

MATEMATICA : Frazioni algebriche

Alunno: _____ Classe: 2 C

12.10.2010
prof. Mimmo Corrado

Scomponi in fattori i seguenti polinomi:

$$6a^8 - 10a^7 - 22a^6 - 6a^5$$

$$18a^3 + 9a^2 - 5a - 2$$

$$x^4 + 4y^8z^4$$

$$x^4 + 16 + 7x^2$$

Semplifica le seguenti frazioni algebriche:

$$\frac{(3-x) \cdot (1-2y) - 3y^2 + xy^2}{3-3y-x+xy}$$

$$\frac{3ab+3a-3 \cdot (b+1)^2}{3b^2-3}$$

Esegui le seguenti operazioni con le frazioni algebriche :

$$\frac{4a^2}{a^3-a} - \frac{1}{3a+3} + \frac{4}{1-a}$$

$$\left(\frac{a-4}{a^2-5a+6} - \frac{a+2}{a^2+a-12} \right) : \frac{12}{a^2+2a-8}$$

Valutazione

Esercizio	1	2	3	4	5	6	7	8
Punti	10	12	12	12	12	12	14	16
Voto	Punteggio grezzo / 10							

Soluzione

Esercizio 1

$$6a^8 - 10a^7 - 22a^6 - 6a^5 = 2a^5 \cdot (3a^3 - 5a^2 - 11a - 3) =$$

$$\begin{array}{r|rrr|r} -1 & 3 & -5 & -11 & -3 \\ & & -3 & +8 & +3 \\ \hline & 3 & -8 & -3 & 0 \end{array}$$

$$= 2a^5 \cdot (a+1) \cdot (3a^2 - 8a - 3) =$$

$$\begin{array}{r|rr|r} & 3 & -8 & -3 \\ 3 & & +9 & +3 \\ \hline & 3 & +1 & 0 \end{array}$$

$$= 2a^5 \cdot (a+1) \cdot (a-3) \cdot (3a+1)$$

Esercizio 2

$$18a^3 + 9a^2 - 5a - 2 =$$

$$\begin{array}{r|rrr|r} \frac{1}{2} & 18 & +9 & -5 & -2 \\ & & +9 & +9 & +2 \\ \hline & 18 & +18 & +4 & 0 \end{array}$$

$$= \left(a - \frac{1}{2}\right) \cdot (18a^2 + 18a + 4) =$$

$$\begin{array}{r|rr|r} -\frac{1}{3} & 18 & +18 & +4 \\ & & -6 & -4 \\ \hline & 18 & +12 & 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} &= \left(a - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(a + \frac{1}{3}\right) \cdot (18a + 12) = \left(a - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(a + \frac{1}{3}\right) \cdot 6 \cdot (3a + 2) = 2 \cdot \left(a - \frac{1}{2}\right) \cdot 3 \cdot \left(a + \frac{1}{3}\right) \cdot (3a + 2) = \\ &= (2a - 1) \cdot (3a + 1) \cdot (3a + 2) \end{aligned}$$

Esercizio 3

$$\begin{aligned} x^4 + 4y^8z^4 &= x^4 + 4y^8z^4 + 4x^2y^4z^2 - 4x^2y^4z^2 = (x^2 + 2y^4z^2)^2 - 4x^2y^4z^2 = \\ &= (x^2 + 2y^4z^2 + 2xy^2z) \cdot (x^2 + 2y^4z^2 - 2xy^2z) \end{aligned}$$

Esercizio 4

$$x^4 + 16 + 7x^2 = x^4 + 16 + 7x^2 + x^2 - x^2 = x^4 + 16 + 8x^2 - x^2 = (x^2 + 4)^2 - x^2 = (x^2 + 4 + x) \cdot (x^2 + 4 - x)$$

Esercizio 5

$$\frac{(3-x) \cdot (1-2y) - 3y^2 + xy^2}{3-3y-x+xy}$$

Conviene raccogliere, al numeratore, il fattore comune $-y^2$ fra il secondo ed il terzo termine, ecc...

$$\frac{(3-x) \cdot (1-2y) - 3y^2 + xy^2}{3-3y-x+xy} = \frac{(3-x) \cdot (1-2y) - y^2 \cdot (3-x)}{3 \cdot (1-y) - x \cdot (1-y)} = \frac{(3-x) \cdot [(1-2y) - y^2]}{(1-y) \cdot (3-x)} = \frac{1-2y-y^2}{1-y}$$

Esercizio 6

$$\frac{3ab+3a-3 \cdot (b+1)^2}{3b^2-3} = \frac{3a \cdot (b+1) - 3 \cdot (b+1)^2}{3 \cdot (b+1) \cdot (b-1)} = \frac{3(b+1) \cdot [a - (b+1)]}{3 \cdot (b+1) \cdot (b-1)} = \frac{a-b-1}{b-1}$$

Esercizio 7

$$\frac{4a^2}{a^3-a} - \frac{1}{3a+3} + \frac{4}{1-a} = \frac{4a^2}{a \cdot (a^2-1)} - \frac{1}{3 \cdot (a+1)} + \frac{4}{1-a} = \frac{4a^2}{a \cdot (a+1) \cdot (a-1)} - \frac{1}{3 \cdot (a+1)} + \frac{4}{1-a}$$

Ricordando che si può scrivere: $(1-a) = -(a-1)$, si ottiene:

$$= \frac{4a^2}{a \cdot (a+1) \cdot (a-1)} - \frac{1}{3 \cdot (a+1)} + \frac{4}{-(a-1)} =$$

il cui m.c.m. è: $3a \cdot (a+1) \cdot (a-1)$,

avendo calcolato prima il m.c.m. fra i monomi a e 3 ed in seguito il m.c.m. fra i polinomi: $(a+1)$ e $(a-1)$.

In definitiva si ha:

$$= \frac{4a^2}{a \cdot (a+1) \cdot (a-1)} - \frac{1}{3 \cdot (a+1)} + \frac{4}{-(a-1)} = \frac{4a^2}{a \cdot (a+1) \cdot (a-1)} - \frac{1}{3 \cdot (a+1)} - \frac{4}{(a-1)} =$$

$$\frac{3 \cdot 4a^2 - 1 \cdot a \cdot (a-1) - 4 \cdot 3a \cdot (a+1)}{3a \cdot (a+1) \cdot (a-1)} = \frac{12a^2 - a^2 + a - 12a^2 - 12a}{3a \cdot (a+1) \cdot (a-1)} = \frac{-a^2 - 11a}{3a \cdot (a+1) \cdot (a-1)} = \frac{-a \cdot (a+11)}{3a \cdot (a+1) \cdot (a-1)} =$$

$$= \frac{-(a+11)}{3 \cdot (a+1) \cdot (a-1)} = \frac{-(a+11)}{-3 \cdot (a+1) \cdot (-a+1)} = \frac{a+11}{3 \cdot (a+1) \cdot (1-a)}$$

Esercizio 7

$$\left(\frac{a-4}{(a-2) \cdot (a-3)} - \frac{a+2}{(a+4) \cdot (a-3)} \right) : \frac{12}{(a+4) \cdot (a-2)} = \frac{(a-4) \cdot (a+4) - (a+2) \cdot (a-2)}{(a-2) \cdot (a-3) \cdot (a+4)} : \frac{12}{(a+4) \cdot (a-2)} =$$

$$= \frac{a^2 - 16 - a^2 + 4}{(a-2) \cdot (a-3) \cdot (a+4)} : \frac{12}{(a+4) \cdot (a-2)} = \frac{-12}{(a-2) \cdot (a-3) \cdot (a+4)} \cdot \frac{(a+4) \cdot (a-2)}{12} = \frac{-1}{a-3} = \frac{1}{3-a}$$