

- Data la proposizione p : "Talvolta la mattina non faccio colazione" la sua negazione è:
 \bar{p} : "Non è vero che la mattina faccio colazione" \bar{p} : "Talvolta la mattina faccio colazione"
 \bar{p} : "La mattina non faccio colazione" \bar{p} : "La mattina faccio sempre colazione"
- Data la proposizione p : "Tutti gli studenti della IV B hanno la sufficienza in matematica", la sua negazione è:
 \bar{p} : "Almeno uno studente della IV B non ha la sufficienza in matematica"
 \bar{p} : "Tutti gli studenti della IV B hanno sette in matematica"
 \bar{p} : "Tutti gli studenti della IV B non hanno la sufficienza in matematica"
 \bar{p} : "Nessuno degli studenti della IV B ha la sufficienza in matematica"
- Stabilisci il grado di verità delle seguenti proposizioni logiche:
 p : "Il triangolo ha tre angoli e il quadrato ha tre lati" V F
 p : "Il gatto è un uccello o il ferro è un metallo" V F
 p : "Se Cosenza è la capitale d'Italia, allora Trebisacce è una città della Francia" V F
 p : "Il Tevere è un lago se e solo se il cerchio ha tre lati" V F
- Enuncia le proprietà delle operazioni logiche \wedge e \vee .

PROPRIETÀ	V	∧
Commutativa		
Associativa		
Distributiva		
Idempotenza		
Assorbimento		
De Morgan		

- Enuncia le principali regole di deduzione logica:

Modus ponens	
Modus tollens	
Sillogismo ipotetico	
Riduzione all'assurdo	

- Data l'implicazione materiale $p \rightarrow q$: "Se l'aquila è un rettile allora Taranto si trova in Liguria" determina: la sua implicazione contraria, la sua implicazione inversa, la sua implicazione contronominale.
- Dimostrare che l'implicazione materiale $a \rightarrow b$ è logicamente equivalente all'implicazione contronominale $\bar{b} \rightarrow \bar{a}$.
- Verifica che la seguente proposizione è una tautologia: $a \rightarrow (\bar{a} \rightarrow b)$
- Verifica che la seguente proposizione è una contraddizione: $[a \rightarrow (b \vee c)] \leftrightarrow [(a \wedge \bar{b}) \wedge \bar{c}]$
- Dati i predicati $a(x) : x - 7 = 0$ e $b(x) : x + 1 < 5$ con $x \in \mathbb{N}$ determina:
 - l'insieme di verità del predicato: $a(x)$
 - l'insieme di verità del predicato: $b(x)$
 - l'insieme di verità di: $a(x) \vee b(x)$
 - il valore di verità dell'enunciato: $a(3) \wedge b(2)$

Valutazione

Esercizio	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Punti	4	4	8	12	8	9	12	10	20	13
Voto	Punteggio grezzo / 10									

Soluzione

1. Data la proposizione p : "Talvolta la mattina non faccio colazione" la sua negazione è:

\bar{p} : "La mattina faccio sempre colazione"

2. Data la proposizione p : "Tutti gli studenti della IV B hanno la sufficienza in matematica", la sua negazione è:

\bar{p} : "Almeno uno studente della IV B non ha la sufficienza in matematica"

3. Stabilisci il grado di verità delle seguenti proposizioni logiche:

p : "Il triangolo ha tre angoli e il quadrato ha tre lati" F

p : "Il gatto è un uccello o il ferro è un metallo" V

p : "Se Cosenza è la capitale d'Italia, allora Trebisacce è una città della Francia" V

p : "Il Tevere è un lago se e solo se il cerchio ha tre lati" V

4. Enuncia le proprietà delle operazioni logiche \wedge e \vee .

PROPRIETÀ	V	\wedge
Commutativa	$p \vee q = q \vee p$	$p \wedge q = q \wedge p$
Associativa	$(p \vee q) \vee r = p \vee (q \vee r)$	$(p \wedge q) \wedge r = p \wedge (q \wedge r)$
Distributiva	$p \vee (q \wedge r) = (p \vee q) \wedge (p \vee r)$	$p \wedge (q \vee r) = (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
Idempotenza	$p \vee p = p$	$p \wedge p = p$
Assorbimento	$p \vee (p \wedge q) = p$	$p \wedge (p \vee q) = p$
De Morgan	$\overline{p \vee q} = \bar{p} \wedge \bar{q}$	$\overline{p \wedge q} = \bar{p} \vee \bar{q}$
Complementarietà	$\overline{\bar{p}} = p$	

5. Enuncia le principali regole di deduzione logica:

Modus ponens	$[(a \rightarrow b) \wedge a] \Rightarrow b$
Modus tollens	$[(a \rightarrow b) \wedge \bar{b}] \Rightarrow \bar{a}$
Sillogismo ipotetico	$[(a \rightarrow b) \wedge (b \rightarrow c)] \Rightarrow (a \rightarrow c)$
Riduzione all'assurdo	$(\bar{a} \rightarrow f) \Rightarrow a$

6. Data l'implicazione materiale $p \rightarrow q$: "Se l'aquila è un rettile allora Taranto si trova in Liguria" determina: la sua implicazione contraria, la sua implicazione inversa, la sua implicazione contronominale.

Contraria $\bar{p} \rightarrow \bar{q}$: "Se l'aquila non è un rettile allora Taranto non si trova in Liguria"

Inversa $q \rightarrow p$: "Se Taranto si trova in Liguria allora l'aquila è un rettile"

Contronominale $\bar{q} \rightarrow \bar{p}$: "Se Taranto non si trova in Liguria allora l'aquila non è un rettile"

7. Dimostrare che l'implicazione materiale $a \rightarrow b$ è logicamente equivalente all'implicazione contronominale $\bar{b} \rightarrow \bar{a}$.

a	b	\bar{a}	\bar{b}	$a \rightarrow b$	$\bar{b} \rightarrow \bar{a}$
V	V	F	F	V	V
V	F	F	V	F	F
F	V	V	F	V	V
F	F	V	V	V	V

8. Verifica che la seguente proposizione è una tautologia: $a \rightarrow (\bar{a} \rightarrow b)$

a	b	\bar{a}	$\bar{a} \rightarrow b$	$a \rightarrow (\bar{a} \rightarrow b)$
V	V	F	V	V
V	F	F	V	V
F	V	V	V	V
F	F	V	F	V

9. Verifica che la seguente proposizione è una contraddizione: $[a \rightarrow (b \vee c)] \leftrightarrow [(a \wedge \bar{b}) \wedge \bar{c}]$

a	b	c	\bar{b}	\bar{c}	$b \vee c$	$a \rightarrow (b \vee c)$	$a \wedge \bar{b}$	$[(a \wedge \bar{b}) \wedge \bar{c}]$	$[a \rightarrow (b \vee c)] \leftrightarrow [(a \wedge \bar{b}) \wedge \bar{c}]$
V	V	V	F	F	V	V	F	F	F
V	V	F	F	V	V	V	F	F	F
V	F	V	V	F	V	V	V	F	F
V	F	F	V	V	F	F	V	V	F
F	V	V	F	F	V	V	F	F	F
F	V	F	F	V	V	V	F	F	F
F	F	V	V	F	V	V	F	F	F
F	F	F	V	V	F	V	F	F	F

10. Dati i predicati $a(x) : x - 7 = 0$ e $b(x) : x + 1 < 5$ con $x \in \mathbb{N}$ determina:

a. l'insieme di verità del predicato $a(x)$ è $A = \{7\}$

b. l'insieme di verità del predicato $b(x)$ è $B = \{0, 1, 2, 3\}$

c. l'insieme di verità di $a(x) \vee b(x)$ è $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 7\}$

d. il valore di verità dell'enunciato: $a(3) \wedge b(2)$ è falso.

Infatti essendo $a(3)$ falso e $b(2)$ vero, si ha che $a(3) \wedge b(2)$ è falso.