Liceo Scientifico "G. Galilei" Trebisacce

Anno Scolastico 2022-2023

Prova di Matematica : Polinomi

Alunno: ____ *Classe:* ***1A*** *L. Scientifico* *3 febbraio 2023*

1. Completa la tabella	Grado	Grado rispetto a x	Termine noto	Completo rispetto a x	Completo rispetto a y	Omogeneo
$x^3y+4-2x^2y^3-xy^2$				V F	V F	V F

2. Completa le seguenti uguaglianze:	$x^2y^6 + \ldots - \ldots = (\ldots - 2)^2$	$\ldots - \ldots + \ldots - 27b^9 = (a^2 - \ldots)^3$

3. Sviluppa i seguenti prodotti notevoli:

$(4x^4+3y^2-2z)^2$ $\qquad$ $(2a^2-5b^5)^3$ $\qquad$ $\left(\frac{1}{2}x^4-\frac{2}{3}z\right)^2$

4. Semplifica la seguente espressione:

$[(3+x^2-2x)^2-x^2\cdot(3x-4)+(x-2)^3-1]:(-4x^2)-\{3\cdot[(x+2)\cdot(x-2)+4]\}:2x=$

5. Determina quoziente e resto della divisione: $(5y-8y^2+3y^4-5):(2y^2+1+y^3)$ ed effettua la verifica.

6. Esegui la seguente divisione applicando la regola di Ruffini: $(2x^4+5x^2+8x^3-1):(3+x)$ ed effettua la verifica.

7. In un test formato da 20 quesiti il punteggio totale p è calcolato assegnando 5 punti per ogni risposta corretta, 2 punti per ogni risposta non data e 1 punto per ogni risposta errata. Per superare il test occorrono almeno 60 punti. Determina:
   a. il punteggio ottenuto da Luca supponendo che abbia risposto a 17 quesiti: 13 in modo corretto e 4 in modo errato;
   b. la formula che fornisce il punteggio complessivo p di un generico studente, indicando con n il numero delle risposte corrette e con m il numero delle risposte non date;
   c. la verifica della formula precedente applicata al test dello studente Luca;
   d. il numero minimo di risposte corrette che deve dare Luca per superare il test nel caso in cui risponde a tutti quesiti.

Soluzione

1. Completa la tabella	Grado	Grado rispetto a y	Termine noto	Completo rispetto a x	Completo rispetto a y	Omogeneo
$x^3y + 4 - 2x^2y^3 - xy^2$	5	3	4	V	V	F

2. Completa le seguenti uguaglianze:	$x^2y^6 + 4 \; - 4xy^3 = (\, xy^3 \; - \; 2)^2$	$a^6 - 9a^4b^3 + 27a^2b^6 - \; 27b^9 = (a^2 - 3b^3)^3$

3. Sviluppa i seguenti prodotti notevoli:

$(4x^4 + 3y^2 - 2z)^2 \;\; = \;\; 16x^8 + 9y^4 + 4z^2 + 24x^4y^2 - 16x^4z - 12y^2z$.

$(2a^2 - 5b^5)^3 \;\; = \;\; 8a^6 - 60a^4b^5 + 150a^2b^{10} - 125b^{15}$

$\left(\frac{1}{2}x^4 \; - \frac{2}{3}z\right)^2 \;\; = \;\; \frac{1}{4}x^8 - \frac{2}{3}x^4z + \frac{4}{9}z^2$

$(3x^2 - 2y^4)^4 \;\; = \;\; 1 \cdot (3x^2)^4 + 4 \cdot (3x^2)^3 \cdot (-2y^4) + 6 \cdot (3x^2)^2 \cdot (-2y^4)^2 + 4 \cdot (3x^2) \cdot (-2y^4)^3 + 1 \cdot (-2y^4)^4 =$

$= \;\; 1 \cdot 81x^8 + 4 \cdot 27x^6(-2y^4) + 6 \cdot 9x^4 \cdot 4y^8 + 4 \cdot (3x^2) \cdot (-8y^{12}) + 1 \cdot 16y^{16} \;\; =$

$= \;\; 81x^8 - 216x^6y^4 + 216x^4y^8 - 96x^2y^{12} + 16y^{16} \;\; =$

4. Semplifica la seguente espressione:

$[(3 + x^2 - 2x)^2 - x^2 \cdot (3x - 4) + (x - 2)^3 - 1] : (-4x^2) - \{3 \cdot [(x + 2) \cdot (x - 2) + 4]\} : 2x =$

$= \;\; [9 + x^4 + 4x^2 + 6x^2 - 12x - 4x^3 - 3x^3 + 4x^2 + x^3 - 6x^2 + 12x - 8 - 1] \; : \; (-4x^2) - \{3 \cdot [x^2 - 4 + 4]\} : 2x =$

$= \;\; [x^4 - 6x^3 + 8x^2] \; : \; (-4x^2) - \{3x^2\} : 2x =$

$= \;\; -\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x - 2 - \frac{3}{2}x =$

$= \;\; -\frac{1}{4}x^2 - 2$.

5. Determina quoziente e resto della divisione: $(5y - 8y^2 + 3y^4 - 5) : (2y^2 + 1 + y^3)$ ed effettua la verifica.

<u>*Soluzione*</u>

$$
\begin{array}{ccccc|l}
+3y^4 & & -8y^2 & +5y & -5 & y^3 + 2y^2 + 1 \\ \cline{6-6}
-3y^4 & -6y^3 & & -3y & & 3y - 6 \\ \hline
= & -6y^3 & -8y^2 & +2y & -5 & \\
 & +6y^3 & +12y^2 & & +6 & \\ \cline{2-5}
 & = & +4y^2 & +2y & +1 &
\end{array}
$$

$Q(x) = 3y - 6 \qquad\qquad R(x) = 4y^2 + 2y + 1$

<u>Verifica</u>

$Quoziente \cdot Divisore + Resto \;\; = \;\; Dividendo$

$(3y - 6) \cdot (y^3 + 2y^2 + 1) + 4y^2 + 2y + 1 \;\;\; =$

$= \;\; 3y^4 + 6y^3 + 3y - 6y^3 - 12y^2 - 6 + 4y^2 + 2y + 1 \;\; =$

$= \;\; 3y^4 - 8y^2 + 5y - 5 \;\; =$

6. Esegui la seguente divisione applicando la regola di Ruffini: $(2x^4+5x^2+8x^3-1):(3+x)$ ed effettua la verifica.

Soluzione

Ordiniamo i due polinomi secondo le potenze decrescenti della lettera x : $(2x^4+8x^3+5x^2-1):(x+3)$

Applichiamo la regola di Ruffini si ha:

	2	8	$+5$	0	-1
-3		-6	-6	$+3$	-9
	2	$+2$	-1	$+3$	-10

$Q=2x^3+2x^2-x+3$ $\qquad R=-10$.

Verifica

$Quoziente \cdot Divisore + Resto = Dividendo$

$(2x^3+2x^2-x+3)\cdot(x+3)-10 =$

$= 2x^4+2x^3-x^2+3x+6x^3+6x^2-3x+9-10=$

$= 2x^4+8x^3+5x^2-1$.

INVALSI 2010.2011

7. In un test formato da 20 quesiti il punteggio totale p è calcolato assegnando 5 punti per ogni risposta corretta, 2 punti per ogni risposta non data e 1 punto per ogni risposta errata. Per superare il test occorrono almeno 60 punti. Determina:
   a. il punteggio ottenuto da Luca supponendo che abbia risposto a 17 quesiti: 13 in modo corretto e 4 in modo errato;
   b. la formula che fornisce il punteggio complessivo p di un generico studente, indicando con n il numero delle risposte corrette e con m il numero delle risposte non date;
   c. la verifica della formula precedente applicata al test dello studente Luca;
   d. il numero minimo di risposte corrette che deve dare Luca per superare il test nel caso in cui risponde a tutti quesiti.

Soluzione a

Il punteggio complessivo ottenuto da Luca è : $p(Luca)=5\cdot 13+1\cdot 4+2\cdot 3=75$.

Soluzione b

La formula che fornisce il punteggio complessivo p *di un generico studente è :*

$p=5n+2\cdot m+1\cdot(20-m-n)$; $\qquad p=5n+2m+20-m-n$; $\qquad p=4n+m+20$.

Soluzione c

$p(Luca)=4\cdot 13+3+20=75$.

Soluzione d

Nel caso in cui Luca risponde a tutti i quesiti, per superare il test deve rispondere correttamente ad almeno 10 quesiti.

Infatti si ha: $p(Luca)=4\cdot 10+0+20=60$ $\qquad$ *oppure* $\qquad p=5\cdot 10+1\cdot 10=60$.