PROGETTO OLIMPIADI DI MATEMATICA
U.M.I. UNIONE MATEMATICA ITALIANA
MINISTERO DELLA PUBBLICA ISTRUZIONE
SCUOLA NORMALE SUPERIORE

I Giochi di Archimede -- XVII edizione

ISTRUZIONI GENERALI PER GLI INSEGNANTI

1 Svolgimento della gara del 22 novembre 2011

- La prova deve svolgersi nella mattinata del giorno martedì 22 novembre 2011, possibilmente alla stessa ora in tutto l'istituto.
- Il tempo totale a disposizione degli studenti è fissato in **due ore (120 minuti), sia per la gara del biennio che per quella del triennio**.
- Non è ammesso l'uso di calcolatrici, tavole, testi o appunti personali; agli studenti è concesso solo l'uso di fogli di brutta copia, che **non dovranno** essere consegnati.
- Le risposte riportate nella griglia iniziale del testo stampato saranno l'unico elemento di giudizio; ogni correzione o cancellatura nella griglia va considerata **risposta errata**.
- Si raccomanda di garantire la massima serietà delle prove, curando in particolare che il lavoro venga svolto autonomamente da ciascuno studente in un clima di serenità e di impegno.

2 Valutazione degli elaborati

- Fatta salva la libertà di ciascun insegnante di utilizzare, eventualmente per fini scolastici, gli elaborati delle proprie classi con il criterio di valutazione che ritiene più appropriato, si dovrà assegnare **agli effetti della gara** il seguente punteggio per ogni quesito:
  - risposta esatta: 5 punti
  - risposta errata: 0 punti
  - nessuna risposta (casella bianca): 1 punto.
- Per ciascuna classe partecipante alla prova si chiede la compilazione di una scheda statistica di classe secondo lo schema allegato, da consegnare al referente di istituto (o al Dirigente Scolastico in persona) che provvederà ad aggregare i dati delle singole classi per formulare un'unica scheda statistica di istituto, da inserire nell'area del sito delle olimpiadi appositamente dedicata a ciascun istituto partecipante.
- Auspichiamo che il livello di difficoltà della gara sia adatto agli studenti coinvolti. Ricordiamo tuttavia che la soluzione di tutti i problemi deve ritenersi assolutamente eccezionale, in quanto il loro numero è dovuto al desiderio di offrire un ampio spettro di quesiti in modo che ciascuno possa cimentarsi con quelli a lui più congeniali. La soluzione da parte degli studenti anche soltanto di alcuni problemi, magari inusuali per loro, deve considerarsi dunque un successo in ogni caso.

3 Selezione per la prova di febbraio

- La selezione finale per la partecipazione alla gara di secondo livello (gara provinciale) è demandata per ciascuna provincia ai rispettivi responsabili distrettuali.
- La gara di secondo livello si svolgerà nel mese di febbraio 2012 e sarà finalizzata alla selezione dei partecipanti alla Gara Nazionale e agli stage intensivi di preparazione alle gare stesse. Ricordiamo che la partecipazione degli studenti del biennio alle gare è di fondamentale importanza, pertanto si raccomanda di favorire la massima partecipazione di studenti del biennio e di segnalarne un congruo numero, in vista delle iniziative a loro dedicate.

  A questo fine riteniamo opportuno che una percentuale di **almeno il 35%** dei partecipanti alla gara di febbraio sia costituita da **alunni del biennio**.
- Poiché si ritiene ragionevole una partecipazione alla gara di secondo livello non superiore al 5% dei partecipanti ai Giochi di Archimede, invitiamo a segnalare al referente di istituto e, quindi, al responsabile distrettuale da 1 a 3 alunni per ogni classe con il relativo punteggio.
- Qualora si presentino situazioni particolari (ad esempio numerosi punteggi molto elevati, ovvero alunni dal rendimento scolastico particolarmente brillante autori di elaborati mediocri) queste potranno essere segnalate al responsabile distrettuale, che ne terrà debito conto.
- I moduli elettronici riepilogativi (biennio e triennio) dei risultati di ciascun istituto e le segnalazioni dei nominativi degli alunni per la gara di secondo livello dovranno essere compilati sull'area riservata del sito delle olimpiadi (utilizzando `userid` e `password` inviati con la lettera di invito a partecipare ai giochi) **entro il 20 dicembre 2011**. La Segreteria UMI (tel. 051243190, posta elettronica dipmat.umi@unibo.it) è a disposizione per collaborare con i Responsabili di Istituto che incontrino difficoltà a trasmettere i moduli.

- Si ricorda l'indirizzo del sito delle olimpiadi: `http://olimpiadi.dm.unibo.it/`. Si suggerisce agli studenti e ai docenti interessati di consultare il sito e in particolare i forum, dove si possono trovare informazioni, esercizi, soluzioni e dove vengono annunciate tempestivamente tutte le iniziative "olimpiche", come gli stage locali e nazionali, che sono spesso aperti ai volontari. Infine segnaliamo che sul sito web di Massimo Gobbino (il *preparatore* della nostra squadra nazionale) all'indirizzo `http://www2.ing.unipi.it/~d9199`, si possono trovare lezioni ed esercizi per la preparazione alle Olimpiadi, nella parte "Training olimpico".

Nel ringraziarvi per la collaborazione, auspichiamo uno svolgimento corretto e sereno dei giochi di Archimede.

La Commissione Nazionale per le Olimpiadi di Matematica

PROGETTO OLIMPIADI DI MATEMATICA
U.M.I. UNIONE MATEMATICA ITALIANA
MINISTERO DELLA PUBBLICA ISTRUZIONE
SCUOLA NORMALE SUPERIORE

I Giochi di Archimede

SCHEDA STATISTICA DI CLASSE (BIENNIO)
(Da consegnare al referente di istituto entro il primo dicembre 2011)

GARA DEL BIENNIO

Provincia:__________ Istituto:____________________ Classe/Sezione:____ /__ Numero di partecipanti:________

Esercizio	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Risposte esatte										
Risposte errate										
Nessuna risposta										
Esercizio	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Risposte esatte										
Risposte errate										
Nessuna risposta										

Hanno ottenuto punti	
Da 0 a 25	
Da 26 a 50	
Da 51 a 75	
Da 76 a 100	

Studenti che vengono proposti per la partecipazione alle gare successive (ordinati per punteggio)				
Cognome e Nome	Sesso	Classe	Punti	Indirizzo e–mail
1.				
2.				
3.				
4.				

L'insegnante:________________

Questa scheda va compilata, poi consegnata esclusivamente al referente di istituto.

PROGETTO OLIMPIADI DI MATEMATICA
U.M.I. UNIONE MATEMATICA ITALIANA
MINISTERO DELLA PUBBLICA ISTRUZIONE
SCUOLA NORMALE SUPERIORE

I Giochi di Archimede

SCHEDA STATISTICA DI CLASSE (TRIENNIO)
(Da consegnare al referente di istituto entro il primo dicembre 2011)

GARA DEL TRIENNIO

Provincia:________ Istituto:________________ Classe/Sezione:____ /__ Numero di partecipanti:________

Esercizio	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Risposte esatte													
Risposte errate													
Nessuna risposta													
Esercizio	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
Risposte esatte													
Risposte errate													
Nessuna risposta													

Hanno ottenuto punti	
Da 0 a 30	
Da 31 a 60	
Da 61 a 90	
Da 91 a 125	

Studenti che vengono proposti per la partecipazione alle gare successive (ordinati per punteggio)				
Cognome e Nome	Sesso	Classe	Punti	Indirizzo e–mail
1.				
2.				
3.				
4.				

L'insegnante:____________

Questa scheda va compilata, poi consegnata esclusivamente al referente di istituto.

PROGETTO OLIMPIADI DI MATEMATICA
U.M.I. UNIONE MATEMATICA ITALIANA
MINISTERO DELLA PUBBLICA ISTRUZIONE
SCUOLA NORMALE SUPERIORE

I Giochi di Archimede - Gara Biennio

22 novembre 2011

1) *La prova consiste di 20 problemi; ogni domanda è seguita da cinque risposte indicate con le lettere A, B, C, D, E.*
2) *Una sola di queste risposte è corretta, le altre 4 sono errate. Ogni risposta corretta vale 5 punti, ogni risposta sbagliata vale 0 punti e ogni problema lasciato senza risposta vale 1 punto.*
3) *Per ciascuno dei problemi devi trascrivere la lettera corrispondente alla risposta che ritieni corretta nella griglia riportata qui sotto. Non sono ammesse cancellature o correzioni sulla griglia.* NON È CONSENTITO L'USO DI ALCUN TIPO DI CALCOLATRICE.
4) **Il tempo totale che hai a disposizione per svolgere la prova è di due ore**. *Buon lavoro e buon divertimento.*

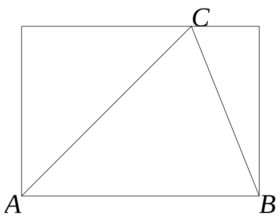
Nome ____________________ *Cognome* ______________________ *Classe* ______

1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*	*11*	*12*	*13*	*14*	*15*	*16*	*17*	*18*	*19*	*20*

1) Quanti sono i numeri di 6 cifre, formati dalle cifre 1, 2, 3, 4, 5, 6, divisibili per 1, 2, 3, 4, 5, 6?
(A) Nessuno, **(B)** 1, **(C)** 18, **(D)** 120, **(E)** 360.

2) Cangrande von Rottweiler, noto cambiavalute, oggi ha scambiato 2 Baiocchi per 3 Dobloni e 2 Dobloni per 1 Baiocco e 3 Carlini. Quanti Carlini servono per fare un Baiocco?
(A) 6, **(B)** 9, **(C)** 10, **(D)** 12, **(E)** non è possibile stabilirlo.

3) Sia ABC un triangolo acutangolo. Costruiamo un rettangolo che abbia un lato coincidente con AB e contenga il punto C sul lato opposto ad AB. Facciamo la stessa costruzione partendo dal lato BC e dal lato CA, ottenendo così tre rettangoli. Allora sicuramente i tre rettangoli hanno:
(A) perimetri uguali, **(B)** aree uguali, **(C)** somma delle lunghezze delle diagonali uguali, **(D)** uguale rapporto tra lato maggiore e lato minore, **(E)** nessuna delle precedenti affermazioni è sicuramente vera.



4) Il piccolo Giangauss legge sul suo libro di Latino "XV= 15"; allora si chiede: "Quante sono le coppie ordinate distinte (X, V) di numeri interi (eventualmente negativi), il cui prodotto è uguale a 15?" ($(2, -1)$ e $(-1, 2)$ sono, ad esempio, due coppie ordinate distinte di numeri interi). Qual è la risposta corretta?
(A) 1, **(B)** 2, **(C)** 4, **(D)** 6, **(E)** 8.

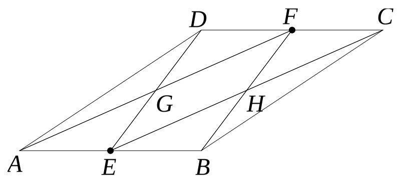
5) Su ogni vertice di una piramide a base quadrata è scritto un numero, che può essere 1, 2 oppure 3, in modo che per ogni faccia (inclusa la base) la somma dei numeri scritti sui suoi vertici sia divisibile per tre. Sapendo che i numeri non sono tutti uguali a 3, quanto vale la somma di tutti i numeri scritti sui vertici?
(A) 6, **(B)** 8, **(C)** 9, **(D)** 12, **(E)** 14.

6) In un parallelogramma di area 1 m^2 le lunghezze di due lati consecutivi sono una il doppio dell'altra. Inoltre uno degli angoli interni misura 60°. Quanto misura la diagonale minore?
(A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ m, **(B)** $\frac{2\sqrt[4]{3}}{3}$ m, **(C)** 1 m, **(D)** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ m, **(E)** $\sqrt[4]{3}$ m.

7) Alla Grande Cena delle Olimpiadi, che si tiene ogni anno durante la manifestazione di Cesenatico, ci sono vari primi e vari secondi piatti. L'anno scorso c'erano 60 modi di scegliere un pasto (ovvero un primo e un secondo). Quest'anno verranno aggiunti dei primi, e ci saranno 68 modi di scegliere un pasto. Quanti primi c'erano, come minimo, lo scorso anno? [Nello scegliere un pasto è possibile abbinare qualsiasi primo a qualsiasi secondo.]
(A) 4, **(B)** 8, **(C)** 10, **(D)** 12, **(E)** 15.

8) Filippo scrive dei numeri sul quaderno. Inizialmente scrive 2; poi, per scrivere un nuovo numero prende l'ultimo numero che ha scritto e gli applica nell'ordine le seguenti operazioni: divide per due, somma due, moltiplica per due, sottrae due. Quanti numeri avrà scritto dopo che avrà annotato il primo numero di quattro cifre?
(A) 1000, **(B)** 998, **(C)** 500, **(D)** 10, **(E)** nessuna delle precedenti.

9) Nel parallelogramma $ABCD$ in figura il segmento BD è perpendicolare ad AB ed E e F sono i punti medi di AB e CD rispettivamente. Calcolare l'area del quadrilatero $GEHF$, sapendo che $AB = 5$ cm e $BD = 2$ cm.
(A) $\frac{15}{8}\,\text{cm}^2$, **(B)** $2\,\text{cm}^2$, **(C)** $\frac{9}{4}\,\text{cm}^2$,
(D) $\frac{5}{2}\,\text{cm}^2$, **(E)** $3\,\text{cm}^2$.

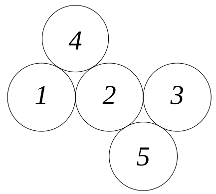


10) Un numero si dice palindromo se la sequenza delle sue cifre non cambia che la si legga da sinistra a destra o da destra a sinistra; ad esempio 36563 è palindromo. Quanti sono i numeri palindromi di 5 cifre tali che la somma delle loro cifre sia

pari?
(A) 450, **(B)** 550, **(C)** 700, **(D)** 900, **(E)** 1000.

11) Gabriella scrive una successione di 10 numeri (eventualmente negativi), in modo che ciascun numero della successione, dal terzo in poi, sia la somma dei due che lo precedono. Il primo numero della successione è 34 mentre l'ultimo è 0. Quanto vale la somma di tutti i numeri della successione?
(A) -34, **(B)** 0, **(C)** 22, **(D)** 68, **(E)** 88.

12) Cinque monete di raggio 1 cm, numerate da 1 a 5, sono disposte su un tavolo come indicato nella figura; i centri delle monete 1, 2 e 3 sono allineati. Si costruisce un quadrilatero che contiene tutte le monete, con un lato tangente alle monete 1 e 5, uno alle monete 5 e 3, uno alle monete 3 e 4 e uno alle monete 4 e 1. Quanto vale l'area del quadrilatero?



(A) $(2\sqrt{3}+2)\,\mathrm{cm}^2$, **(B)** $(4\sqrt{3}+4)\,\mathrm{cm}^2$, **(C)** $8\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$,
(D) $(8\sqrt{3}+8)\,\mathrm{cm}^2$, **(E)** $20\,\mathrm{cm}^2$.

13) Dopo una rissa in campo l'arbitro vuole espellere il capitano di una squadra di calcio. È uno tra Paolo, Andrea e Gabriele ma, siccome nessuno ha la fascia al braccio, non sa qual è dei tre. Paolo dice di non essere il capitano; Andrea dice che il capitano è Gabriele; Gabriele dice che il capitano è uno degli altri due. Sapendo che uno solo dei tre dice la verità, quale delle affermazioni seguenti è sicuramente vera?
(A) Gabriele non è il capitano, **(B)** Andrea dice la verità, **(C)** Paolo dice la verità, **(D)** Andrea è il capitano, **(E)** Gabriele mente.

14) Sapendo che a e b sono due numeri reali positivi tali che $a^2(a-3b) = b^2(b-3a)$, quanti valori diversi può assumere il rapporto $\frac{a}{b}$?
(A) 0, **(B)** 1, **(C)** 3, **(D)** 5, **(E)** infiniti.

15) Marta ha scritto sulla lavagna un numero intero pari. Per 12 volte Marta sostituisce il numero scritto sulla lavagna con il suo quadrato aumentato di 5. Con quali cifre può terminare il numero che si trova scritto sulla lavagna alla fine dei calcoli di Marta?
(A) 0 oppure 4, **(B)** 0, 4 oppure 6, **(C)** 0 oppure 6, **(D)** 4 oppure 6,
(E) può terminare con una qualsiasi cifra pari.

16) In ogni casella di una scacchiera di 8 righe per 8 colonne è scritto un numero intero. Le righe e le colonne della scacchiera sono numerate da 1 a 8, e la casella che sta nella riga 1 e nella colonna 1 è nera. La somma dei numeri scritti nella caselle bianche è 28, mentre la somma dei numeri scritti nelle colonne dispari è 47. Se cambiamo il segno a tutti i numeri che si trovano nelle caselle bianche, quanto diventa la somma dei numeri che si trovano nelle righe dispari?
(A) -14, **(B)** 19, **(C)** 33, **(D)** 75, **(E)** i dati non sono sufficienti a determinarlo.

17) Marco sta per colorare i vertici di una griglia quadrata formata da 100 quadratini di lato 1 cm, usando solo tre colori, secondo un criterio che il suo amico Dino non conosce. Prima che lo faccia, Dino vuole disegnare una circonferenza con centro nel vertice centrale della griglia, di raggio minore possibile, in modo da essere sicuro che essa conterrà almeno tre vertici dello stesso colore. Quanto misura il raggio della circonferenza che Dino deve tracciare? [I vertici possono stare sulla circonferenza o al suo interno.]
(A) 1 cm, **(B)** 2 cm, **(C)** $\sqrt{2}$ cm, **(D)** $\frac{3}{2}$ cm, **(E)** $2\sqrt{2}$ cm.

18) Un triangolo rettangolo ha un cateto lungo 40 cm e il raggio del cerchio inscritto misura 10 cm. Quanto misura l'ipotenusa?
(A) $10\sqrt{3}$ cm, **(B)** 40 cm, **(C)** $20\sqrt{5}$ cm, **(D)** 50 cm , **(E)** 60 cm.

19) In una sequenza di 2011 numeri, il primo è 1 e il secondo è 0; ogni altro termine, è uguale alla differenza dei due termini precedenti: il terzo termine è il secondo meno il primo, il quarto è il terzo meno il secondo, e così via. Quanto vale l'ultimo termine della sequenza?
(A) -2010, **(B)** -1, **(C)** 0, **(D)** 1, **(E)** 2011.

20) Un re occupa una casella di una scacchiera illimitata in ogni direzione. Quante sono le possibili caselle in cui può trovarsi dopo aver fatto cinque mosse, sapendo che non è passato mai due volte sulla stessa casella? [Quando fa una mossa, il re si sposta in una qualsiasi delle otto caselle che hanno almeno un vertice in comune con la casella in cui si trova.]
(A) 40, **(B)** 80, **(C)** 99, **(D)** 100, **(E)** 120.

PROGETTO OLIMPIADI DI MATEMATICA
U.M.I. UNIONE MATEMATICA ITALIANA
MINISTERO DELLA PUBBLICA ISTRUZIONE
SCUOLA NORMALE SUPERIORE

I Giochi di Archimede - Gara Triennio

22 novembre 2011

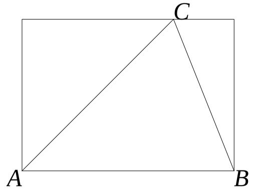
1) La prova consiste di 25 problemi; ogni domanda è seguita da cinque risposte indicate con le lettere A, B, C, D, E.
2) Una sola di queste risposte è corretta, le altre 4 sono errate. Ogni risposta corretta vale 5 punti, ogni risposta sbagliata vale 0 punti e ogni problema lasciato senza risposta vale 1 punto.
3) Per ciascuno dei problemi devi trascrivere la lettera corrispondente alla risposta che ritieni corretta nella griglia riportata qui sotto. Non sono ammesse cancellature o correzioni sulla griglia. NON È CONSENTITO L'USO DI ALCUN TIPO DI CALCOLATRICE.
4) **Il tempo totale che hai a disposizione per svolgere la prova è di due ore**. *Buon lavoro e buon divertimento.*

Nome ______________ *Cognome* ______________ *Classe* ______

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25

1) Quanti sono i numeri di 6 cifre, formati dalle cifre 1, 2, 3, 4, 5, 6, divisibili per 1, 2, 3, 4, 5, 6?
(A) Nessuno, **(B)** 1, **(C)** 18, **(D)** 120, **(E)** 360.

2) Sia ABC un triangolo acutangolo. Costruiamo un rettangolo che abbia un lato coincidente con AB e contenga il punto C sul lato opposto ad AB. Facciamo la stessa costruzione partendo dal lato BC e dal lato CA, ottenendo così tre rettangoli. Allora sicuramente i tre rettangoli hanno:
(A) perimetri uguali, **(B)** aree uguali, **(C)** somma delle lunghezze delle diagonali uguali, **(D)** uguale rapporto tra lato maggiore e lato minore, **(E)** nessuna delle precedenti affermazioni è sicuramente vera.

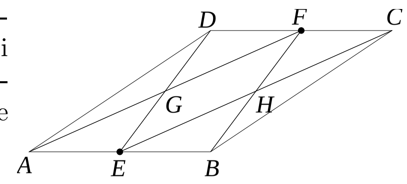


3) Su ogni vertice di una piramide a base ottagonale è scritto un numero, che può essere 1, 2 oppure 3, in modo che per ogni faccia (inclusa la base) la somma dei numeri scritti sui suoi vertici sia divisibile per tre. Sapendo che i numeri non sono tutti uguali a 3, quanto vale la somma di tutti i numeri scritti sui vertici?
(A) 12, **(B)** 14, **(C)** 15, **(D)** 18, **(E)** 21.

4) m e n sono due numeri interi positivi, tali che $m - n = 7$. Quanti sono i valori compresi tra 0 e 2011 (estremi inclusi) che possono essere assunti da $m + 5n$?
(A) 6, **(B)** 334, **(C)** 670, **(D)** 1005, **(E)** 2012.

5) Alla Grande Cena delle Olimpiadi, che si tiene ogni anno durante la manifestazione di Cesenatico, ci sono vari primi e vari secondi piatti. L'anno scorso c'erano 60 modi di scegliere un pasto (ovvero un primo e un secondo). Quest'anno verranno aggiunti dei primi, e ci saranno 68 modi di scegliere un pasto. Quanti primi c'erano, come minimo, lo scorso anno? [Nello scegliere un pasto è possibile abbinare qualsiasi primo a qualsiasi secondo.]
(A) 4, **(B)** 8, **(C)** 10, **(D)** 12, **(E)** 15.

6) Nel parallelogramma $ABCD$ in figura il segmento BD è perpendicolare ad AB ed E e F sono i punti medi di AB e CD rispettivamente. Calcolare l'area del quadrilatero $GEHF$, sapendo che $AB = 5$ cm e $BD = 2$ cm.
(A) $\frac{15}{8}\,\text{cm}^2$, **(B)** $2\,\text{cm}^2$, **(C)** $\frac{9}{4}\,\text{cm}^2$, **(D)** $\frac{5}{2}\,\text{cm}^2$, **(E)** $3\,\text{cm}^2$.



7) Un numero si dice palindromo se la sequenza delle sue cifre non cambia che la si legga da sinistra a destra o da destra a sinistra; ad esempio 36563 è palindromo. Quanti sono i numeri palindromi di 5 cifre tali che la somma delle loro cifre sia pari?
(A) 450, **(B)** 550, **(C)** 700, **(D)** 900, **(E)** 1000.

8) Gabriella scrive una successione di 10 numeri (eventualmente negativi), in modo che ciascun numero della successione, dal terzo in poi, sia la somma dei due che lo precedono. Il primo numero della successione è 34 mentre l'ultimo è 0. Quanto vale la somma di tutti i numeri della successione?
(A) -34, **(B)** 0, **(C)** 22, **(D)** 68, **(E)** 88.

9) La media delle ampiezze degli angoli interni di un poligono è 175°. Quanti lati ha il poligono?
(A) 18, **(B)** 25, **(C)** 60, **(D)** 72, **(E)** 80.

10) a, b e c sono tre numeri reali, tutti diversi tra loro. Per quanti numeri reali x, al massimo, possono valere le uguaglianze: $ax + b = bx + c = cx + a$?
(A) Nessuno, **(B)** 1, **(C)** 3, **(D)** 4, **(E)** almeno 5.

11) Un canguro e una rana si trovano inizialmente sullo stesso vertice di un poligono regolare di 41 lati, e comiciano a fare dei salti. La rana salta sempre da un vertice a quello adiacente, in senso antiorario, mentre il canguro salta dal vertice in cui si trova a quello in cui c'è la rana. La sequenza dei salti è questa: la rana fa un

salto, il canguro fa un salto; la rana fa due salti, il canguro fa un salto; la rana fa tre salti, il canguro fa un salto, e così via. Dopo che il canguro ha fatto 40 salti, quante volte è tornato sul vertice di partenza?
(A) 0, **(B)** 1, **(C)** 2, **(D)** 3, **(E)** 4.

12) Diciamo che una coppia di numeri naturali (a, b) è *bella* se comunque si scelga una coppia di numeri naturali (c, d) tali che $ab = cd$, vale $a + b = c + d$. Quante sono le coppie belle?
(A) Nessuna, **(B)** una, **(C)** cinque, **(D)** sette, **(E)** più di otto.

13) Marta ha scritto sulla lavagna un numero intero pari. Per 12 volte Marta sostituisce il numero scritto sulla lavagna con il suo quadrato aumentato di 5. Con quali cifre può terminare il numero che si trova scritto sulla lavagna alla fine dei calcoli di Marta?
(A) 0 oppure 4, **(B)** 0, 4 oppure 6, **(C)** 0 oppure 6, **(D)** 4 oppure 6,
(E) può terminare con una qualsiasi cifra pari.

14) In ogni casella di una scacchiera di 8 righe per 8 colonne è scritto un numero intero. Le righe e le colonne della scacchiera sono numerate da 1 a 8, e la casella che sta nella riga 1 e nella colonna 1 è nera. La somma dei numeri scritti nella caselle bianche è 28, mentre la somma dei numeri scritti nelle colonne dispari è 47. Se cambiamo il segno a tutti i numeri che si trovano nelle caselle bianche, quanto diventa la somma dei numeri che si trovano nelle righe dispari?
(A) -14, **(B)** 19, **(C)** 33, **(D)** 75, **(E)** i dati non sono sufficienti a determinarlo.

15) Ciascuno dei quattro amici Anna, Erica, Lorenzo e Giuseppe, mente sempre o dice sempre la verità. Anna dice: "Erica mente sempre"; Erica dice: "Giuseppe dice sempre il vero"; Giuseppe dice: "Anna mente sempre"; infine Lorenzo dice: "Anna, Erica e Giuseppe mentono sempre". Quanti sono, al massimo, quelli che mentono sempre?
(A) 1, **(B)** 2, **(C)** 3, **(D)** 4, **(E)** nessuna delle precedenti.

16) ABC è un triangolo isoscele, con $\overline{AB} = \overline{AC} = 10$ cm. D ed E sono due punti su AB e AC rispettivamente, entrambi distanti 6 cm da A, e H è il piede dell'altezza di ABC relativa a BC. Calcolare il rapporto tra le aree di ABC e di DHE.
(A) $\frac{25}{9}$, **(B)** $\frac{25}{12}$, **(C)** $\frac{10}{6}$, **(D)** $\frac{25}{6}$, **(E)** $\frac{9}{4}$.

17) Sapendo che l'equazione $ax^2 - bx + c = 0$, con $a > 1$, ha due soluzioni positive strettamente minori di 1, possiamo affermare sicuramente che:
(A) $c+b < 3a$, **(B)** $c \leq b < a$, **(C)** $b \leq c$, **(D)** $c \leq b < 2$, **(E)** $b < 2$ e $c < a$.

18) Gabriella ha un grande dado a sei facce completamente bianco, tranne che per i numeri scritti sulle facce, e vuole colorare tutte le facce e tutti i vertici del dado, usando il rosso, il blu, il verde e il giallo, in modo che non ci siano due facce adiacenti (cioè con un lato in comune) con lo stesso colore e ogni vertice abbia colore diverso da tutte le facce a cui appartiene. In quanti modi diversi lo può fare?
(A) 24 **(B)** 48, **(C)** 96, **(D)** 264, **(E)** 4^6.

19) Quante terne ordinate (p, q, r), formate da numeri primi minori di 100, verificano $p^2 + q^2 = r$? [1 non è un numero primo.]
(A) 2, **(B)** 4, **(C)** 6, **(D)** 8, **(E)** 16.

20) Nel quadrilatero $ABCD$ le diagonali sono ortogonali tra loro e gli angoli in B e in D sono retti. Inoltre $\overline{AB} = \overline{AD} = 20$ cm, $\overline{BC} = \overline{CD} = 30$ cm. Calcolare il raggio della circonferenza inscritta in $ABCD$.
(A) 15 cm, **(B)** $5\sqrt{13}$ cm, **(C)** 10 cm, **(D)** $6\sqrt{5}$ cm, **(E)** 12 cm.

21) In un torneo ci sono 20 partecipanti. Ad ogni turno vengono estratti due tra i partecipanti ancora in gara, e questi disputano una partita. Ogni partecipante che sia stato sconfitto due volte viene eliminato e l'ultimo concorrente che resta vince. Sapendo che il vincitore non ha mai perso, quante partite si sono disputate in tutto?
(A) 19, **(B)** 38, **(C)** 40, **(D)** 380, **(E)** non ci sono dati sufficienti.

22) Su un foglio è disegnato il quadrato $ABCD$. Il foglio viene piegato (lungo una linea retta) in modo che B vada a coincidere con il punto medio di DC. Il lato BC viene diviso dalla piegatura in due segmenti di lunghezze a e b, con $a \leq b$. Quanto vale b/a?
(A) 2, **(B)** 1, **(C)** 5/3, **(D)** 25/9, **(E)** $\sqrt{5}/2$.

23) La polizia indaga su una rapina. I cinque indagati, tra cui c'è sicuramente il colpevole e forse anche qualche suo complice, interrogati dichiarano: A: "B è colpevole. D è uno dei complici." B: "E è innocente. A è uno dei complici." C: "E è il colpevole. D è innocente." D: "Il colpevole è effettivamente E. A è stato suo complice." E: "A era uno dei complici. C è il colpevole." Sapendo che il colpevole mente su tutto, gli eventuali complici, per paura, rendono una dichiarazione vera ed una falsa e le persone innocenti, infine, dicono sempre la verità, quanti sono i complici?
(A) 0, **(B)** 1, **(C)** 2, **(D)** 3, **(E)** è impossibile determinarlo.

24) Abbiamo una sequenza di 2011 numeri, di cui indichiamo con a_n il termine n-esimo. Sapendo che $a_1 = 1$, e che per ogni $n \geq 2$, $a_n = a_{n-1}(3n + 1)$, trovare le ultime quattro cifre del termine a_{2011}.
(A) 0000, **(B)** 3400, **(C)** 6000, **(D)** 6031, **(E)** 6034.

25) Re Tal dei Tali si trova al centro di una scacchiera di tre righe e tre colonne. Quanti sono i possibili percorsi distinti di 3 mosse che Re Tal dei Tali può effettuare all'interno della scacchiera ? [Quando fa una mossa, il re si sposta in una qualsiasi delle caselle che hanno in comune almeno un vertice con la casella in cui si trova.]
(A) 36, **(B)** 54, **(C)** 84, **(D)** 121, **(E)** 168.