

Prova di Matematica : Insiemi numerici  $N$  e  $Z$

Alunno: \_\_\_\_\_ Classe: **1B** L. Scientifico 14 ottobre 2022

1. Per ognuna delle seguenti espressioni indica se è vera V o falsa F.

L'insieme dei numeri interi relativi $Z$ è discreto	V	F
L'insieme dei numeri naturali $N$ è denso	V	F
La divisione è un'operazione interna a $Z$	V	F
$0 : 0$ è una forma indeterminata	V	F
La quarta parte di $16^{100}$ è uguale a $2^{396}$	V	F
$- -7  = -7$	V	F

$6 \cdot 3^8 + 3^9 = 3^{10}$	V	F
$(-3)^{30} = (+3)^{30}$	V	F
$5^0 = 0$	V	F
$(a \cdot b)^x = a^x \cdot b^x$	V	F
$a^x : b^x = (a - b)^x$	V	F
$x : (a + b) = (x : a) + (x : b)$	V	F

2. Compila la tabella a lato

$a$	$b$	$a + b$	$a - b$	$a \cdot b$	$a^3$	$b^2$
-4	-3					
-5	-6					

3. Calcola il valore delle seguenti espressioni:

$$8 - \{6 - [3 + (6 - 2 \cdot 2) : (2^2 - 2)] : (8 - 2 \cdot 3) + 1\} \cdot (8 - 3 - 2 - 2) - 2 \cdot 2^0 =$$

$$\{ [(+3)^{12} \cdot (-3)^8] \cdot [-2^{14} \cdot (-2)^6] \} : (-6)^{19} - (-2)^4 + (-3)^6 : (+3)^4 =$$

$$(2 \cdot 3^{17} - 15 \cdot 3^{15}) : (3^{18} - 9 \cdot 3^{16} + 3^{16}) =$$

4. Determina il M. C. D. (480 ; 1240) con l'algoritmo della divisione di Euclide :

5. Trasforma il numero esadecimale  $(1A0F)_{16}$  nel corrispondente numero decimale.

Effettua la verifica trasformando il numero decimale ottenuto nel corrispondente numero esadecimale.

6. Dividendo gli studenti di una scuola in gruppi di 16, di 18 e di 20, ne avanzano sempre 9. Sapendo che il numero degli studenti è minore di 1000, stabilisci quanti sono.

## Soluzione

L'insieme dei numeri interi relativi <b>Z</b> è discreto	V
L'insieme dei numeri naturali <b>N</b> è denso	F
La divisione è un'operazione interna a <b>Z</b>	F
$0 : 0$ è una forma indeterminata	V
La quarta parte di $16^{100}$ è uguale a $2^{396}$	F
$- -7  = -7$	V

$6 \cdot 3^8 + 3^9 = 3^{10}$	V
$(-3)^{30} = (+3)^{30}$	V
$5^0 = 0$	F
$(a \cdot b)^x = a^x \cdot b^x$	V
$a^x : b^x = (a - b)^x$	F
$x : (a + b) = (x : a) + (x : b)$	F

2. Compila la tabella a lato

<b>a</b>	<b>b</b>	<b>a + b</b>	<b>a - b</b>	<b>a · b</b>	<b>a<sup>3</sup></b>	<b>b<sup>2</sup></b>
-4	-3	-7	-1	+12	-64	+9
-5	-6	-11	+1	+30	-125	+36

3. Calcola il valore delle seguenti espressioni:

$$\begin{aligned}
 & 8 - \{6 - [3 + (6 - 2 \cdot 2) : (2^2 - 2)] : (8 - 2 \cdot 3) + 1\} \cdot (8 - 3 - 2 - 2) - 2 \cdot 2^0 = \\
 & = 8 - \{6 - [3 + (6 - 4) : (4 - 2)] : (8 - 6) + 1\} \cdot (5 - 2 - 2) - 2 \cdot 1 = \\
 & = 8 - \{6 - [3 + 2 : 2] : 2 + 1\} \cdot (3 - 2) - 2 = \\
 & = 8 - \{6 - [3 + 1] : 2 + 1\} \cdot 1 - 2 = \\
 & = 8 - \{6 - 4 : 2 + 1\} \cdot 1 - 2 = \\
 & = 8 - \{6 - 2 + 1\} \cdot 1 - 2 = \\
 & = 8 - \{4 + 1\} \cdot 1 - 2 = \\
 & = 8 - 5 \cdot 1 - 2 = \\
 & = 8 - 5 - 2 = \\
 & = 3 - 2 = \mathbf{1}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \{[(+3)^{12} \cdot (-3)^8] \cdot [-2^{14} \cdot (-2)^6]\} : (-6)^{19} - (-2)^4 + (-3)^6 : (+3)^4 = \\
 & = \{[+3^{20}] \cdot [-2^{20}]\} : (-6^{19}) - 16 + 3^2 = \\
 & = (-6^{20}) : (-6^{19}) - 16 + 9 = \\
 & = +6 - 16 + 9 = \\
 & = -10 + 9 = \\
 & = \mathbf{-1}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & (2 \cdot 3^{17} - 15 \cdot 3^{15}) : (3^{18} - 9 \cdot 3^{16} + 3^{16}) = \\
 & = (2 \cdot 3^2 \cdot 3^{15} - 15 \cdot 3^{15}) : (3^2 \cdot 3^{16} - 9 \cdot 3^{16} + 3^{16}) = \\
 & = (18 \cdot 3^{15} - 15 \cdot 3^{15}) : (9 \cdot 3^{16} - 9 \cdot 3^{16} + 3^{16}) = \\
 & = [3^{15} \cdot (18 - 15)] : (3^{16}) = \\
 & = [3 \cdot 3^{15}] : (3^{16}) = \\
 & = 3^{16} : 3^{16} = \mathbf{1}.
 \end{aligned}$$

4. Determina il M. C. D. (480 ; 1240) con l'algoritmo della divisione di Euclide :

Soluzione

Passo	Dividendo	Divisore	Resto
1	480	1240	
2	1240	480	280
3	480	280	200
4	280	200	80
5	200	80	<b>40</b>
6	80	40	0
<b>STOP</b>			

Il M. C. D. è l'ultimo resto diverso da zero.

Pertanto il M. C. D. (480 ; 1240) = **40**.

5. Trasforma il numero esadecimale  $(1A0F)_{16}$  nel corrispondente numero decimale.

Effettua la verifica trasformando il numero decimale ottenuto nel corrispondente numero esadecimale.

$$\begin{aligned}
 (1A0F)_{16} &= (1 \cdot 16^3 + A \cdot 16^2 + 0 \cdot 16^1 + F \cdot 16^0)_{10} = \\
 &= (4096 + 10 \cdot 256 + 0 \cdot 16^1 + 15 \cdot 16^0)_{10} = \\
 &= (4096 + 2560 + 0 + 15)_{10} \\
 &= \mathbf{(6671)_{10}}.
 \end{aligned}$$

$$(6671)_{10} = (1A0F)_{16}$$

Verifica		
Numero	Resto	
6671	15	<b>F</b>
416	0	<b>0</b>
26	10	<b>A</b>
1	1	<b>1</b>
0		

6. Dividendo gli studenti di una scuola in gruppi di 16, di 18 e 20, ne avanzano sempre 9. Sapendo che il numero degli studenti è minore di 1000, stabilisci quanti sono.

Soluzione

Inizialmente supponiamo che non ci sia un avanzo di 9 studenti.

Non considerando l'avanzo di 9 studenti, siccome sono divisi in gruppi di 16, di 18 e 20, il numero totale degli studenti della scuola sarà un multiplo comune di tali numeri.

I multipli comuni di 16, di 18 e di 20 sono: 720, 1440, 2160, 2880, ecc. . . .

Sapendo però che il numero degli studenti è minore di 1000, il multiplo comune da considerare è 720, che è il più piccolo dei multipli comuni, cioè il m.c.m. (16; 18; 20).

$$\text{Essendo } 16 = 2^4 \qquad 18 = 2 \cdot 3^2 \qquad 20 = 2^2 \cdot 5$$

$$\text{Il m. c. m. } (16, 18, 20) = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5 = 720$$

Considerando adesso l'avanzo sempre di 9 nei tre diversi raggruppamenti si ricava che gli studenti della scuola sono  $720 + 9 = 729$ .