

Alunno: _____ Classe: **1B** L. Scientifico 21 marzo 2023

1. Semplifica le seguenti frazioni algebriche:

$$\frac{6x^2 + 12xy + 6y^2}{3x^2 + 3xy}$$

$$\frac{x^2 - 4x - 12}{x^2 - x - 6}$$

$$\frac{ax + ay + 3x + 3y}{3a^2 - 27}$$

2. Semplifica le seguenti espressioni:

$$\frac{6a - 4b}{2x^3 - 9x^2 + 10x - 3} : \frac{3a - 2b}{4x^3 - 4x^2 - x + 1}$$

$$\frac{6x + 4}{9x^2 + 6x + 1} \cdot \frac{6x^2 - x - 1}{6x^2 + x - 2}$$

$$\frac{a - 1}{a^2 + 2a + 1} - \frac{3}{2a - 2} + \frac{5a}{a^2 - 1}$$

$$\left\{ \left[\left(1 + \frac{a^2 + 1}{2a} \right) : \frac{a^2 + 1}{a} \right] : \frac{a^2 - 1}{2 + 2a^2} + 1 \right\}$$

3. Aldo è in grado di completare un dato lavoro in un tempo di x ore. Giovanni, per svolgere lo stesso lavoro, impiega 3 ore in meno di Aldo. Se Aldo e Giovanni lavorassero insieme, quale frazione del lavoro svolgerebbero in un'ora e 30 minuti?

Soluzione

1. Semplifica le seguenti frazioni algebriche:

$$\frac{6x^2 + 12xy + 6y^2}{3x^2 + 3xy} = \frac{6(x+y)^2}{3x(x+y)} = \frac{2(x+y)}{x}$$

$$C.E.: x \neq 0 \wedge x \neq -y$$

$$\frac{x^2 - 4x - 12}{x^2 - x - 6} = \frac{(x+2)(x-6)}{(x+2)(x-3)} = \frac{x-6}{x-3}$$

$$C.E.: x \neq -2 \wedge x \neq 3$$

$$\frac{ax + ay + 3x + 3y}{3a^2 - 27} = \frac{a(x+y) + 3(x+y)}{3(a^2 - 9)} = \frac{(x+y)(a+3)}{3(a+3)(a-3)} = \frac{x+y}{3(a-3)}$$

$$C.E.: a \neq \mp 3$$

2. Semplifica le seguenti espressioni:

$$\begin{aligned} & \frac{6a - 4b}{2x^3 - 9x^2 + 10x - 3} : \frac{3a - 2b}{4x^3 - 4x^2 - x + 1} = \\ & = \frac{2(3a - 2b)}{(x-1)(x-3)(2x-1)} : \frac{3a - 2b}{(x-1)(2x-1)(2x+1)} = \\ & = \frac{2(3a - 2b)}{(x-1)(x-3)(2x-1)} \cdot \frac{(x-1)(2x-1)(2x+1)}{3a - 2b} = \\ & = \frac{2(2x+1)}{(x-3)}. \end{aligned}$$

$$C.E.: x \neq 1 \wedge x \neq 3 \wedge x \neq \mp \frac{1}{2} \wedge a \neq \frac{2}{3}b$$

$$\begin{aligned} & \frac{6x+4}{9x^2+6x+1} \cdot \frac{6x^2-x-1}{6x^2+x-2} = \\ & = \frac{2(3x+2)}{(3x+1)^2} \cdot \frac{(2x-1)(3x+1)}{(2x-1)(3x+2)} = \frac{2}{3x+1} \end{aligned}$$

$$C.E.: x \neq -\frac{1}{3} \wedge x \neq \frac{1}{2} \wedge x \neq -\frac{2}{3}$$

$$\begin{aligned} & \frac{a-1}{a^2+2a+1} - \frac{3}{2a-2} + \frac{5a}{a^2-1} = \\ & = \frac{a-1}{(a+1)^2} - \frac{3}{2(a-1)} + \frac{5a}{(a+1)(a-1)} = \\ & = \frac{2(a-1)(a-1) - 3(a+1)^2 + 2 \cdot 5a(a+1)}{2(a+1)^2(a-1)} = \\ & = \frac{2(a^2+1-2a) - 3(a^2+1+2a) + 10a^2+10a}{2(a+1)^2(a-1)} = \\ & = \frac{2a^2+2-4a-3a^2-3-6a+10a^2+10a}{2(a+1)^2(a-1)} = \\ & = \frac{9a^2-1}{2(a+1)^2(a-1)}. \end{aligned}$$

$$C.E.: a \neq \pm 1$$

$$\begin{aligned}
& \left\{ \left[\left(1 + \frac{a^2 + 1}{2a} \right) : \frac{a^2 + 1}{a} \right] : \frac{a^2 - 1}{2 + 2a^2} + 1 \right\} = \\
& = \left\{ \left[\left(\frac{2a + a^2 + 1}{2a} \right) : \frac{a^2 + 1}{a} \right] : \frac{a^2 - 1}{2(1 + a^2)} + 1 \right\} = \\
& = \left\{ \left[\frac{(a + 1)^2}{2a} \cdot \frac{a}{a^2 + 1} \right] : \frac{a^2 - 1}{2(1 + a^2)} + 1 \right\} = \\
& = \left\{ \frac{(a + 1)^2}{2(a^2 + 1)} \cdot \frac{2(1 + a^2)}{(a + 1)(a - 1)} + 1 \right\} = \\
& = \left\{ \frac{a + 1}{a - 1} + 1 \right\} = \\
& = \frac{a + 1 + a - 1}{a - 1} = \\
& = \frac{2a}{a - 1}.
\end{aligned}$$

$$C.E.: a \neq 0 \wedge a \neq \mp 1$$

3. Aldo è in grado di completare un dato lavoro in un tempo di x ore. Giovanni, per svolgere lo stesso lavoro, impiega 3 ore in meno di Aldo. Se Aldo e Giovanni lavorassero insieme, quale frazione del lavoro svolgerebbero in un'ora e 30 minuti?

Soluzione

Aldo in un'ora svolge una frazione di lavoro uguale a $\frac{1}{x}$.

Giovanni in un'ora svolge una frazione di lavoro uguale a $\frac{1}{x-3}$.

Aldo e Giovanni in un'ora, lavorando insieme, svolgono una frazione di lavoro uguale a:

$$(L_{A+G})^{1h} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x-3} = \frac{x-3+x}{x \cdot (x-3)} = \frac{2x-3}{x \cdot (x-3)}$$

Aldo e Giovanni in un'ora e 30 minuti, lavorando insieme, svolgono una frazione di lavoro uguale a:

$$(L_{A+G})^{1h\ 30'} = 1,5 \cdot \frac{2x-3}{x \cdot (x-3)} = \frac{3}{2} \cdot \frac{2x-3}{x \cdot (x-3)} = \frac{6x-9}{2x \cdot (x-3)}.$$