

PROVA INVALSI 2012-2013

Soluzioni

D1 - A

Osserva la seguente fotografia:



Gli automobilisti che precedono l'autoambulanza vedono riflessa nello specchietto retrovisore la scritta:

AMBULANZA

Se la parola "AMBULANZA" fosse scritta normalmente sulle autoambulanze, in quale dei seguenti modi gli automobilisti la vedrebbero riflessa nello specchietto retrovisore?

A. 

D2 - D

La stampante laser L in un minuto stampa il triplo delle pagine della stampante deskjet D.

Quando L e D lavorano contemporaneamente stampano in tutto 24 pagine al minuto.

Se D viene sostituita con una stampante laser identica a L, quante pagine potranno essere stampate complessivamente in un minuto?

- A. 24 B. 30 C. 36 D. 48

Soluzione

Si pone:

Velocità stampante deskjet = x

Velocità stampante Laser = $3x$

Pertanto $x + 3x = 24$; $4x = 24$; $x = 6$.

Quindi la velocità della stampante laser è $v_L = 3 \cdot x = 18 \text{ p/m}$.

In conclusione due stampanti laser stampano in un minuto:

$2 \cdot 18 \text{ pagine} = 36 \text{ pagine}$.

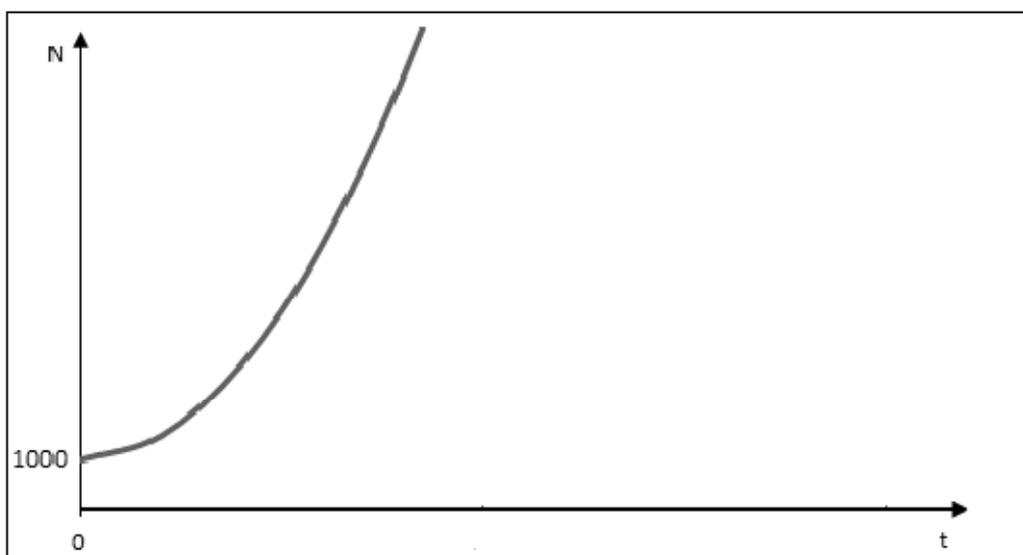
D3A - A

Una popolazione batterica aumenta nel tempo con un tasso di crescita costante (cioè la variazione percentuale del numero di batteri tra un qualunque giorno e il giorno precedente è costante).

La seguente tabella riporta il numero N di milioni di batteri della popolazione al trascorrere dei giorni:

numero di giorni trascorsi	0	1	2	3	4	5	...
	1000	1100	1210	1331

a. Quale fra i seguenti grafici può rappresentare l'andamento del numero N di batteri al variare del tempo t , in almeno 20 giorni?



b. Quanti milioni di batteri ci saranno il quinto giorno?

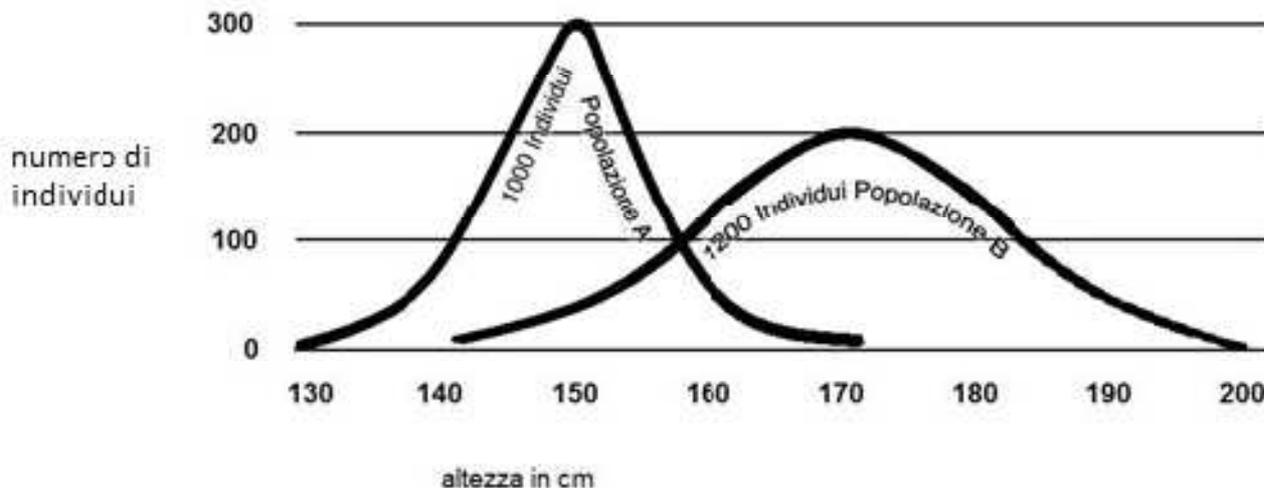
Soluzione

numero di giorni trascorsi	0	1	2	3	4	5
	1000	$1000 + 100 = 1100$	$1100 + 110 = 1210$	$1210 + 121 = 1331$	$1331 + 133,1 = 1464,1$	$1464,1 + 146,41 = 1610,51$

Risposta: 1610,51 milioni di batteri

D4 - F F F V

Nel seguente grafico sono riportate le distribuzioni delle altezze di 1000 individui di una popolazione A e di 1200 individui di una popolazione B.

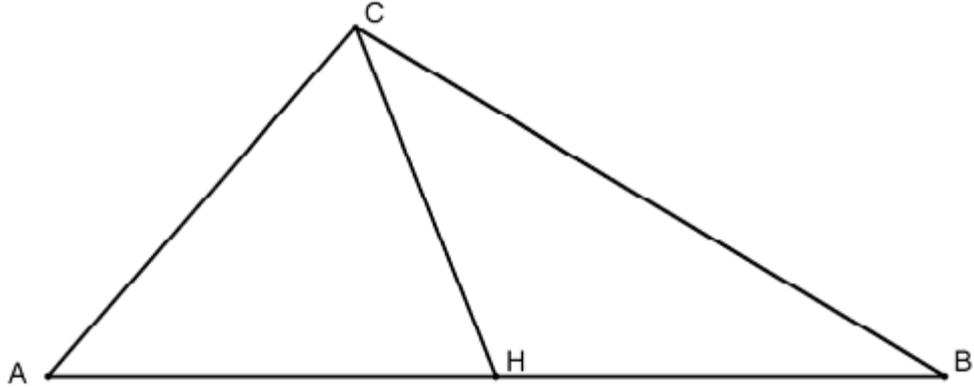


Sulla base delle informazioni fornite dal grafico, indica se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera (V) o falsa (F).

a	Gli individui della popolazione A sono mediamente più alti degli individui della popolazione B	F
b	Ogni individuo della popolazione A è più alto di ogni individuo della popolazione B	F
c	Più della metà degli individui della popolazione A ha un'altezza minore di 155	F
d	Gli individui più alti della popolazione B sono più bassi degli individui più alti della popolazione A	V

D5 - A

H è il punto medio del lato AB del triangolo ABC.



I triangoli AHC e HBC hanno la stessa area perché

A. La distanza di C da AB è la stessa nei due triangoli e $AH = HB$

D6 – D

Un atomo di idrogeno contiene un protone la cui massa m_P è all'incirca $2 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, e un elettrone la cui massa m_E è all'incirca $9 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$.

Quale tra i seguenti valori approssima meglio la massa totale dell'atomo di idrogeno (cioè $m_P + m_E$) ?

Soluzione

$$\begin{aligned} m_P + m_E &= (20000 \cdot 10^{-31} + 9 \cdot 10^{-31}) \text{ kg} = (20009 \cdot 10^{-31}) \text{ kg} \cong \\ &\cong (20000 \cdot 10^{-31}) \text{ kg} \cong (2 \cdot 10^{-27}) \text{ kg} . \end{aligned}$$

D7a – D

Considera un quadrato di lato a .

a. Se si aumenta il lato a del 20%, si ottiene un nuovo quadrato di lato b . Quale delle seguenti espressioni rappresenta la misura di b ?

$$b = 1,20 a$$

D7b – B

b. Di quanto aumenta in percentuale l'area del quadrato di lato b rispetto all'area del quadrato di lato a ?

Soluzione

$$\Delta S = (1,2a)^2 - a^2 = 1,44a^2 - a^2 = 0,44 a^2 = 44\%$$

D8 - B

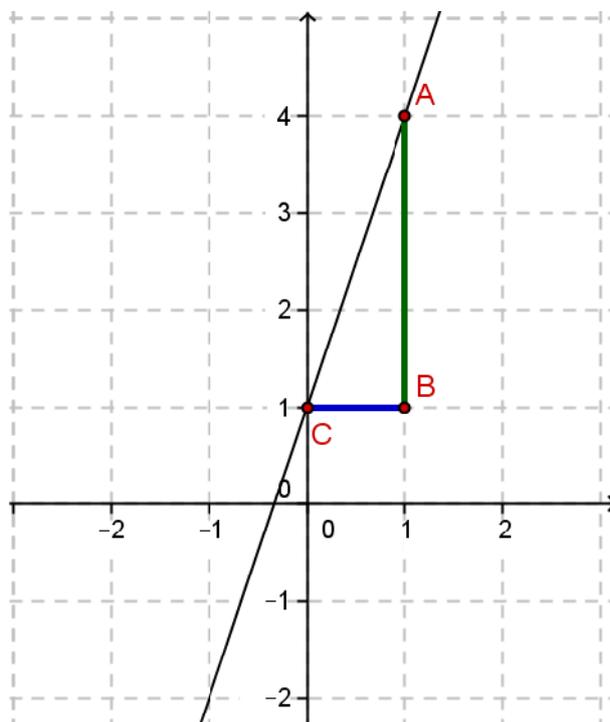
Considera la funzione definita da: $y = 3x + 1$.

Soluzione

$$y = mx + q$$

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{4 - 1}{1 - 0} = 3$$

$q = 1$ (ordinata del punto di contatto con l'asse y)



Quale valore di y si ottiene per $x = 0$?

$$y = 1$$

Per quale valore di x si ottiene $y = 0$?

$$x = -\frac{1}{3}$$

Per quali valori di x la y assume valori positivi?

$$x > -\frac{1}{3}$$

D9 - C

Su una risma di carta di fogli di formato A4 è scritto:

80 g/m^2 (cioè 80 grammi al metro quadrato);

A4 210x297 mm (cioè le dimensioni di un foglio A4 sono 0,210 m per 0,297 m).

Un foglio A4 è all'incirca:

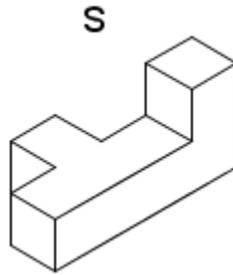
Soluzione

$$\text{Superficie}_{\text{Foglio}} = 0,210 \text{ m} \cdot 0,297 \text{ m} = 0,06237 \text{ m}^2$$

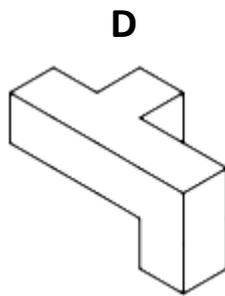
$$\text{Peso}_{\text{Foglio}} = 0,06237 \text{ m}^2 \cdot 80 \frac{\text{g}}{\text{m}^2} = 4,9896 \text{ g} \cong 5 \text{ g}.$$

D10 - D

Se il solido S viene fatto ruotare, quale tra le seguenti configurazioni non può assumere?



Soluzione



D11a - A

Una fabbrica utilizza due diversi macchinari, M1 e M2, per produrre tondini.

M1 ha un indice di qualità uguale a 0,96 (cioè la probabilità che un tondino che esce da M1 non sia difettoso è del 96%), mentre M2 ha indice di qualità uguale a 0,98.

a. La probabilità che un tondino esca da M2 difettoso è:

Soluzione

$$p(M2D) = 1 - 0,98 = 0,02 = 2\%$$

b. Per la realizzazione di tondini metallici, M1 e M2 lavorano in serie, cioè ogni tondino viene lavorato prima da M1 e poi da M2.

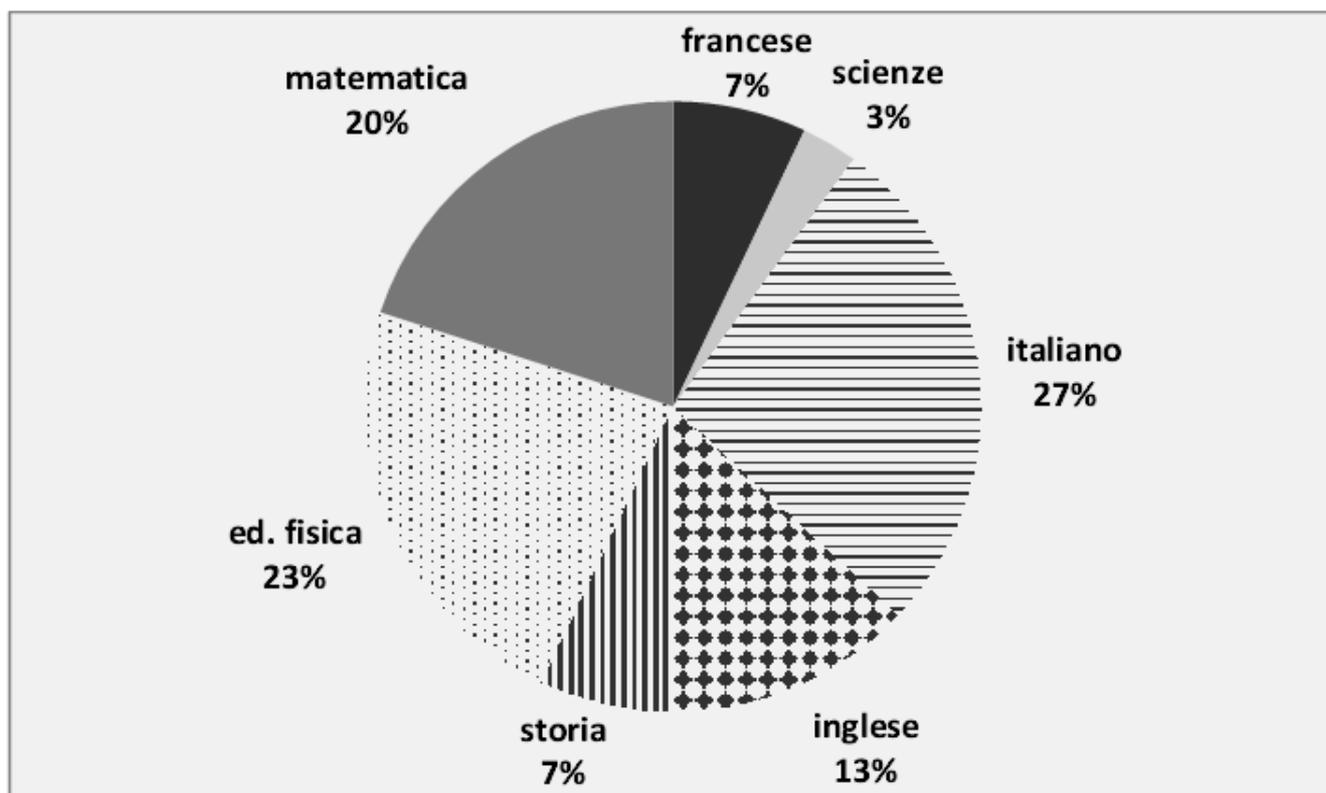
Supponiamo che gli eventi “M1 produce un tondino non difettoso” e “M2 produce un tondino non difettoso” siano fra loro indipendenti; allora la probabilità che un tondino non sia difettoso alla fine del ciclo di produzione (cioè dopo essere stato lavorato sia da M1 che da M2) è:

Soluzione

$$p(\overline{M1D} \cap \overline{M2D}) = 0,96 \cdot 0,98 = 0,9408 = 94,08\% .$$

D12 - 240 D

In una scuola frequentata da 800 studenti si sceglie un campione di 300 studenti per un sondaggio sulla materia preferita. I risultati del sondaggio sono rappresentati nel seguente diagramma.



a. Qual è il numero di studenti del campione che non hanno indicato come materia preferita la matematica?

Soluzione

$$x = 80\% \cdot 300 = \frac{80}{100} \cdot 300 = 240$$

b. Qual è la probabilità che uno studente, scelto a caso dal campione, abbia indicato come materia preferita la matematica?

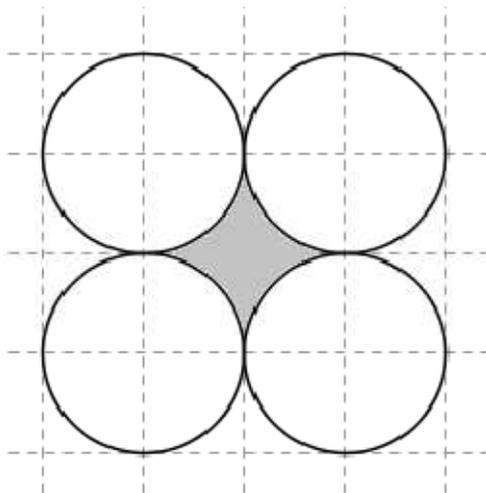
Soluzione

$$p(M) = 20\% = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}.$$

$$D13 - B (100 - 25\pi) \text{ cm}^2$$

Ricorda che la lunghezza di una circonferenza si calcola moltiplicando il suo diametro per π e che l'area di un cerchio si ottiene moltiplicando il quadrato del suo raggio per π .

Quattro circonferenze, ciascuna con diametro 10 cm, sono tangenti a due a due come mostrato nella seguente figura.



a. Il perimetro della regione evidenziata in grigio misura in centimetri:

Soluzione

$$C = 2 \cdot 5 \pi \text{ cm} = 10\pi \text{ cm} .$$

b. La superficie della regione evidenziata in grigio misura

Soluzione

$$S = (100 - 25\pi) \text{ cm}^2 .$$

D14 - B

Un automobilista percorre i primi 120 km di un certo percorso alla velocità media di 60 km/h e i successivi 120 km alla velocità media di 120 km/h.

Qual è la sua velocità media durante l'intero percorso?

Soluzione

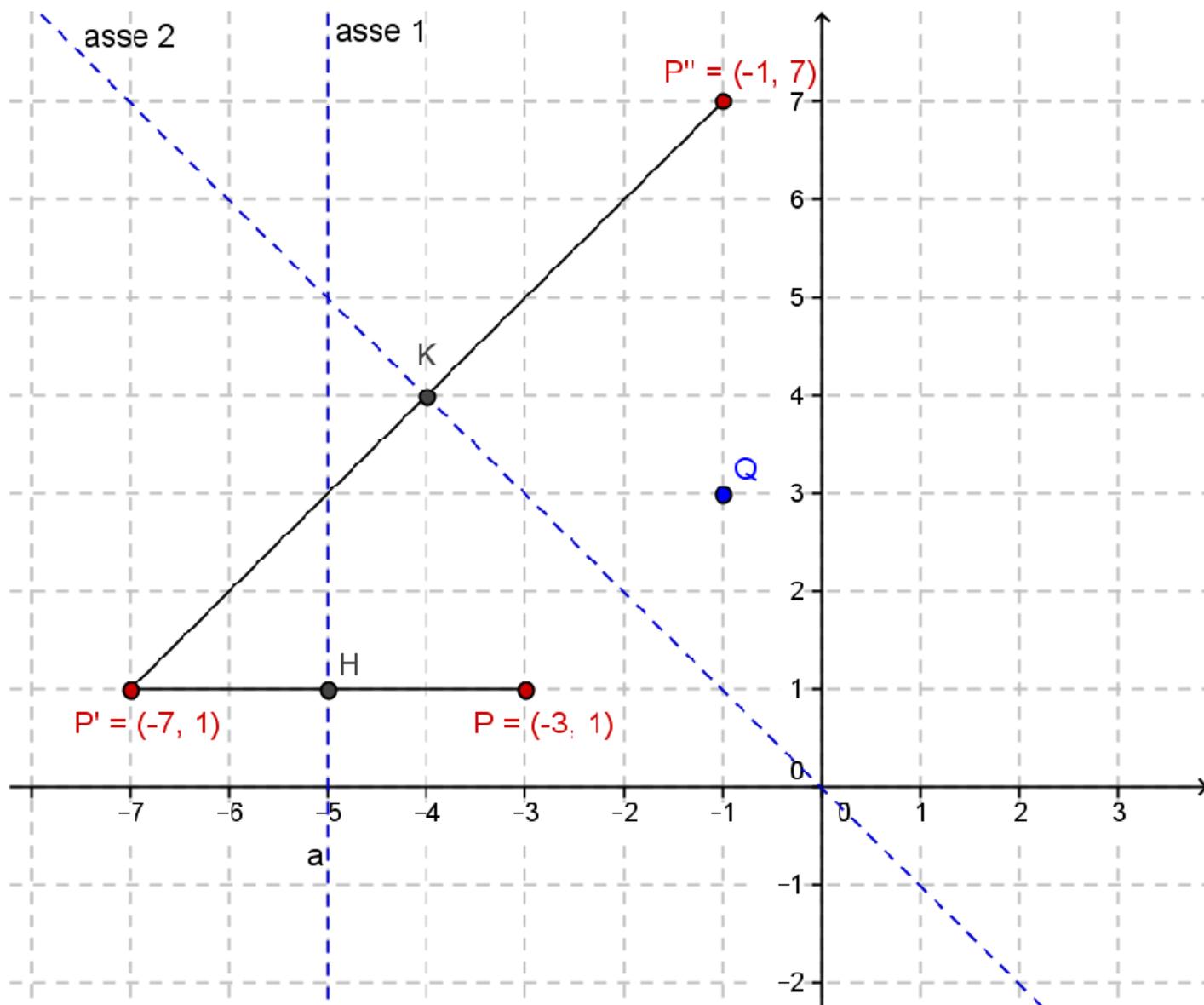
$$S_1 = 120 \text{ km} \quad v_1 = 60 \text{ km/h} \quad t_1 = \frac{120 \text{ km}}{60 \text{ km/h}} = 2 \text{ h}$$

$$S_2 = 120 \text{ km} \quad v_2 = 120 \text{ km/h} \quad t_2 = \frac{120 \text{ km}}{120 \text{ km/h}} = 1 \text{ h}$$

$$velocita'_{media} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{240 \text{ km}}{3 \text{ h}} = 80 \text{ km/h.}$$

D15b - D

Il punto P in figura ha coordinate $(-3; 1)$.



a. Segna sulla figura il punto Q, simmetrico di P rispetto alla retta a.

Poi segna il punto R, simmetrico di Q rispetto alla retta b.

b. Quali sono le coordinate del punto R?

$$R(-1; 7)$$

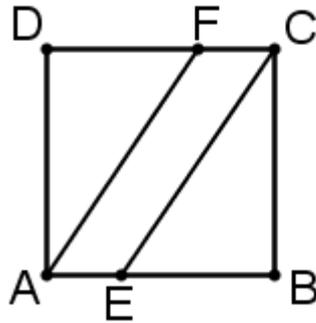
D16 - F V V F

Indica se ciascuna delle seguenti proposizioni è vera (V) o falsa (F).

a	Se un numero è pari allora è multiplo di 4	F
b	Se un numero è multiplo di 9 allora è multiplo di 3	V
c	Un numero è multiplo di 6 solo se è pari	V
d	Un numero è multiplo di 5 se e solo se è multiplo di 10	F

D17 – 12

Considera il quadrato ABCD il cui lato misura 6 cm. AE e FC misurano ciascuno 2 cm.



Quanto misura la superficie del quadrilatero AECF?

Soluzione

$$S = 2 \cdot 6 \text{ cm}^2 = 12 \text{ cm}^2$$

D18 - 84

In un quartiere di una città, il calendario della raccolta differenziata (carta, vetro e plastica) prevede che la raccolta della carta avvenga ogni 28 giorni, quella del vetro ogni 21 giorni e quella della plastica ogni 14 giorni. Oggi sono state effettuate le raccolte di carta, vetro e plastica.

Soluzione

La prossima volta in cui la raccolta di carta, vetro e plastica verrà fatta contemporaneamente sarà tra $mcm(21; 28, 14)$ giorni = 84 giorni.

D19 - A

Nell'insieme dei numeri reali, la disequazione $x^2 > 0$ è verificata

Soluzione

$\forall x \neq 0$

D20a - B

La seguente tabella riporta il numero di vittime per incidenti stradali dal 2001 al 2007 in una regione italiana.

Anno	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Numero di vittime	792	776	700	681	635	539	531

(Fonte: Eurostat, Regional Transport Statistics)

a. In quale dei seguenti periodi si è avuta la diminuzione più consistente del numero di vittime per incidenti stradali?

- A. tra il 2001 e il 2002
- B. tra il 2002 e il 2003
- C. tra il 2003 e il 2004
- D. tra il 2004 e il 2005

Anno	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Numero di vittime	792	776	700	681	635	539	531
Diminuzione vittime	792- 776= 16	776- 700= 76	700- 681= 19	681- 635= 46	635- 539= 96	539- 531= 8	

B. tra il 2002 e il 2003

(La diminuzione più consistente si è avuta tra il 2005 e il 2006, ma questa risposta non compare fra le opzioni)

b. Di quale percentuale è diminuito il numero di vittime per incidenti stradali dal 2001 al 2007?

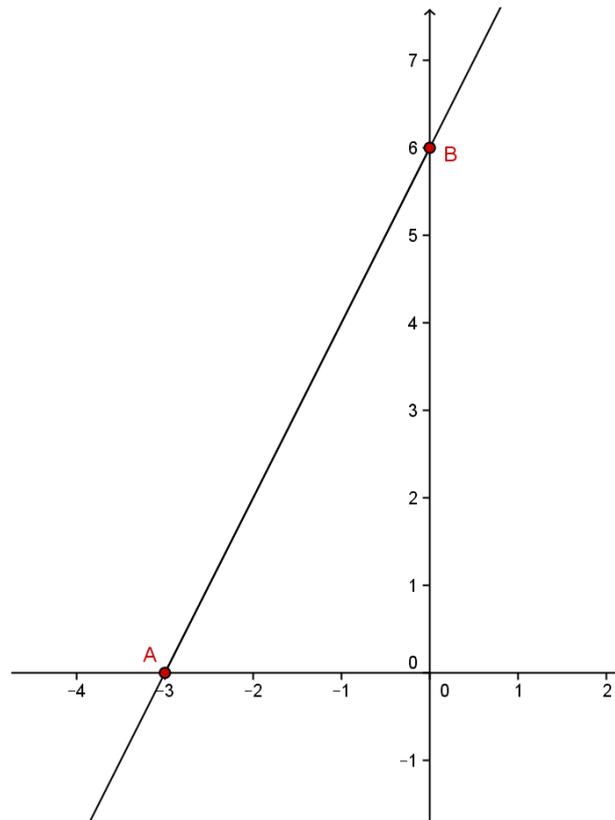
Scrivi i calcoli che fai per trovare la risposta e infine riporta il risultato.

Soluzione

$$(792 - 531) : 792 = x : 100 \qquad x = \frac{261 \cdot 100}{792} = 0,3295 = 32,95\%$$

D21 -

Osserva la seguente figura.



Le coordinate di A sono $(-3; 0)$ e l'area del triangolo AOB è 9.

Quale fra le seguenti equazioni rappresenta la retta r?

Soluzione

$$y = 2x + 6$$

D22 - 62.316.000

L'ISTAT, nelle "Previsioni della popolazione italiana per l'Anno 2020", prevede che in quell'anno i quindicenni italiani saranno circa 592 000, cioè lo 0,95% della popolazione italiana del 2020.

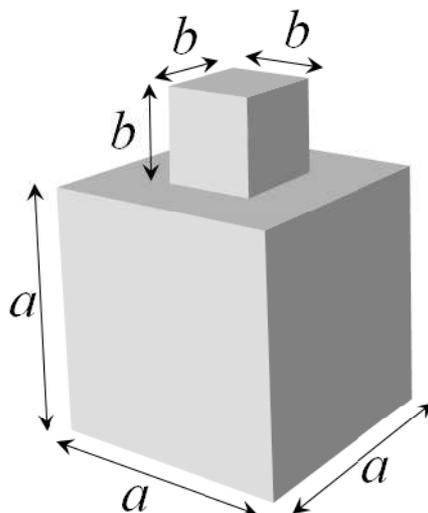
Calcola qual è, secondo l'ISTAT, il numero stimato di italiani nel 2020. Esprimi il risultato con un numero intero.

Soluzione

$$592000 : x = 0,95 : 100 ; \quad x = \frac{592000 \cdot 100}{0,95} = 62.316.000$$

D23 – B

Un solido S è ottenuto incollando uno sopra l'altro due cubi come mostra la seguente figura:



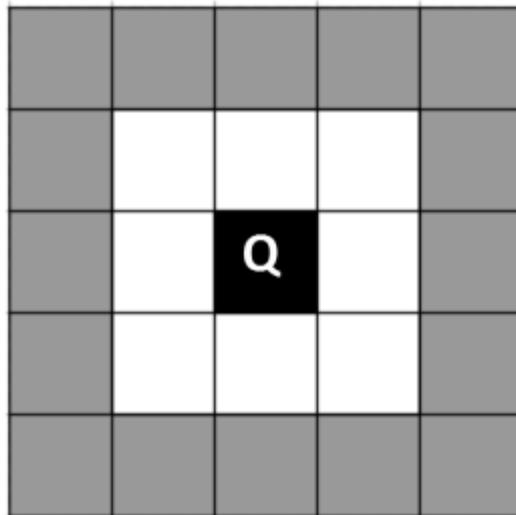
Quale delle seguenti espressioni esprime l'area della superficie totale del solido S ?

Soluzione

$$S = 6a^2 + 4b^2$$

D24a - 32 NO

Al centro della figura c'è un quadrato nero Q. Il quadrato è circondato da una prima cornice bianca formata da 8 quadrati tutti uguali a Q e da una seconda cornice grigia. Immagina che la figura si estenda con successive cornici (terza, quarta, ecc.) sempre formate da quadrati tutti uguali a Q.



a. Quanti sono i quadrati della quarta cornice ? 32

b. Se si continua a estendere la figura nello stesso modo, è possibile ottenere una cornice formata da 70 quadrati tutti uguali a Q?

Soluzione

Non è possibile ottenere una cornice di 70 quadrati perché il numero dei quadrati di ogni cornice aumenta sempre di 8 e un multi, cioè è un multiplo di 8, mentre 70 non è un multiplo di 8.

D25 - A

Quale tra le seguenti sequenze di numeri è ordinata in modo crescente?

Soluzione

$$-10^4 = -10\,000$$

$$-4 \cdot 10^{-4} = -4 \cdot \frac{1}{10^4} = -4 \cdot 0,0001 = -0,0004$$

$$10^{-4} = \frac{1}{10^4} = 0,0001$$

$$\frac{1}{10^{-4}} = 10^4 = 10\,000$$

A. -10^4 $-4 \cdot 10^{-4}$ 10^{-4} $\frac{1}{10^{-4}}$

D26 - A

Una sorgente luminosa puntiforme è posta nel vuoto. I è l'intensità luminosa misurata a una distanza r dalla sorgente. Il prodotto fra l'intensità luminosa I e il quadrato della distanza r dalla sorgente è uguale a una costante k .

a. Quale fra le seguenti formule esprime la relazione tra I e r ?

A. $I \cdot r^2 = k$

b. Se la distanza r raddoppia, allora l'intensità luminosa I diventa $\frac{1}{4}$.

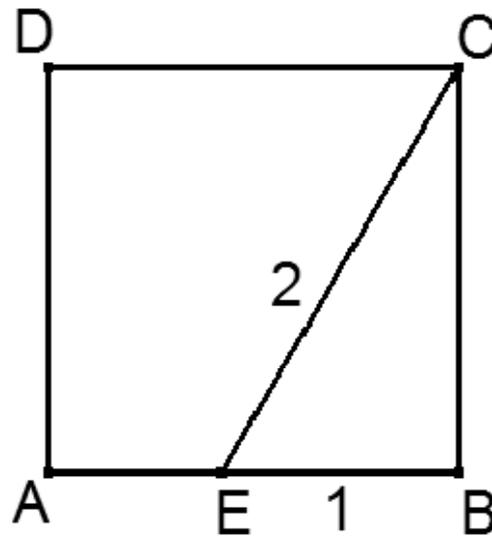
Soluzione

Inizialmente l'intensità luminosa I è: $I = \frac{k}{r^2}$

Se la distanza r raddoppia l'intensità luminosa I è: $I_2 = \frac{k}{(2r)^2} = \frac{1}{4} \cdot \frac{k}{r^2} = \frac{1}{4} I$.

D27 - A

ABCD è un quadrato, il segmento EC è lungo 2 dm e il segmento EB è lungo 1 dm.



Soluzione

La superficie del quadrato ABCD misura

$$S = \overline{BC}^2 = \overline{EC}^2 - \overline{EB}^2 = (2^2 - 1^2)dm^2 = 3 dm^2$$

D28 - C

Un gruppo di biologi, per stimare quante trote ci sono in un lago, ne pesca 200 e, dopo averle marcate, le rigetta nel lago.

Dopo qualche giorno, utilizzando la stessa rete, vengono pescate 720 trote e solo 12 di esse sono marcate.

In base a queste informazioni, quante trote possiamo pensare che ci siano all'incirca nel lago?

- A. 2 000 B. 9 000 C. 12 000 D. 144 000

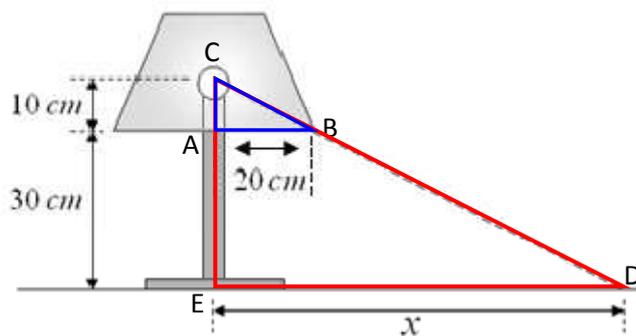
Soluzione

$$12:720 = 200:x \qquad x = \frac{720 \cdot 200}{12} = 12\,000.$$

- C. 12 000

D29 - D

In figura è rappresentata una lampada con paralume e relative misure.



Quanto misura il raggio x del cerchio di luce proiettato sul piano d'appoggio della lampada?

- A. 50 cm B. 60 cm C. 70 cm D. 80 cm

Soluzione

Dalla similitudine dei triangoli ABC e EDC si ha:

$$AC:AB = CE:ED \qquad 10:20 = 40:x \qquad x = \frac{20 \cdot 40}{10} = 80$$

Quindi $ED = 80 \text{ cm}$.

D30 -

Marco vuole acquistare un nuovo motorino e un amico gli offre 400 euro per il vecchio. Due rivenditori gli fanno le seguenti offerte per lo stesso modello di motorino:

Offerta A: prezzo di 2500 euro e il 10% di sconto se consegna al rivenditore il vecchio motorino.

Offerta B: prezzo di 2950 euro, sul quale è praticato uno sconto del 20%.

Che cosa conviene fare a Marco? Scegli una delle risposte e scrivi i calcoli che hai fatto per trovare la risposta corretta.

A Marco conviene accettare l'offerta A consegnando al rivenditore il vecchio motorino. **NO**

A Marco conviene accettare l'offerta B e vendere il vecchio motorino all'amico.

$$Costo_B = (80\% \cdot 2950 - 400)\text{€} = (2360 - 400)\text{€} = 1960\text{€}$$

Mentre

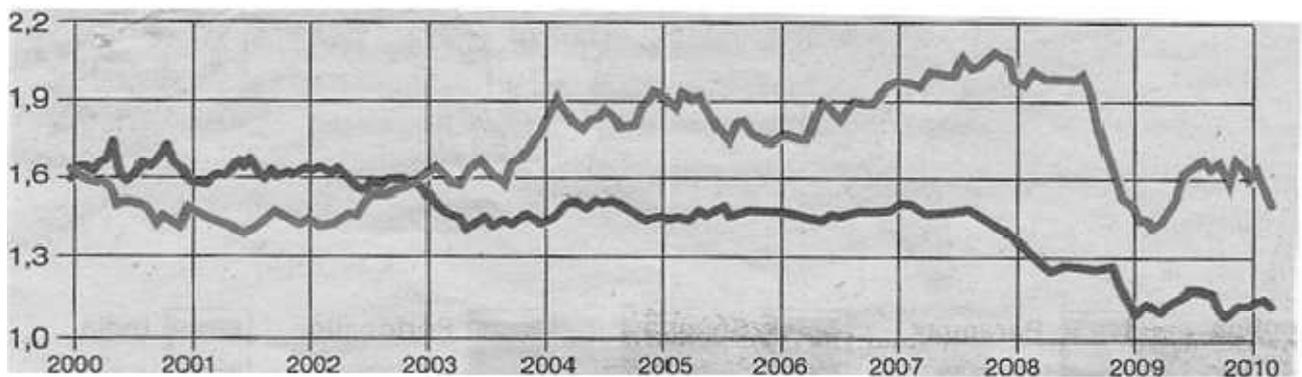
$$Costo_A = (90\% \cdot 2500)\text{€} = 2250\text{€}$$

D31 - C

Nel seguente grafico sono indicati:

- Il rapporto di cambio fra sterlina ed euro dal 2000 al 2010 (linea più scura)
- Il rapporto di cambio fra sterlina e dollaro dal 2000 al 2010 (linea più chiara)

La sterlina nei confronti di dollaro-euro



(Fonte: La Repubblica, 3 marzo 2010)



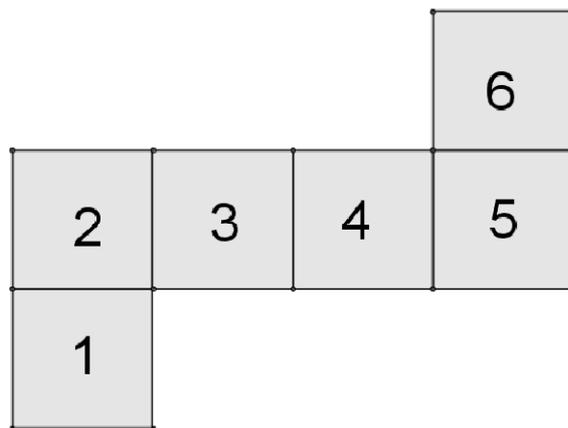
Euro per una sterlina

Dalle informazioni riportate sul grafico puoi dedurre che:

- A. dal 2000 al 2010 occorre più dollari che euro per acquistare una sterlina
- B. dal 2000 al 2010 occorre più euro che dollari per acquistare una sterlina
- C. dal 2003 al 2010 occorre più dollari che euro per acquistare una sterlina
- D. dal 2003 al 2010 occorre più euro che dollari per acquistare una sterlina

D32 - B

La seguente figura rappresenta uno sviluppo piano di un cubo.



Quale tra le seguenti coppie è formata da facce opposte del cubo?

A. 1 e 4

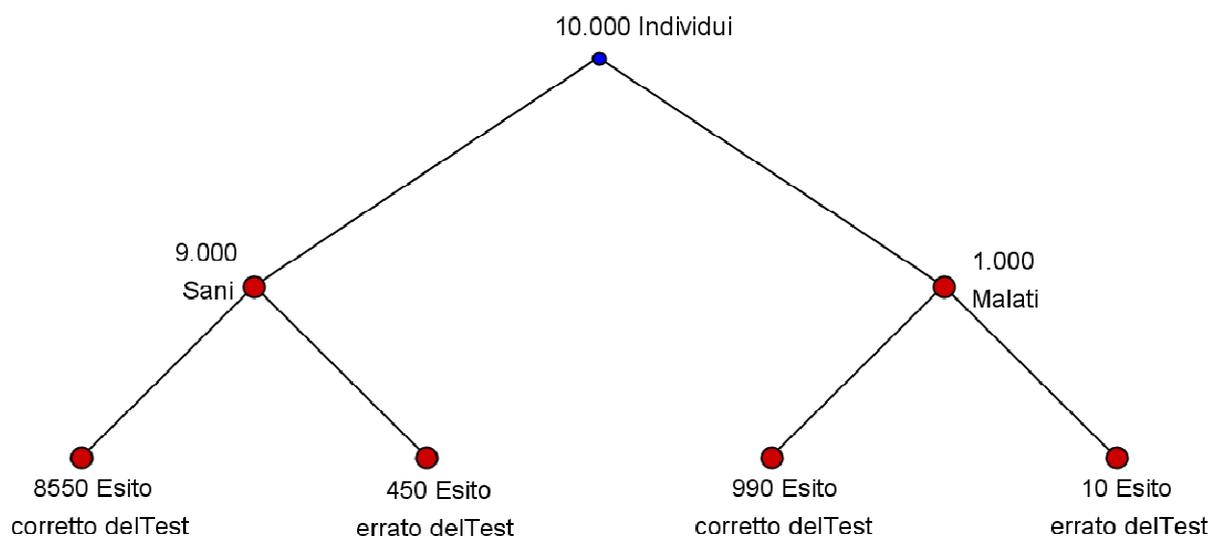
B. 2 e 5

C. 3 e 5

D. 4 e 6

Quesito D6 PROVA INVALSI 2011-2012

Su una popolazione di 10 individui il 10% è affetto da una malattia, mentre il 90% è sano. Il test che diagnostica la presenza della malattia è affidabile solo parzialmente: nel 5% dei casi rileva la malattia su un individuo sano e nell'1% dei casi non rileva la malattia su un individuo malato. Il diagramma riassume la situazione:



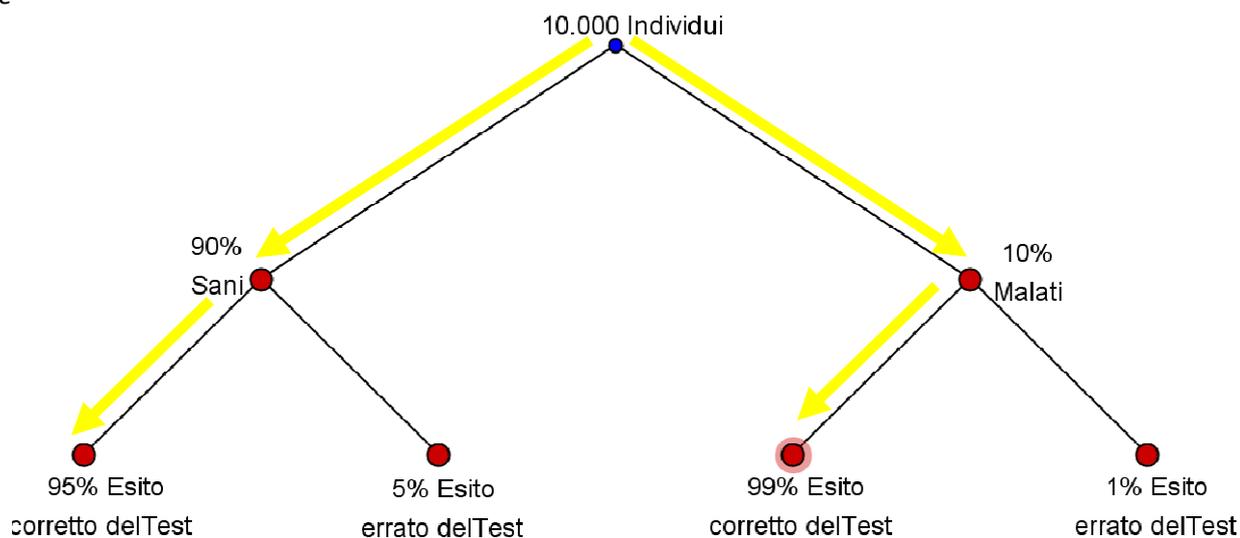
Utilizzando i dati del diagramma ad albero, completa la seguente tabella.

	Esito corretto del test	Esito errato del test	Totale
Sani	8550	450	9.000
Malati	990	10	1.000
Totale	9540	460	10.000

Qual è la probabilità che l'esito del test sia corretto per una persona scelta a caso da quella popolazione ?

$$P(\text{Esito corretto}) = \frac{9540}{10000} = 0,954 = 95,4\%$$

Oppure



$$P(\text{Esito corretto}) = \frac{90}{100} \cdot \frac{95}{100} + \frac{10}{100} \cdot \frac{99}{100} = \frac{8550}{10000} + \frac{990}{10000} = \frac{954}{10000} = 0,954 = 95,4\%$$

Qual è la probabilità che un individuo, preso a caso tra tutti quelli che hanno avuto un esito corretto al test, sia sano? Scrivi il risultato in percentuale con una cifra dopo la virgola.

$$P(\text{Sano/Corretto}) = \frac{8550}{9540} \cong 0,896 \cong 89,6\%$$