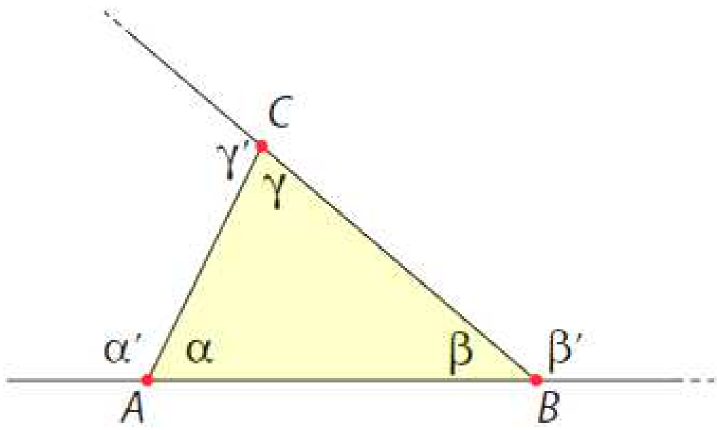
Classe *2A Liceo Scientifico* — *28 settembre 2022*

Prova di Matematica: ***Geometria*** *(parte 1)*

1. In relazione al triangolo rappresentato a lato, indica se le seguenti affermazioni sono vere o false:

A	**Il triangolo ABC è un ente primitivo**	□ V	F
B	**Il triangolo ABC è un triangolo acutangolo**	V	F
C	$\alpha + \beta + \gamma = 180°$	V	F
D	$\beta' < \alpha$	V	F
E	$\alpha' = \beta + \gamma$	V	F
F	**AB è il lato opposto all'angolo** $B\widehat{A}C$**.**	V	F
G	α **e** β' **sono angoli supplementari**	V	F
H	β **e** β' **sono angoli adiacenti**	V	F
I	$A\widehat{B}C$ **è l'angolo opposto al lato AC.**	V	F
L	**AB e BC sono lati adiacenti**	V	F
M	**AB < BC + AC**	V	F
N	**BC < AB – AC**	V	F



2. Sui lati BC e AC di un triangolo isoscele ABC di base AB considera rispettivamente due punti P ed Q tali che CP≅CQ . Dimostra che AP ≅ BQ.

Ipotesi	Tesi	Figura
1.	. . . .	
2.		

Dimostrazione

ABP ≅ . . . .   per il . . . criterio di congruenza dei triangoli. Infatti:

AB   . . . .

BP ≅ . . . .

$A\widehat{B}P$ ≅ . . . .

Avendo dimostrato che ABP ≅ . . . . *si deduce che* . . . .

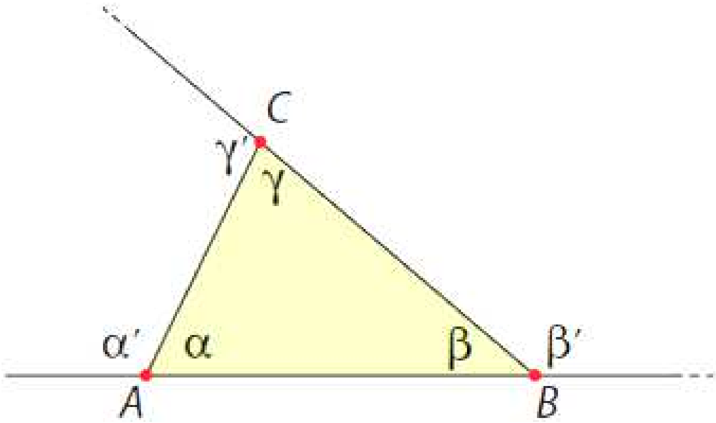
3. Siano ABC e A'B'C' due triangoli congruenti e siano AD e A'D' le bisettrici degli angoli $B\widehat{A}C$ **e** $B'\widehat{A'}C'$ **. Dimostra che le due bisettrici AD e A'D' sono congruenti.**

4. Dagli estremi A e B di un segmento AB conduci da parti opposte rispetto ad AB, due semirette Ar e Bs che formino con AB angoli congruenti. Sulle semirette Ar e Bs considera, rispettivamente, due segmenti congruenti AP e BQ. Unisci P con Q e indica con M il punto di intersezione dei segmenti AB e PQ. Dimostra che M è il punto medio sia di AB sia di PQ.

5. Dimostra per assurdo che: "Se a^2 **è un numero dispari allora** a **è un numero dispari.**

Soluzione

1. In relazione al triangolo rappresentato a lato, indica se le seguenti affermazioni sono vere o false:

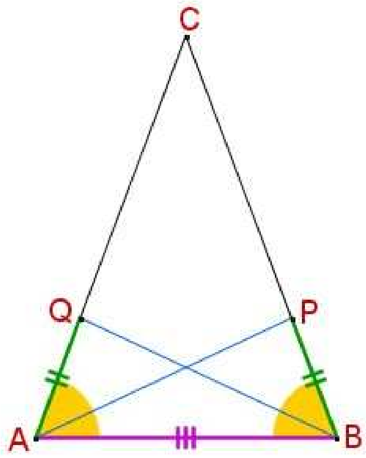
A	**Il triangolo ABC è un ente primitivo**	**F**	
B	**Il triangolo ABC è un triangolo acutangolo**	**V**	
C	$\boldsymbol{\alpha + \beta + \gamma \cong 180°}$	**V**	
D	$\boldsymbol{\beta}' < \alpha$	**F**	
E	$\boldsymbol{\alpha' \cong \beta + \gamma}$	**V**	
F	**AB è il lato opposto all'angolo $\boldsymbol{B\widehat{A}C}$.**	**F**	
G	$\boldsymbol{\alpha}$ **e** $\boldsymbol{\beta}'$ **sono angoli supplementari**	**F**	
H	$\boldsymbol{\beta}$ **e** $\boldsymbol{\beta}'$ **sono angoli adiacenti**	**V**	
I	$\boldsymbol{A\widehat{B}C}$ **è l'angolo opposto al lato AC.**	**V**	
L	**AB e BC sono lati adiacenti**	**F**	
M	**AB < BC + AC**	**V**	
N	**BC < AB – AC**	**F**	

2. Sui lati BC e AC di un triangolo isoscele ABC di base AB considera rispettivamente due punti P ed Q tali che CP≅CQ . Dimostra che AP ≅ BQ.

Ipotesi — Tesi — Figura

1. ABC è un triangolo isoscele di base AB — *AP ≅ BQ*

2. CQ ≅ CP



<u>Dimostrazione</u>

ABP ≅ ABQ per il 1° criterio di congruenza dei triangoli.

Infatti:

AB — *è un lato comune ai due triangoli ABD e ABE*

BP ≅ AQ — *perché differenza di segmenti congruenti (ipotesi 1 e 2)*

$A\widehat{B}P \cong B\widehat{A}Q$ — *perché angoli alla base del triangolo isoscele ABC.*

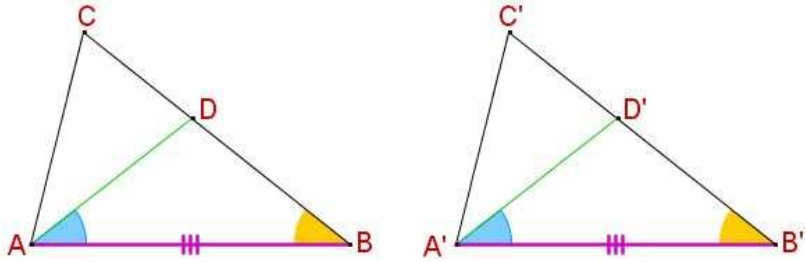
Avendo dimostrato che i triangoli ABP e ABQ sono congruenti,

si deduce che AP ≅ BQ.

c.v.d.

3. Siano ABC e A'B'C' due triangoli congruenti e siano AD e A'D' le bisettrici degli angoli congruenti $B\widehat{A}C$ e $B'\widehat{A'}C'$. Dimostra che AD e A'D' sono congruenti.

Ipotesi	Tesi	Figura
1. $ABC \cong A'B'C'$	$AD \cong A'D'$	
2. $C\widehat{A}D \cong B\widehat{A}D$		
3. $C'\widehat{A'}D' \cong B'\widehat{A'}D'$		



<u>*Dimostrazione*</u>

ABD ≅ A'B'D' *per il 2° criterio di congruenza dei triangoli.*

Infatti:

AB ≅ A'B' *perché lati corrispondenti dei triangoli congruenti ABC e A'B'C'*

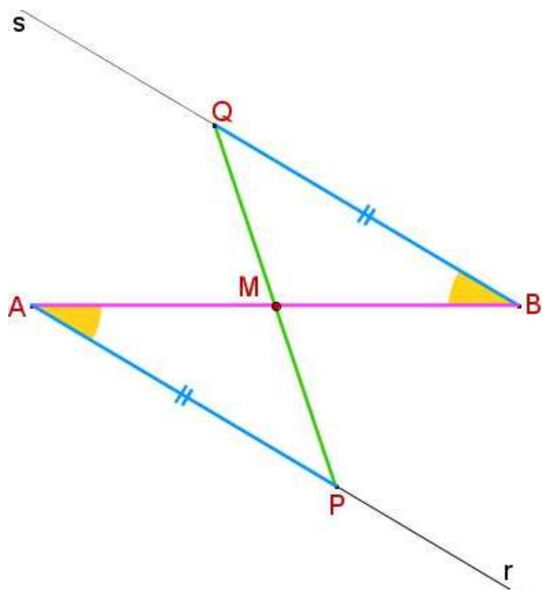
$A\widehat{B}D \cong A'\widehat{B'}D'$ *perché angoli corrispondenti dei triangoli congruenti ABC e A'B'C'*

$B\widehat{A}D \cong B'\widehat{A'}D'$ *perché* $B\widehat{A}D \cong \frac{1}{2}\, B\widehat{A}C \cong \frac{1}{2}\, B'\widehat{A'}C' \cong B'\widehat{A'}D'$

Avendo dimostrato che i triangoli ABD e A'B'D' sono congruenti, si ricava che AD ≅ A'D' .

c.v.d.

4. Dagli estremi A e B di un segmento AB conduci da parti opposte rispetto ad AB, due semirette Ar e Bs che formino con AB angoli congruenti. Sulle semirette Ar e Bs considera, rispettivamente, due segmenti congruenti AP e BQ. Unisci P con Q e indica con M il punto di intersezione dei segmenti AB e PQ. Dimostra che M è il punto medio sia di AB sia di PQ.



Ipotesi	Tesi
1. $P\widehat{A}M \cong Q\widehat{B}M$	$AM \cong MB$
2. $AP \cong BQ$	$PM \cong QM$

<u>*Dimostrazione*</u>

AMP ≅ BMQ *per il 2° criterio di congruenza generalizzato.*

Infatti:

$B\widehat{A}P \cong A\widehat{B}Q$ *per l'ipotesi 1*

AP ≅ BQ *per l'ipotesi 2*

$A\widehat{M}P \cong B\widehat{M}Q$ *perché angoli opposti al vertice M*

Avendo dimostrato che i triangoli APM e BQM sono congruenti, si ricava che AM ≅ MB e PM ≅ QM.

c.v.d.

5. Dimostra per assurdo che: "Se a^2 è un numero dispari allora a è un numero dispari.

Ipotesi		Tesi
$\boldsymbol{a^2}$ *è un numero dispari*	$\Rightarrow$	$\boldsymbol{a}$ *è un numero dispari*

Dimostrazione per assurdo

Supponiamo per assurdo che la tesi non sia vera, cioè che a non sia un numero dispari.

Ciò vuol dire che a è un numero pari.

Ma un numero pari è un numero del tipo: $\boldsymbol{a = 2n}$ *con* $n \in N$ **.**

Il quadrato di tale numero è: $\boldsymbol{a^2 = (2n)^2 = 4n^2}$ *.*

Ma $\boldsymbol{4n^2}$ *rappresenta un numero pari.*

Ma ciò contraddice l'ipotesi che affermava che $\boldsymbol{a^2}$ *era un numero dispari.*

Pertanto il Teorema è vero.

c.v.d.

Osservazione

Qualsiasi numero naturale n moltiplicato per 4, da per risultato un numero pari. (Esempi: $4 \cdot 1 = 4$ *,* $4 \cdot 2 = 8$*,* $4 \cdot 3 = 12$*,* $ecc.$ *)*