

Alunno: _____ Classe: **1A** L. Scientifico 19 dicembre 2022

1. Dati gli insiemi:	Insiemi uguali	Insiemi disgiunti	Sottoinsiemi	Insiemi equipotenti
$A = \{x / x \text{ è una lettera della parola "pappa"}\},$ $B = \{x / x \text{ è una lettera della parola "topo"}\},$ $C = \{x / x \text{ è una lettera della parola "pollo"}\},$ $D = \{x / x \text{ è una lettera della parola "papa"}\},$ $E = \{x / x \text{ è una lettera della parola "pappagallo"}\},$ determina:				
$A = \{ \quad \}$	$B = \{ \quad \}$	$C = \{ \quad \}$	$D = \{ \quad \}$	$E = \{ \quad \}$
$A \cap B \cap C \cap D \cap E = \{ \quad \}$		$(A \cup C) - B = \{ \quad \}$		$(\bar{B} \cap C) \cup (E - D) = \{ \quad \}$
Rappresenta i 5 insiemi tramite un unico "diagramma di Eulero-Venn".				

2. In una banca il 30% dei clienti ha investito in *Azioni*, il 25% solo in *Buoni postali*, 13% sia in *Azioni* sia in *Buoni postali*, il 15% sia in *Azioni* sia in *Obbligazioni*, il 25% sia in *Buoni postali* sia in *Obbligazioni*, il 3% ha investito sia in *Azioni* sia in *Buoni postali* sia in *Obbligazioni*, il 10% ha investito in altri prodotti finanziari. Determina la percentuale dei clienti che ha investito solo in *Azioni*, la percentuale dei clienti che ha investito solo in *Obbligazioni*, la percentuale dei clienti che ha investito solo in una forma di investimento.

3. Determina la negazione della proposizione: "Dormo e sogno".

4. Dimostra, costruendo la relativa tavola di verità, che la proposizione $p \wedge (\overline{p \vee q})$ è una contraddizione.

5. In un sacchetto ci sono alcune biglie. Maria dice: "Nel sacchetto ci sono in tutto tre biglie e sono nere". Luca dice: "Nel sacchetto ci sono due biglie nere e due biglie rosse". Giorgio dice: "Nel sacchetto ci sono solo biglie nere". Sapendo che uno solo dei tre ha mentito, quante biglie ci sono nel sacchetto?

1 2 3 quattro non si può rispondere con certezza

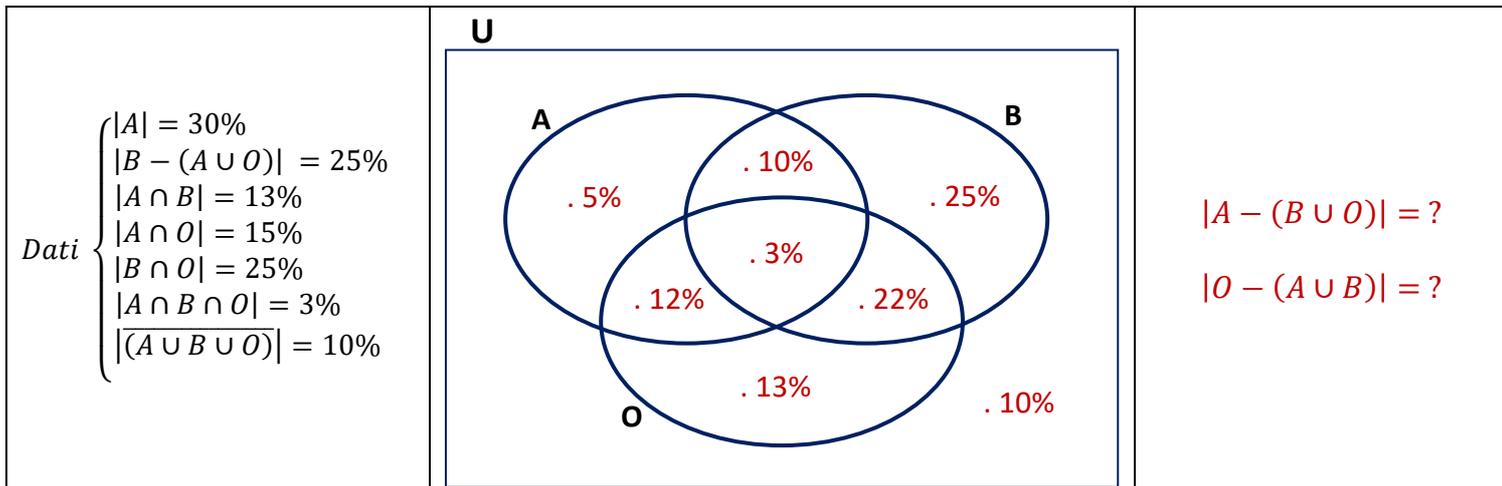
2. In una banca il 30% dei clienti ha investito in Azioni, il 25% solo in Buoni postali, 13% sia in Azioni sia in Buoni postali, il 15% sia in Azioni sia in Obbligazioni, il 25% sia in Buoni postali sia in Obbligazioni, il 3% ha investito sia in Azioni sia in Buoni postali sia in Obbligazioni, il 10% ha investito in altri prodotti finanziari. Determina la percentuale dei clienti che ha investito solo in Azioni, la percentuale dei clienti che ha investito solo in Obbligazioni, la percentuale dei clienti che ha investito solo in una forma di investimento.

Soluzione

Il problema può essere risolto ricorrendo alla rappresentazione insiemistica.

Indichiamo con U l'insieme delle percentuali di tutte le forme di investimento, con A la percentuale dei clienti che ha investito in Azioni, con B la percentuale dei clienti che ha investito in Buoni postali, con O la percentuale dei clienti che ha investito in Obbligazioni.

La rappresentazione tramite diagramma di Eulero-Venn è la seguente:



$$|(A \cap B) - O| = |A \cap B| - |A \cap B \cap O| = 13\% - 3\% = 10\% .$$

$$|(A \cap O) - B| = |A \cap O| - |A \cap B \cap O| = 15\% - 3\% = 12\% .$$

$$|(B \cap O) - A| = |B \cap O| - |A \cap B \cap O| = 25\% - 3\% = 22\% .$$

$$|A - (B \cup O)| = |A| - |A \cap B| - |(A \cap O) - B| = 30\% - 13\% - 12\% = 5\% .$$

$$\begin{aligned} |O - (A \cup B)| &= |U| - |A| - |B - (A \cup O)| - |(B \cap O) - A| - |\overline{(A \cup B \cup O)}| = \\ &= 100\% - 30\% - 25\% - 22\% - 10\% = 13\% . \end{aligned}$$

$$|A - (B \cup O)| + |B - (A \cup O)| + |O - (A \cup B)| = 5\% + 25\% + 13\% = 43\% .$$

Pertanto:

la percentuale dei clienti che ha investito solo in Azioni è pari al 5% ;

la percentuale dei clienti che ha investito solo in Obbligazioni è pari al 13% ;

la percentuale dei clienti che ha investito solo in una forma di investimento è pari al 43% .

3. Determina la negazione della proposizione: "Dormo e sogno".

Ricordando la I^a legge di De Morgan: $\overline{a \wedge b} = \bar{a} \vee \bar{b}$

si ha che la negazione della proposizione "Dormo e sogno" è " Non dormo o non sogno".

4. Dimostra, costruendo la relativa tavola di verità, che la proposizione $p \wedge (\overline{p \vee q})$ è una contraddizione.

Utilizzando la tavola di verità si ha:

p	q	$p \vee q$	$\overline{p \vee q}$	$p \wedge (\overline{p \vee q})$
V	V	V	F	F
V	F	V	F	F
F	V	V	F	F
F	F	F	V	F

5. In un sacchetto ci sono alcune biglie. Maria dice: “Nel sacchetto ci sono in tutto tre biglie e sono nere”. Luca dice: “Nel sacchetto ci sono due biglie nere e due biglie rosse”. Giorgio dice: “Nel sacchetto ci sono solo biglie nere”. Sapendo che uno solo dei tre ha mentito, quante biglie ci sono nel sacchetto?

1 2 3 quattro non si può rispondere con certezza

Soluzione

Questo quesito può essere risolto utilizzando una tavola di verità dove riportiamo i casi possibili.

Utilizziamo il simbolo **V** per indicare “dice il Vero” e il simbolo **M** per indicare “Mente”.

N	Maria	Luca	Giorgio	Analisi dei dati
1	V	V	V	Questo caso non si può verificare perché uno solo ha mentito.
2	V	V	M	Se fosse Giorgio a mentire, allora Maria e Luca dovrebbero dire la verità. Ma le affermazioni di Maria e Luca sono in contraddizione. Pertanto <i>Giorgio non mente</i> .
3	V	M	V	Se fosse Luca a mentire, allora Maria e Giorgio dovrebbero dire la verità. Le affermazioni di Maria e Giorgio non sono in contraddizione. Pertanto <i>Luca mente</i> .
4	V	M	M	Questo caso non si può verificare perché uno solo ha mentito.
5	M	V	V	Se fosse Maria a mentire, allora Luca e Giorgio dovrebbero dire la verità. Ma le affermazioni di Luca e Giorgio sono in contraddizione. Pertanto <i>Maria non mente</i> .
6	M	V	M	Questo caso non si può verificare perché uno solo ha mentito.
7	M	M	V	Questo caso non si può verificare perché uno solo ha mentito.
8	M	M	M	Questo caso non si può verificare perché uno solo ha mentito.

Si conclude pertanto, che Maria e Giorgio dicono la verità, cioè che nel sacchetto ci sono solo biglie nere (Giorgio) e che sono tre (Maria).