

I Giochi di Archimede - Gara Triennio

2 dicembre 1998

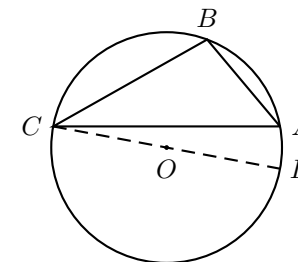
- 1) La prova consiste di 25 problemi; ogni domanda è seguita da cinque risposte indicate con le lettere A, B, C, D, E.
- 2) Una sola di queste risposte è corretta, le altre 4 sono errate. Ogni risposta corretta vale 5 punti, ogni risposta sbagliata vale 0 punti e ogni problema lasciato senza risposta vale 1 punto.
- 3) Per ciascuno dei problemi devi trascrivere la lettera corrispondente alla risposta che ritieni corretta nella griglia riportata qui sotto. Non sono ammesse cancellature o correzioni sulla griglia. NON È CONSENTITO L'USO DI ALCUN TIPO DI CALCOLATRICE.
- 4) Il tempo totale che hai a disposizione per svolgere la prova è 1 ora e mezza. Buon lavoro e buon divertimento.

Nome _____ Cognome _____ Classe _____

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	

- 1) Se i numeri $0, 3; 0, \bar{3}; (0, \bar{3})^2; \frac{1}{0,3}; \frac{1}{0, \bar{3}}$ vengono messi in ordine crescente, il terzo numero è
(A) $0,3$ (B) $0, \bar{3}$ (C) $(0, \bar{3})^2$ (D) $\frac{1}{0,3}$ (E) $\frac{1}{0, \bar{3}}$.
- 2) La città del mistero dista 500 km da Topolinia e 1200 km da Paperopoli. Qual è il minimo valore possibile per la distanza tra Topolinia e Paperopoli?
(A) 500 km (B) 700 km (C) 1200 km (D) 1300 km (E) 1700 km.
- 3) Vi sono tre circonferenze tangenti esternamente a due a due. Esse hanno raggio uguale rispettivamente a 1, 2, 3. Il raggio della circonferenza circoscritta al triangolo che ha per vertici i tre centri delle circonferenze è allora uguale a
(A) 2 (B) 2,5 (C) 3 (D) π (E) non è possibile determinarlo.
- 4) Si considerino i due numeri $x = \left(\sqrt{3}\sqrt{2}\right)^{\sqrt{2}}$ e $y = \left(\sqrt{2}\sqrt{3}\right)^{\sqrt{3}}$. Si ha che
(A) $x = y$ (B) $x > y$ (C) $x < y$ (D) $x^2 - y^2 > 1$
(E) x e y non si possono confrontare.

- 5) Un poligono regolare ha n lati e $4n$ diagonali. Quanto vale n ?
(A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11 (E) 12.
- 6) Sappiamo che una sola delle tre seguenti relazioni è vera: $x = 5, x > 5, x \leq 5$. Quale delle seguenti affermazioni è sicuramente vera?
(A) $x = 5$ (B) $x \neq 5$ (C) $x > 5$ (D) $x < 5$ (E) $x \geq 5$.
- 7) Due cerchi complanari di raggio 1 sono disposti in modo tale che la circonferenza di ognuno passa per il centro dell'altro. Qual è l'area dell'intersezione dei due cerchi?
(A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{3} + \pi}{2}$ (C) $\frac{\pi}{2}$ (D) $\sqrt{3}$ (E) nessuna delle precedenti.
- 8) I numeri 1, 2, 3 e 4 vengono estratti da un'urna in un ordine qualsiasi. Qual è la probabilità che i primi 3 numeri estratti siano in ordine crescente?
(A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{6}$ (D) $\frac{1}{8}$ (E) $\frac{1}{12}$.
- 9) In una classe ci sono 30 alunni. La maestra li divide in 5 squadre di 6 alunni e poi organizza una gara a squadre. Alla fine della gara distribuisce caramelle a tutti gli alunni, facendo in modo che ogni componente dell'unica squadra vincitrice riceva il doppio di caramelle rispetto agli alunni delle rimanenti squadre. Sapendo che in tutto la maestra distribuisce 540 caramelle, quante caramelle riceve ogni vincitore?
(A) 15 (B) 18 (C) 27 (D) 30 (E) 36.
- 10) Supponiamo che, nel cerchio in figura, l'angolo $B\hat{A}C$ sia di 35° . Sia CD il diametro passante per C , quanto vale $B\hat{C}D$?
(A) 35°
(B) 45°
(C) 50°
(D) 55°
(E) nessuna delle precedenti.
- 11) Qual è la negazione di "tutti i numeri perfetti sono pari"? (Non è necessario sapere cos'è un numero perfetto.)
(A) Tutti i numeri perfetti sono dispari
(B) c'è almeno un numero perfetto dispari
(C) c'è almeno un numero pari che non è perfetto
(D) nessun numero dispari è perfetto
(E) nessun numero pari è perfetto.



12) Segando un pezzo di legno a forma di parallelepipedo rettangolo si vuole estrarre un altro parallelepipedo di dimensioni $3 \text{ cm} \times 4 \text{ cm} \times 5 \text{ cm}$ facendo tre tagli paralleli alle facce. Lavorando con la sega si può solo garantire che le dimensioni reali si discosteranno di al più 1 mm da quelle desiderate. Quanto si può discostare, al più, il volume del parallelepipedo costruito da quello del parallelepipedo desiderato?

- (A) Circa $0,5 \text{ cm}^3$ (B) circa $1,2 \text{ cm}^3$ (C) circa 2 cm^3 (D) circa $2,4 \text{ cm}^3$
 (E) circa $4,8 \text{ cm}^3$.

13) Qual è la probabilità che lanciando tre volte un dado la somma dei valori ottenuti sia minore o uguale a 5?

- (A) Meno del 3% (B) tra 3% e 5% (C) tra 5% e 7% (D) tra 7% e 9%
 (E) più del 9%.

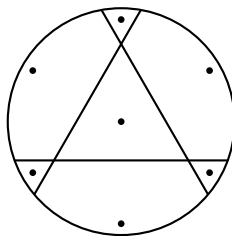
14) Quale dei seguenti numeri termina con il maggior numero di zeri?

- (A) $2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^5$ (B) $2^3 \cdot 3^5 \cdot 5^2$ (C) $2^5 \cdot 5^3 \cdot 3^2$ (D) $4^4 \cdot 5^6 \cdot 6^4$ (E) $4^6 \cdot 6^5 \cdot 5^4$.

15) Siano x e y numeri reali tali che $xy < x$. Quale delle seguenti affermazioni è sicuramente falsa?

- (A) $x^2y > x^2$ (B) $y \geq 1$ (C) $xy^2 > xy + 3$ (D) $xy^2 = xy$
 (E) $x^2 + y^2 \leq 4(y - 1)$.

16) Antonio e Barbara compiono gli anni lo stesso giorno. Antonio compie 7 anni e, sistemando opportunamente le candeline, con tre tagli rettilinei può dividere la sua torta di compleanno in modo che ogni parte contenga esattamente una candelina (vedi figura a fianco). Barbara riesce a fare la stessa operazione con la sua torta facendo 4 tagli rettilinei, ma sa che il prossimo anno 4 tagli non basteranno più, comunque siano disposte le candeline. Quanti anni compie Barbara?



- (A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 14 (E) 16.

17) Sia G il baricentro del triangolo ABC . Sapendo che $AB < AC < BC$, quale fra i triangoli GAB , GAC , GBC ha area massima?

- (A) GAB (B) GAC (C) GBC (D) hanno tutti la stessa area
 (E) dipende dalle lunghezze dei lati di ABC .

18) Qual è il più piccolo intero di cinque cifre divisibile per 3 e per 13?

- (A) 10011 (B) 10020 (C) 10036 (D) 10062 (E) nessuno dei precedenti.

19) Quanti triangoli equilateri sono presenti in questa figura?

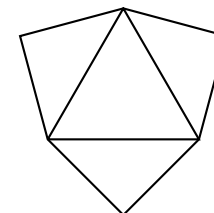
- (A) 16
 (B) 20
 (C) 25
 (D) 26
 (E) 27.



20) Due matematici, Andrea e Sara, si incontrano una sera. Andrea dice "la somma delle cifre della mia età è uguale alla somma delle cifre della tua età", e Sara risponde "ma il prossimo anno la mia somma sarà il quadruplo della tua", al che Andrea ribatte "sì, ma fra due anni le nostre somme saranno nuovamente uguali". Tenuto conto che nessuno dei due ha ancora raggiunto i 100 anni, quanti anni ha Sara?

- (A) Meno di 20 (B) tra 21 e 30 (C) tra 31 e 40 (D) più di 40
 (E) non si può stabilire univocamente.

21) La figura a fianco è lo sviluppo di una piramide retta avente come base un triangolo equilatero di lato 1 e come facce laterali tre triangoli rettangoli isosceli uguali. Il volume della piramide è



- (A) $\frac{1}{24}$ (B) $\frac{\sqrt{2}}{24}$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{24}$ (D) $\frac{1}{12}$ (E) $\frac{\sqrt{5}}{24}$.

22) Su un'isola vivono tre categorie di persone: i cavalieri, che dicono sempre la verità, i furfanti, che mentono sempre, ed i paggi che dopo una verità dicono sempre una menzogna e viceversa. Sull'isola incontro un vecchio, un ragazzo e una ragazza.

Il vecchio afferma: "Io sono paggio"; "Il ragazzo è cavaliere".

Il ragazzo dice: "Io sono cavaliere"; "La ragazza è paggio".

La ragazza afferma infine: "Io sono furfante"; "Il vecchio è paggio".

Si può allora affermare che tra i tre:

- (A) c'è esattamente un paggio
 (B) ci sono esattamente due paggi
 (C) ci sono esattamente tre paggi
 (D) non c'è alcun paggio
 (E) il numero dei paggi non è sicuro.

23) Quale fra le seguenti espressioni rappresenta la metà di 4^{1998} ?

- (A) 2^{1998} (B) 4^{1997} (C) 2^{999} (D) 4^{999} (E) 2^{3995} .

24) Sappiamo che $x = 0,9\dots$ e che $1/x = 1,1\dots$ (i puntini indicano che le ulteriori cifre decimali sono state omesse). Qual è la cifra che viene subito dopo il 9 nello sviluppo decimale di x ?

- (A) 0 (B) 1 (C) 9 (D) non si può determinare univocamente
 (E) nessuno dei precedenti.

25) Quale dei seguenti numeri NON divide $100!$ (ricordiamo che $100! = 100 \cdot 99 \cdot 98 \dots 3 \cdot 2 \cdot 1$)?

- (A) 1968 (B) 1988 (C) 1998 (D) 2008 (E) 2048.