per svolgere la prova è di due ore.** Buon lavoro e buon divertimento.

Nome _____ Cognome _____ Classe _____

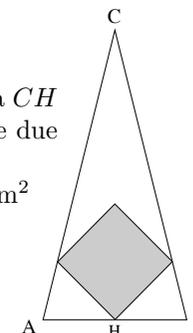
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	

- 1) Marco distribuisce 1260 figurine tra tutti i suoi amici, che sono meno di 100, dando a ciascuno di loro lo stesso numero di figurine e in modo da distribuirle tutte. Qual è il massimo numero di amici che Marco può avere?
 (A) 70 (B) 84 (C) 90 (D) 94 (E) nessuna delle precedenti
- 2) Sapendo che il rettangolo in figura viene diviso dalla linea inclinata in due parti di aree una quadrupla dell'altra, calcolare il rapporto tra le lunghezze dei segmenti a e b .
 (A) $2/3$ (B) $1/4$ (C) $1/5$ (D) $1/2$ (E) $2/5$
- 3) Sul pianeta Papalla un anno è formato da 400 giorni, numerati da 1 a 400; sono considerati festivi i giorni corrispondenti ai multipli di 6. Il nuovo governo di Papalla riforma il calendario, dividendo l'anno in 10 mesi di 40 giorni ciascuno; i giorni di ogni mese vengono ora numerati da 1 a 40, e rimane valida la regola di fare festa nei giorni i cui numeri siano multipli di 6. In seguito alla riforma, il numero

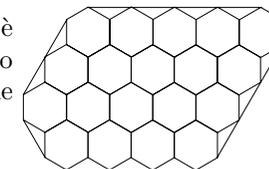


dei giorni festivi in un anno è:
 (A) rimasto invariato (B) aumentato meno del 10% (C) aumentato del 10%
 (D) diminuito meno del 10% (E) diminuito del 10%

- 4) S_1 e S_2 sono due sfere; il volume di S_2 è il doppio del volume di S_1 . Quanto vale il rapporto tra la superficie di S_2 e quella di S_1 ?
 (A) $\sqrt[3]{4}$ (B) 2 (C) $2\sqrt[3]{2}$ (D) $\sqrt{8}$ (E) nessuna delle precedenti
- 5) Matteo per raggiungere la scuola deve effettuare 2 km in salita, e pedalando sulla sua bicicletta riesce ad arrivare in 12 minuti. Al ritorno, andando in discesa per la stessa strada, impiega solo 4 minuti. Qual è la velocità media di Matteo nell'intero tragitto casa-scuola-casa?
 (A) 10 km/h (B) 12 km/h (C) 15 km/h (D) 20 km/h
 (E) nessuna delle precedenti
- 6) Il triangolo isoscele in figura ha base AB di lunghezza 1 m e altezza CH di lunghezza 2 m. Il quadrato al suo interno ha un vertice in H , e due vertici sugli altri due lati: calcolarne l'area.
 (A) $1/5$ m² (B) $5/16$ m² (C) $8/25$ m² (D) $1/3$ m² (E) $1/2$ m²



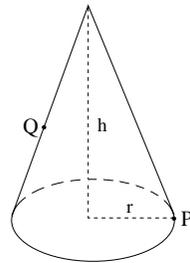
- 7) In una classe gli alunni biondi sono il 40%, del totale mentre i restanti sono castani. Tra tutti gli alunni biondi, il 75% sono femmine. Sapendo che nella classe il numero di femmine è uguale al numero di maschi, qual è la percentuale di maschi castani sul totale degli alunni della classe?
 (A) 20% (B) 25% (C) 30% (D) 40% (E) 50%
- 8) Un pavimento è piastrellato come in figura. In quanti modi è possibile colorare le mattonelle esagonali di blu, rosso e nero in modo che due mattonelle esagonali con un lato in comune non abbiano mai lo stesso colore?
 (A) nessuno (B) 2 (C) 3 (D) 6 (E) infiniti



- 9) Quante sono le coppie di numeri primi (p, q) tali che $p^q + 1$ sia ancora un numero primo? [Nota: 1 non è un numero primo.]
 (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) infinite (E) nessuna delle precedenti

- 10) Al 22 novembre 2012 il prezzo della benzina è dato per il 35% dal costo del prodotto, che è formato a sua volta da diverse voci (petrolio, raffinazione, costi di distribuzione, ecc.). In particolare il costo del petrolio è il 24% del costo del prodotto. Sapendo che il primo dicembre 2012 il prezzo del petrolio aumenterà del 10% e gli altri costi rimarranno invariati, di quanto aumenterà il prezzo della benzina in tale data?
 (A) 10% (B) 2,4% (C) 3,5% (D) 0,84 % (E) nessuna delle precedenti
- 11) Determinare la somma delle cifre del numero $(10^{2012} + 1)^3$.
 (A) 4 (B) 8 (C) 2012 (D) 2013 (E) nessuna delle precedenti
- 12) Quale tra i seguenti è il numero più grande che divide $n^5 - 5n^3 + 4n$, qualsiasi sia il numero naturale $n \geq 3$?
 (A) 15 (B) 35 (C) 60 (D) 120 (E) 240
- 13) Quale tra le seguenti quantità dipendenti da x è minore o uguale a $\frac{1}{6} + x^2$ per ogni numero reale x ?
 (A) $\sqrt{\frac{1}{6} + x^2}$ (B) $-\frac{2}{\sqrt{3}}x$ (C) $(\frac{1}{6} + x)^2$ (D) $\frac{1}{6} + x$
 (E) nessuna delle precedenti

- 14) Il Mago Merlino posa a terra il suo cappello, un cono retto di altezza $h = 20\sqrt{2}$ cm e di base una circonferenza di raggio $r = 10$ cm. Una formica, partendo da un punto P sul bordo del cappello, vuole raggiungere il punto Q situato nel punto medio dell'apotema dalla parte opposta (vedi figura). Quanto misura il cammino più breve che la formica dovrà percorrere sulla superficie del cappello per raggiungere Q ?
 (A) $15\sqrt{3}$ cm (B) $15 + 10\sqrt{2}$ cm (C) $15 + 5\pi$ cm
 (D) $15 + 10\pi$ cm (E) nessuna delle precedenti



- 15) Abbiamo un dado a 4 facce recanti i numeri 1,3,5,7 ed un dado a 8 facce recanti i numeri 2,4,6,8,10,12,14,16 (per ciascun dado ogni faccia ha la stessa probabilità di uscire di ogni altra). Qual è la probabilità che, lanciandoli una sola volta entrambi, si ottenga come somma 11?
 (A) 1/16 (B) 1/8 (C) 1/4 (D) 1/2 (E) 1
- 16) Sapendo che k è un numero intero e che l'equazione $x^{10} + kx^2 + 4 = 0$ ha almeno una soluzione data da un numero intero x , quanti valori distinti può assumere k ?
 (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) infiniti
- 17) Assegnato un numero di due cifre che è un quadrato perfetto, qual è la probabilità che, aggiungendo una cifra a caso tra 1 e 9 a sinistra del numero, si ottenga un multiplo di 11?
 (A) 1/9 (B) 2/9 (C) 3/9 (D) 4/9 (E) dipende dal numero scelto

- 18) Carlo ha sei mele e sei pere: in quanti modi può mettere in fila 6 frutti, in modo tale che tra due mele non ci sia mai nessuna pera?
 (A) 16 (B) 22 (C) 32 (D) 35 (E) 39
- 19) Una cavalletta si sposta compiendo salti di esattamente 10 cm. Il suo moto segue questo schema: compie un certo numero di salti in una data direzione, poi ruota verso la sua sinistra di 120° e compie, nella nuova direzione, il doppio dei salti che aveva effettuato nella precedente direzione. A questo punto ruota nuovamente di 120° verso sinistra e raddoppia ancora una volta il numero dei salti. Sapendo che inizia compiendo un solo salto in una data direzione, a quale distanza dal punto iniziale si troverà dopo 17 salti?
 (A) 20 cm (B) $20\sqrt{3}$ cm (C) 40 cm (D) $40\sqrt{3}$ cm (E) 50 cm
- 20) Sia x un numero reale maggiore di 1 tale che $(x - 1)(x + 1)^{2012} = 1$. Allora:
 (A) $1 < x < 1 + 1/3^{2012}$ (B) $1 + 1/3^{2012} < x < 1 + 1/2^{2012}$
 (C) $1 + 1/2^{2012} < x < 1 + 1/3$ (D) $1 + 1/3 < x < 1 + 1/2$ (E) $x > 2$