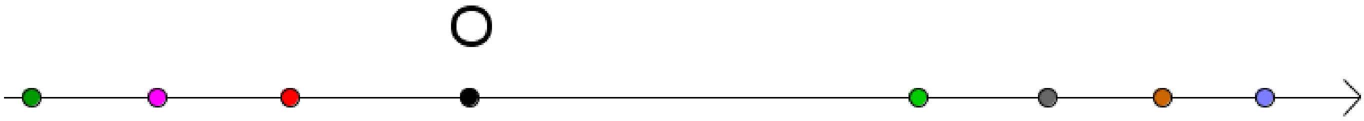
Prova di Matematica : Numeri Razionali

Alunno: ______________________________________ *Classe:* **1A** *L. Scientifico* *4 novembre 2022*

1. Ordina i seguenti numeri sulla retta orientata: $+0{,}7\overline{8}$ $\quad +\frac{4}{5}$ $\quad -\frac{3}{8}$ $\quad +0,\overline{78}$ $\quad +\frac{39}{50}$ $\quad -0{,}3\overline{7}$ $\quad -0,\overline{37}$



2. Calcola il valore delle seguenti espressioni:

$$\frac{1}{2}+\left\{\left[\frac{5}{7}+\frac{11}{6}:\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{4}\right)\right]:\frac{19}{21}-\left(\frac{7}{12}+\frac{1}{6}\right):\frac{5}{4}\right\}\cdot\frac{1}{3}=$$

$$68\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000 \ : \ 0,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,17=$$

$$\frac{2}{3}+\left(\frac{3}{2}\right)^{-2}-\left\{0,\overline{3}-\left[0{,}0\overline{3}-\left(1{,}25-\frac{17}{12}\right)\right]\right\}-\left[\frac{3}{5}-\left(0{,}0\overline{6}-\frac{3}{2}\right)\right]=$$

3. Se k è un numero intero negativo, qual è il maggiore tra i seguenti numeri? INVALSI 2013/2014

- ☐ $5+k$
- ☐ $5\cdot k$
- ☐ $5-k$
- ☐ 5^{k}

4. Un palo verticale è piantato in uno stagno. Un quinto del palo è interrato nel fondale, un sesto è immerso in acqua e la parte del palo che esce dall'acqua è lungo 8,9 metri. Qual è la lunghezza totale del palo approssimato ai millimetri ? INVALSI 2014/2015

5. In un canile 200 cani hanno una scorta di cibo sufficiente per 60 giorni. Dopo 15 giorni si aggiungono altri 50 cani. Per quanto tempo, dopo tale data, sarà ancora sufficiente la scorta, se la razione giornaliera viene ridotta a $\frac{3}{4}$ di quella precedente?

Soluzione

1. Ordina i seguenti numeri sulla retta orientata: $+0{,}7\bar{8}$ $\quad +\frac{4}{5}$ $\quad -\frac{3}{8}$ $\quad +0{,}\overline{78}$ $\quad +\frac{39}{50}$ $\quad -0{,}3\bar{7}$ $\quad -0{,}\overline{37}$

Separiamo i numeri negativi dai numeri positivi e li ordiniamo scrivendo i numeri con lo stesso numero di cifre decimali.

Numeri positivi			
$+0{,}7\bar{8}$	$+\frac{4}{5}$	$+0{,}\overline{78}$	$+\frac{39}{50}$
$+0{,}788\ldots$	$0{,}800$	$+0{,}787\ldots$	$+0{,}780$

Numeri negativi		
$-\frac{3}{8}$	$-0{,}3\bar{7}$	$-0{,}\overline{37}$
$-0{,}375$	$-0{,}377\ldots$	$-0{,}373\ldots$

2. Calcola il valore delle seguenti espressioni:

$$\frac{1}{2}+\left\{\left[\frac{5}{7}+\frac{11}{6}:\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{4}\right)\right]:\frac{19}{21}-\left(\frac{7}{12}+\frac{1}{6}\right):\frac{5}{4}\right\}\cdot\frac{1}{3}\ =$$

$$=\frac{1}{2}+\left\{\left[\frac{5}{7}+\frac{11}{6}:\left(\frac{8+3}{12}\right)\right]:\frac{19}{21}-\left(\frac{7+2}{12}\right):\frac{5}{4}\right\}\cdot\frac{1}{3}\ =$$

$$=\frac{1}{2}+\left\{\left[\frac{5}{7}+\frac{11}{6}:\frac{11}{12}\right]:\frac{19}{21}-\frac{9}{12}:\frac{5}{4}\right\}\cdot\frac{1}{3}\ =$$

$$=\frac{1}{2}+\left\{\left[\frac{5}{7}+\frac{11}{6}\cdot\frac{12}{11}\right]:\frac{19}{21}-\frac{9}{12}:\frac{5}{4}\right\}\cdot\frac{1}{3}\ =$$

$$=\frac{1}{2}+\left\{\left[\frac{5}{7}+2\right]:\frac{19}{21}-\frac{9}{12}:\frac{5}{4}\right\}\cdot\frac{1}{3}\ =$$

$$=\frac{1}{2}+\left\{\left[\frac{5+14}{7}\right]:\frac{19}{21}-\frac{9}{12}:\frac{5}{4}\right\}\cdot\frac{1}{3}\ =$$

$$=\frac{1}{2}+\left\{\frac{19}{7}:\frac{19}{21}-\frac{9}{12}:\frac{5}{4}\right\}\cdot\frac{1}{3}\ =$$

$$=\frac{1}{2}+\left\{\frac{19}{7}\cdot\frac{21}{19}-\frac{9}{12}\cdot\frac{4}{5}\right\}\cdot\frac{1}{3}\ =$$

$$=\frac{1}{2}+\left\{3-\frac{3}{5}\right\}\cdot\frac{1}{3}\ =$$

$$=\frac{1}{2}+\left\{\frac{15-3}{5}\right\}\cdot\frac{1}{3}\ =$$

$$=\frac{1}{2}+\frac{12}{5}\cdot\frac{1}{3}\ =$$

$$=\frac{1}{2}+\frac{4}{5}\ =$$

$$=\frac{5+8}{10}\ =\ \mathbf{\frac{13}{10}}\ .$$

$$68\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ :\ 0{,}000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 17 =$$

$$=\frac{6{,}8\cdot 10^{28}}{1{,}7\cdot 10^{-25}}\ =\ 4{,}0\cdot 10^{28-(-25)}\ =\ \mathbf{4{,}0\cdot 10^{53}}\ .$$

$$\frac{2}{3}+\left(\frac{3}{2}\right)^{-2}-\left\{0,\bar{3}-\left[0,0\bar{3}-\left(1,25-\frac{17}{12}\right)\right]\right\}-\left[\frac{3}{5}-\left(0,0\bar{6}-\frac{3}{2}\right)\right]=$$
$$=\frac{2}{3}+\left(\frac{2}{3}\right)^{2}-\left\{\frac{3}{9}-\left[\frac{3}{90}-\left(\frac{125}{100}-\frac{17}{12}\right)\right]\right\}-\left[\frac{3}{5}-\left(\frac{6}{90}-\frac{3}{2}\right)\right]=$$
$$=\frac{2}{3}+\frac{4}{9}-\left\{\frac{1}{3}-\left[\frac{1}{30}-\left(\frac{5}{4}-\frac{17}{12}\right)\right]\right\}-\left[\frac{3}{5}-\left(\frac{1}{15}-\frac{3}{2}\right)\right]=$$
$$=\frac{2}{3}+\frac{4}{9}-\left\{\frac{1}{3}-\left[\frac{1}{30}-\left(\frac{15-17}{12}\right)\right]\right\}-\left[\frac{3}{5}-\left(\frac{2-45}{30}\right)\right]=$$
$$=\frac{2}{3}+\frac{4}{9}-\left\{\frac{1}{3}-\left[\frac{1}{30}-\left(-\frac{2}{12}\right)\right]\right\}-\left[\frac{3}{5}-\left(-\frac{43}{30}\right)\right]=$$
$$=\frac{2}{3}+\frac{4}{9}-\left\{\frac{1}{3}-\left[\frac{1}{30}+\frac{1}{6}\right]\right\}-\left[\frac{3}{5}+\frac{43}{30}\right]=$$
$$=\frac{2}{3}+\frac{4}{9}-\left\{\frac{1}{3}-\left[\frac{1+5}{30}\right]\right\}-\left[\frac{18+43}{30}\right]=$$
$$=\frac{2}{3}+\frac{4}{9}-\left\{\frac{1}{3}-\frac{6}{30}\right\}-\frac{61}{30}=$$
$$=\frac{2}{3}+\frac{4}{9}-\left\{\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right\}-\frac{61}{30}=$$
$$=\frac{2}{3}+\frac{4}{9}-\left\{\frac{5-3}{15}\right\}-\frac{61}{30}=$$
$$=\frac{2}{3}+\frac{4}{9}-\frac{2}{15}-\frac{61}{30}=$$
$$=\frac{60+40-12-183}{90}=$$
$$=-\frac{95}{90}=-\frac{\mathbf{19}}{\mathbf{18}}.$$

3. Se k è un numero intero negativo, qual è il maggiore tra i seguenti numeri?

☐ $5+k$ ☐ $5\cdot k$ ☐ $5-k$ ☐ 5^k

Soluzione

Il numero maggiore è $5-k$.

Infatti, essendo k un numero intero negativo, si ha:

$5+k$	*è un numero minore di 5*
$5\cdot k$	*è un numero negativo*
$5-k$	*è un numero maggiore di 5*
5^k	*è un numero positivo minore di 1 (ad esempio, se* $k=-2$ *si ha* $5^{-2}=\frac{1}{5^2}=\frac{1}{25}=0{,}04$.

4. Un palo verticale è piantato in uno stagno. Un quinto del palo è interrato nel fondale, un sesto è immerso in acqua e la parte del palo che esce dall'acqua è lungo 8,9 metri. Qual è la lunghezza totale del palo approssimato ai millimetri ? **INVALSI 2014/2015**

Soluzione

La parte del palo che esce dall'acqua è pari ai $\frac{19}{30}$ *della lunghezza totale del palo.*

La frazione è ottenuta dal seguente calcolo:

$$1 - \frac{1}{5} - \frac{1}{6} = \frac{30-6-5}{30} = \frac{19}{30} \; .$$

Si ottiene la seguente tabella di proporzionalità.

Frazione del palo (n°)	*Lunghezza del palo (m)*
$\frac{19}{30}$	*8,9*
$\frac{30}{30}$	x

Le due grandezze, frazione e lunghezza del palo, sono direttamente proporzionali. Si ha la seguente proporzione:

$$x : 8{,}9 = \frac{30}{30} : \frac{19}{30} \;\; ;$$

$$x = \frac{8{,}9 \cdot 1}{\frac{19}{30}} = 8{,}9 \cdot \frac{30}{19} = 14{,}052631\ldots \cong 14{,}053 \, .$$

La lunghezza totale del palo approssimato ai millimetri è 14,053 metri.

5. In un canile 200 cani hanno una scorta di cibo sufficiente per 60 giorni. Dopo 15 giorni si aggiungono altri 50 cani. Per quanto tempo, dopo tale data, sarà ancora sufficiente la scorta, se la razione giornaliera viene ridotta a $\frac{3}{4}$ di quella precedente?

Soluzione

Dopo 15 giorni la scorta di cibo rimasta è sufficiente per nutrire i 200 cani per 45 giorni con una razione giornaliera intera di cibo.

Dopo 15 giorni invece occorre nutrire (200+50) 250 cani con una razione giornaliera ridotta pari ai 3/4 di quella intera.

Si ha la seguente tabella di proporzionalità.

Quantità cani (n°)	*Durata della scorta (g)*	*Razione giornaliera (n°)*
200	45	1
250	x	$\frac{3}{4}$

Le frecce si ottengono confrontando la grandezza incognita con le altre grandezze, prese una alla volta.

Le frecce equiverse indicano grandezze direttamente proporzionali.

Le frecce con versi opposti indicano grandezze inversamente proporzionali.

Seguendo le frecce si ottiene:

$$x = 45 \cdot \frac{200}{250} \cdot \frac{1}{\frac{3}{4}} = 45 \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{4}{3} = 48 \; .$$

La scorta sarà ancora sufficiente per nutrire i 250 cani per 48 giorni.