

Alunno: _____ Classe: **1B** L. Scientifico 20 dicembre 2022

1. Dati gli insiemi:

$$U = \{x \in \mathbb{N} / 0 \leq x < 13\}$$

$$A = \{x \in \mathbb{N} / x = 2n \wedge 0 \leq n \leq 5 \wedge n \in \mathbb{N}\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{N} / x \text{ è un divisore del } 12\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{N} / x = n^2 + 1 \wedge 0 \leq n < 4 \wedge n \in \mathbb{N}\}$$

rappresenta per elencazione gli insiemi:

$U = \{ \quad \quad \quad \}$	$A = \{ \quad \quad \quad \}$	$B = \{ \quad \quad \quad \}$	$C = \{ \quad \quad \quad \}$
-------------------------------	-------------------------------	-------------------------------	-------------------------------

$A \cap B = \{ \quad \quad \quad \}$	$A - (B \cup C) = \{ \quad \quad \quad \}$	$\overline{A \cup C} \cap B = \{ \quad \quad \quad \}$
--------------------------------------	--	--

Rappresenta i 4 insiemi tramite un unico "diagramma di Eulero-Venn".

2. Ad un esame di matematica a cui hanno partecipato 80 studenti sono stati assegnati 3 quesiti.

40 studenti hanno risolto il Primo quesito, 35 il Terzo quesito, 20 solo il Primo quesito e il Secondo quesito, 15 il Secondo quesito e il Terzo quesito, 12 solo il Terzo quesito, 5 tutti e tre i quesiti, 3 nessun quesito. Determina quanti studenti hanno superato solo un quesito.

3. Completa la seguente deduzione logica, specificando lo schema di ragionamento usato.

Leggo il giornale

Se guardo la TV, non leggo il giornale

.....

4. Dimostra, costruendo la relativa tavola di verità, che la proposizione $(a \rightarrow b) \vee \bar{b}$ è una tautologia.

5. Dopo una rissa in campo l'arbitro vuole espellere il capitano di una squadra di calcio. È uno tra Andrea, Gabriele e Paolo ma, siccome nessuno ha la fascia di capitano al braccio, non sa qual è dei tre.

Andrea dice che il capitano è Gabriele; Gabriele dice che il capitano è uno degli altri due; Paolo dice di non essere il capitano. Sapendo che uno solo dei tre dice la verità, chi dei tre è il capitano?

Soluzione

1. Dati gli insiemi:

$$U = \{x \in \mathbb{N} / 0 \leq x < 13\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{N} / x \text{ è un divisore del } 12\}$$

$$A = \{x \in \mathbb{N} / x = 2n \quad \wedge \quad 0 \leq n \leq 5 \quad \wedge \quad n \in \mathbb{N}\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{N} / x = n^2 + 1 \quad \wedge \quad 0 \leq n < 4 \quad \wedge \quad n \in \mathbb{N}\}$$

rappresenta per elencazione gli insiemi:

$$U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$$

$$A = \{0, 2, 4, 6, 8, 10\}$$

$$B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$$

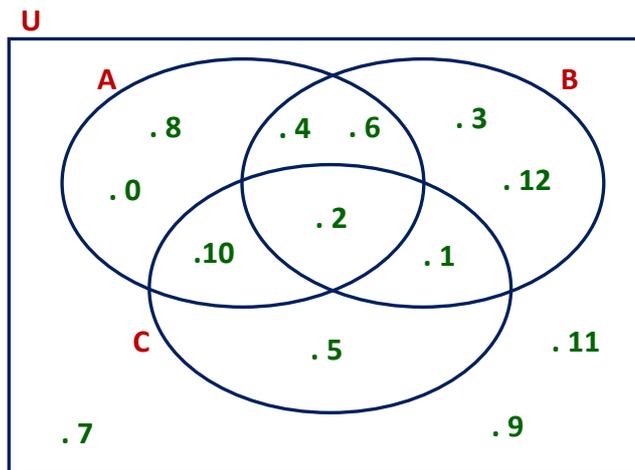
$$C = \{1, 2, 5, 10\}$$

$$A \cap B = \{2, 4, 6\}$$

$$A - (B \cup C) = \{0, 8\}$$

$$\overline{A \cup C} \cap B = \{3, 12\}$$

Rappresenta i 4 insiemi tramite un unico "diagramma di Eulero-Venn".



2. Ad un esame di matematica a cui hanno partecipato 80 studenti sono stati assegnati 3 quesiti.

40 studenti hanno risolto il Primo quesito,

35 il Terzo quesito,

20 solo il Primo quesito e il Secondo quesito,

15 il Secondo quesito e il Terzo quesito,

12 solo il Terzo quesito,

5 tutti e tre i quesiti,

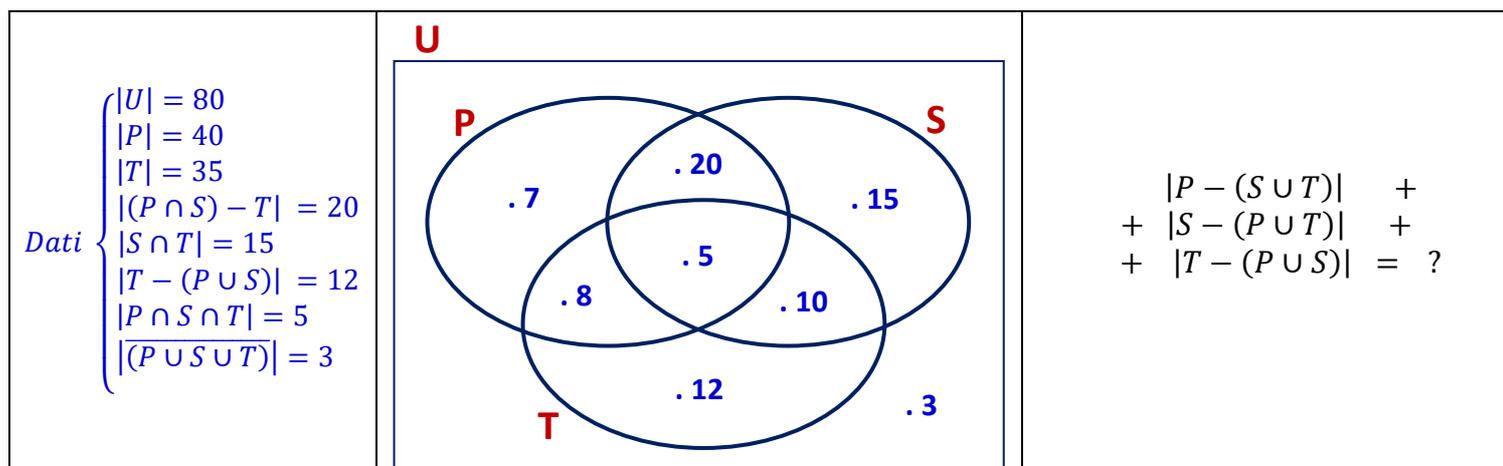
3 nessun quesito. Determina quanti studenti hanno superato solo un quesito.

Soluzione

Il problema può essere risolto ricorrendo alla rappresentazione insiemistica.

Indichiamo con U l'insieme di tutti gli studenti che hanno partecipato all'esame, con P l'insieme di tutti gli studenti che hanno risolto il Primo quesito, con S l'insieme di tutti gli studenti che hanno risolto il Secondo quesito, con T l'insieme di tutti gli studenti che hanno risolto il Terzo quesito.

La rappresentazione tramite diagramma di Eulero-Venn è la seguente:



$$|(S \cap T) - P| = |S \cap T| - |P \cap S \cap T| = 15 - 5 = 10.$$

$$|(P \cap T) - S| = |T| - |S \cap T| - |T - (P \cup S)| = 35 - 15 - 12 = 8.$$

$$|P - (S \cup T)| = |P| - |P \cap S| - |(P \cap T) - S| = 40 - 25 - 8 = 7.$$

$$|S - (P \cup T)| = |U| - |P| - |(S \cap T) - P| - |T - (P \cup S)| - |\overline{(A \cup B \cup O)}| = 80 - 40 - 10 - 12 - 3 = 15.$$

$$|P - (S \cup T)| + |S - (P \cup T)| + |T - (P \cup S)| = 7 + 15 + 12 = 34.$$

Pertanto, **34** studenti hanno superato solo un quesito.

3. Completa la seguente deduzione logica, specificando lo schema di ragionamento usato.

Leggo il giornale

Se guardo la TV, non leggo il giornale

Soluzione

Le proposizioni atomiche sono: p : " guardo la TV"

q : " non leggo il giornale"

Il relativo schema di deduzione è:

Leggo il giornale	\bar{q}
Se guardo la TV, non leggo il giornale	$p \rightarrow q$
Non guardo la TV	\bar{p}

Si tratta della regola di deduzione "Modus Tollens".

4. Dimostra, costruendo la relativa tavola di verità, che la proposizione $(a \rightarrow b) \vee \bar{b}$ è una tautologia.

Utilizzando la tavola di verità si ha:

a	b	\bar{b}	$a \rightarrow b$	$(a \rightarrow b) \vee \bar{b}$
V	V	F	V	V
V	F	V	F	V
F	V	F	V	V
F	F	V	V	V

5. Dopo una rissa in campo l'arbitro vuole espellere il capitano di una squadra di calcio. È uno tra Andrea, Gabriele e Paolo ma, siccome nessuno ha la fascia di capitano al braccio, non sa qual è dei tre.

Andrea dice che il capitano è Gabriele; Gabriele dice che il capitano è uno degli altri due; Paolo dice di non essere il capitano. Sapendo che uno solo dei tre dice la verità, chi dei tre è il capitano?

Soluzione

Questo quesito può essere risolto utilizzando una tavola di verità dove riportiamo i casi possibili.

Utilizziamo il simbolo **V** per indicare "dice il Vero" e il simbolo **M** per indicare "Mente".

N	Andrea	Gabriele	Paolo	Analisi dei dati
1	V	V	V	Questa riga viene eliminata perché uno solo dice la verità.
2	V	V	M	Questa riga viene eliminata perché uno solo dice la verità.
3	V	M	V	Questa riga viene eliminata perché uno solo dice la verità.
4	V	M	M	Se fosse Andrea a dire la verità , allora Gabriele e Paolo dovrebbero mentire . Ma le negazioni delle affermazioni di Gabriele e Paolo sono in contraddizione. Pertanto Andrea non dice la verità .
5	M	V	V	Questa riga viene eliminata perché uno solo dice la verità.
6	M	V	M	Se fosse Gabriele a dire la verità , allora Andrea e Paolo dovrebbero mentire . Le negazioni delle affermazioni di Andrea e Paolo sono compatibili. Pertanto Gabriele dice la verità .
7	M	M	V	Se fosse Paolo a dire la verità , allora Andrea e Gabriele dovrebbero mentire . Ma le negazioni delle affermazioni di Andrea e Gabriele sono in contraddizione. Pertanto Paolo non dice la verità .
8	M	M	M	Questa riga viene eliminata perché uno solo dice la verità.

Si conclude che **Paolo non dice la verità**, pertanto Paolo è il capitano.