

Alunno: _____ Classe: **1B** L. Scientifico 2 febbraio 2023

1. Completa la tabella	Grado	Grado rispetto a x	Termine noto	Completo rispetto a x	Completo rispetto a y	Omogeneo
$x^3y - 2x^2y^3 - xy^5 + 1$				V F	V F	V F

2. Completa le seguenti uguaglianze:	$x^2y^4 + \dots - \dots = (\dots - 5)^2$	$8a^3 - \dots + \dots - \dots = (\dots - b^2)^3$
--------------------------------------	--	--

3. Sviluppa i seguenti prodotti notevoli:

$$(5a^2 - 2b^3 - 3c)^2$$

$$(4x^2 - 3y^4)^3$$

$$\left(\frac{1}{3}x - \frac{3}{2}z^2\right)^2$$

4. Semplifica la seguente espressione:

$$[(x - 2)^3 - x^2 \cdot (3x - 4) + (x^2 - 2x + 3)^2 - 1] : (-2x^2) - \{3 \cdot [(x - 1) \cdot (x + 1) + 1]\} : x$$

5. Determina quoziente e resto della divisione: $(12y^3 + 3y^5 + 5y - y^2 - 1) : (4 + y^2)$ ed effettua la verifica.

6. Esegui la seguente divisione applicando la regola di Ruffini: $(3x^4 - 7x^2 + 8x - 1) : (x + 2)$ ed effettua la verifica.

7. Il signor Bianchi impiega un capitale di 10.000 euro in una forma di investimento che prevede un tasso d'interesse del $x\%$ per il primo anno e del $(x + 2)\%$ per gli anni successivi. Gli interessi maturati dopo un anno vengono versati nell'investimento e contribuiscono a generare nuovi interessi l'anno successivo. Dimostra che:

a. il montante maturato dopo il 1° anno è $M_1 = 10.000 + 100x$.

b. il montante maturato dopo il 2° anno è $M_2 = 10200 + 202x + x^2$.

(Montante = Capitale + Interesse)

Soluzione

1. Completa la tabella	Grado	Grado rispetto a x	Termine noto	Completo rispetto a x	Completo rispetto a y	Omogeneo
$x^3y - 2x^2y^3 - xy^5 + 1$	6	3	+1	V	F	F
2. Completa le seguenti uguaglianze:	$x^2y^4 + 25 - 10xy^2 = (xy^2 - 5)^2$			$8a^3 - 12a^2b^2 + 6ab^4 - b^6 = (2a - b^2)^3$		

3. Sviluppa i seguenti prodotti notevoli:

$$(5a^2 - 2b^3 - 3c)^2 = 25a^4 + 4b^6 + 9c^2 - 20a^2b^3 - 30a^2c + 12b^3c$$

$$(4x^2 - 3y^4)^3 = 64x^6 - 144x^4y^4 + 108x^2y^8 - 27y^{12}$$

$$\left(\frac{1}{3}x - \frac{3}{2}z^2\right)^2 = \frac{1}{9}x^2 + \frac{9}{4}z^4 - xz^2$$

$$\begin{aligned} (2a^3 - 3b^2)^4 &= 1 \cdot (2a^3)^4 + 4 \cdot (2a^3)^3 \cdot (-3b^2) + 6 \cdot (2a^3)^2 \cdot (-3b^2)^2 + 4 \cdot (2a^3) \cdot (-3b^2)^3 + 1 \cdot (-3b^2)^4 = \\ &= 1 \cdot 16a^{12} + 4 \cdot 8a^9(-3b^2) + 6 \cdot 4a^6 \cdot 9b^4 + 4 \cdot 2a^3 \cdot (-27b^6) + 1 \cdot 81b^8 = \\ &= 16a^{12} + 96a^9b^2 + 256a^6b^4 - 216a^3b^6 + 81b^8. \end{aligned}$$

4. Semplifica la seguente espressione:

$$\begin{aligned} &[(x-2)^3 - x^2 \cdot (3x-4) + (x^2 - 2x + 3)^2 - 1] : (-2x^2) - \{3 \cdot [(x-1) \cdot (x+1) + 1]\} : x = \\ &= [x^3 - 6x^2 + 12x - 8 - 3x^3 + 4x^2 + x^4 + 4x^2 + 9 - 4x^3 + 6x^2 - 12x - 1] : (-2x^2) - \{3 \cdot [x^2 - 1 + 1]\} : x = \\ &= [x^4 - 6x^3 + 8x^2] : (-2x^2) - \{3 \cdot x^2\} : x = \\ &= -\frac{1}{2}x^2 + 3x - 4 - 3x = \\ &= -\frac{1}{2}x^2 - 4. \end{aligned}$$

5. Determina quoziente e resto della divisione: $(12y^3 + 3y^5 + 5y - y^2 - 1) : (4 + y^2)$ ed effettua la verifica.

Soluzione

$+3y^5$	$+12y^3$	$-y^2$	$+5y$	-1	$y^2 + 4$
$-3y^5$	$-12y^3$				$3y^3 - 1$
=	=	$-y^2$	$+5y$	-1	
		$+y^2$		$+4$	
		=	$+5y$	$+3$	

$$Q(x) = 3y^3 - 1 \quad R(x) = 5y + 3$$

Verifica

Quoziente \cdot Divisore + Resto = Dividendo

$$\begin{aligned} (3y^3 - 1) \cdot (y^2 + 4) + 5y + 3 &= \\ = 3y^5 + 12y^3 - y^2 - 4 + 5y + 3 &= \\ = 3y^5 + 12y^3 - y^2 + 5y - 1. & \end{aligned}$$

6. Esegui la divisione applicando la regola di Ruffini.

$$(3x^4 - 7x^2 + 8x - 1) : (x + 2)$$

Soluzione

Applicando la regola di Ruffini si ha:

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 3 & 0 & -7 & +8 & -1 \\ -2 & & -6 & +12 & -10 & +4 \\ \hline & 3 & -6 & +5 & -2 & +3 \end{array}$$
$$Q = 3x^3 - 6x^2 + 5x - 2 \quad R = +3.$$

Verifica

Quoziente · Divisore + Resto = Dividendo

$$\begin{aligned} (3x^3 - 6x^2 + 5x - 2) \cdot (x + 2) + 3 &= \\ = 3x^4 - 6x^3 + 5x^2 - 2x + 6x^3 - 12x^2 + 10x - 4 + 3 &= \\ = 3x^4 - 7x^2 + 8x - 1. & \end{aligned}$$

7. Il signor Bianchi impiega un capitale di 10.000 euro in una forma di investimento che prevede un tasso d'interesse del $x\%$ per il primo anno e del $(x + 2)\%$ per gli anni successivi. Gli interessi maturati dopo un anno vengono versati nell'investimento e contribuiscono a generare nuovi interessi l'anno successivo. Dimostra che:

a. il montante maturato dopo il 1° anno è $M_1 = 10.000 + 100x$.

b. il montante maturato dopo 2 anni è $M_2 = 10200 + 202x + x^2$. (Montante = Capitale + Interesse)

Soluzione

Il montante dopo il primo anno è: $M_1 = 10.000 + \frac{x}{100} \cdot 10.000 = 10.000 + 100x$.

Il montante dopo il secondo anno è:

$$\begin{aligned} M_2 &= M_1 + \frac{x+2}{100} \cdot M_1 = \left(1 + \frac{x+2}{100}\right) \cdot M_1 = \frac{100+x+2}{100} \cdot M_1 = \frac{102+x}{100} \cdot M_1 = \frac{102+x}{100} \cdot (10.000 + 100x) = \\ &= \frac{102+x}{100} \cdot 10.000 + \frac{102+x}{100} \cdot 100x = (102+x) \cdot 100 + (102+x) \cdot x = 10200 + 100x + 102x + x^2 = \\ &= 10200 + 202x + x^2. \end{aligned}$$