Prova di Matematica : Equazioni e problemi di I grado

Alunno: ____ Classe: **1A** L. Scientifico 29 maggio 2023

1. Risolvi le seguenti equazioni:

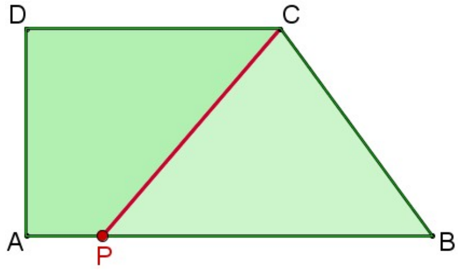
$$2(3-x)-\left(2-x^2\right)=1+(x-3)^2$$

$$\frac{x+3}{x+1}=\frac{x-1}{x+3}-\frac{2}{x^2+4x+3}$$

2. Trecento auto, di 4 team diversi, partecipano ad una gara automobilistica. Il numero delle auto del team A è i $\frac{6}{5}$ di quello del team B, mentre sia le auto del team C e sia le auto del team D partecipano ciascuno con un numero di auto che è 1/3 delle auto del team A. Determina il numero di auto di ogni team.

3. Due motociclisti percorrono la stessa strada, partendo con un’ora di differenza. Quello che parte prima viaggia alla velocità media di 70 km/h, mentre quello che parte un’ora dopo viaggia a una media di 90 km/h. Dopo quanto tempo l’uno raggiungerà l’altro? Quanta strada hanno percorso?

4. Un terreno a forma di trapezio rettangolo ABCD di perimetro $44\ \mathrm{m}$ deve essere diviso dal segmento PC (vedi figura) in due parti aventi la stessa area. Sapendo che la base maggiore è il doppio dell’altezza, il lato obliquo è congruente alla base minore e la base minore supera di 2 m l’altezza, determina la posizione del punto P?



Soluzione

1. Risolvi le seguenti equazioni:

$$2(3-x)-(2-x^2)=1+(x-3)^2$$

$$6-2x-2+x^2=1+x^2+9-6x\ ;$$

$$-2x+6x=-6+2+1+9\ ;$$

$$4x=6\ ; \qquad x=\frac{3}{2}.$$

$$\frac{x+3}{x+1}=\frac{x-1}{x+3}-\frac{2}{x^2+4x+3}\ ;$$

$$\frac{x+3}{x+1}=\frac{x-1}{x+3}-\frac{2}{(x+1)(x+3)}\ ;$$

$C.E.:\ x\neq-1 \quad \wedge \quad x\neq-3$

$m.c.m.=\ (x+1)(x+3)$

$$\frac{x+3}{x+1}\cdot(x+1)(x+3)=\frac{x-1}{x+3}\cdot(x+1)(x+3)-\frac{2}{(x+1)(x+3)}\cdot(x+1)(x+3)$$

$$(x+3)^2=(x-1)(x+1)-2\ ;$$

$$x^2+9+6x=x^2-1-2\ ;$$

$$9+6x=-1-2\ ;$$

$$6x=-9-1-2\ ;$$

$6x=-12\ ;$ $\qquad x=-2$ *Soluzione accettabile.*

2. Trecento auto, di 4 team diversi, partecipano ad una gara automobilistica. Il numero delle auto del team A è i $\frac{6}{5}$ di quello del team B, mentre sia le auto del team C e sia le auto del team D partecipano ciascuno con un numero di auto che è 1/3 delle auto del team A. Determina il numero di auto di ogni team.

$$\begin{cases} N°\ auto = 300 \\ (N°\ auto)_A = \frac{6}{5}(N°\ auto)_B \\ (N°\ auto)_C = (N°\ auto)_D = \frac{1}{3}(N°\ auto)_A \end{cases}$$

$(N°\ auto)_A = ?$
$(N°\ auto)_B = ?$
$(N°\ auto)_C = ?$
$(N°\ auto)_D = ?$

Soluzione

Poniamo il numero delle auto del team $B = x$ *con* $D = \{x \in N \ / \ 0 < x < 300\}$

Si ha che:

il numero delle auto del team $A = \frac{6}{5}x$,

il numero delle auto del team $C = \frac{1}{3} \cdot \frac{6}{5}x = \frac{2}{5}x$

e il numero delle auto del team $D = \frac{2}{5}x$

Si ottiene la seguente equazione:

$\frac{6}{5}x + x + \frac{2}{5}x + \frac{2}{5}x = 300$;

$6x + 5x + 2x + 2x = 1500$;

$15x = 1500$; $\quad x = 100$.

Quindi le auto del team $B =$ *sono 100, le auto del team* $A = \frac{6}{5} \cdot 100 = 120$,

le auto del team C sono $\frac{2}{5} \cdot 100 = 40$, *le auto del team D sono* $\frac{2}{5} \cdot 100 = 40$.

3. Due motociclisti percorrono la stessa strada, partendo con un'ora di differenza. Quello che parte prima viaggia alla velocità media di 70 km/h, mentre quello che parte un'ora dopo viaggia a una media di 90 km/h. Dopo quanto tempo l'uno raggiungerà l'altro? Quanta strada hanno percorso?

Soluzione

$$\begin{cases} v_A = 70\ km/h \\ v_B = 90\ km/h \\ t_B = t_A - 1^h \end{cases} \qquad t_B = ? \qquad s_B = ?$$

Poniamo il tempo che impiega il motociclista B per raggiungere il motociclista A: $t_B = x$, $x > 0$.

Essendo il motociclista A partito un'ora prima, nell'istante in cui viene raggiunto dal motociclista B è in viaggio da $t_A = x + 1$ *ore.*

Nel momento del raggiungimento, i due motociclisti hanno percorso lo stesso spazio s. Cioè: $S_A = S_B$.

Dalla relazione: $velocità = \frac{spazio}{tempo}$ *si ricava la relazione:* $spazio = velocità \cdot tempo$.

Sostituendo nella relazione $S_A = S_B$ *si ha:*

$v_A \cdot t_A = v_B \cdot t_B$;

$70 \cdot (x + 1) = 90 \cdot x$;

$70x + 70 = 90x$;

$20\ x = 70$;

$x = \frac{7}{2} = 3{,}5$.

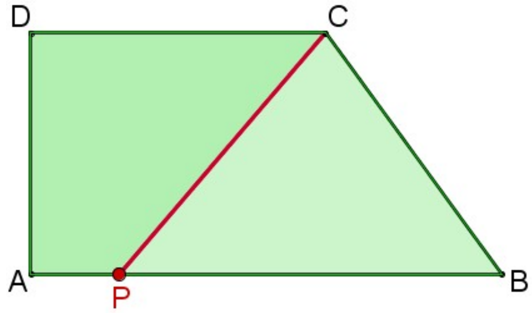
Pertanto il motociclista B raggiunge il motociclista A dopo un tempo:

$t_B = 3{,}5^{\,h} = 3 + 0{,}5^{\,h} = 3 + (0{,}5 \cdot 60)^{I} = 3^{\,h}\, 30^{\,I}$.

Lo spazio percorso è:

$s_B = v_B \cdot t_B = (90\ km/h) \cdot \left(3{,}5^{\,h}\right) = 315\ Km$.

4. Un terreno a forma di trapezio rettangolo ABCD di perimetro $44\ m$ deve essere diviso dal segmento PC (*vedi figura*) in due parti aventi la stessa area. Sapendo che la base maggiore è il doppio dell'altezza, il lato obliquo è congruente alla base minore e la base minore supera di 2 m l'altezza, determina la posizione del punto P?



Soluzione

$$\begin{cases} p_{ABCD} = 44\ m \\ \overline{AB} = 2 \cdot \overline{AD} \\ \overline{BC} = \overline{DC} \\ \overline{DC} = \overline{AD} + 2\ m \end{cases} \qquad \overline{AP} = ?$$

Poniamo $\overline{AD} = x$ *con* $x > 0$. *Si ottiene:*

$\overline{AB} = 2x$, $\overline{DC} = x + 2$ $\overline{BC} = x + 2$.

Dalla relazione: $p_{ABCD} = 44\ m$ *si ricava:*

$\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{DC} + \overline{AD} = 44\ m$; *da cui l'equazione:*

$2x + x + 2 + x + 2 + x = 44$;

$5x = 40$; $x = 8$.

Pertanto: $\overline{AD} = 8\ m$; $\overline{AB} = 2 \cdot 8\ m = 16\ m$ $\overline{DC} = (8 + 2)\ m = 10\ m$.

Poniamo $\overline{AP} = y$ *con* $0 < y < 16$. *Si ottiene:* $\overline{PB} = 16 - y$.

La relazione: $S_{ADCP} = S_{BCP}$ *si traduce in:*

$$\frac{\overline{DC} + \overline{AP}}{2} \cdot \overline{AD} = \frac{\overline{PB} \cdot \overline{CK}}{2} \ ;$$

$$\frac{10 + y}{2} \cdot 8 = \frac{(16 - y) \cdot 8}{2} \ ;$$

$$\frac{10 + y}{2} \cdot 8 = \frac{(16 - y) \cdot 8}{2} \ ;$$

$10 + y = 16 - y$; $2y = 6$; $y = 3$.

Pertanto $\overline{AP} = 3\ m$.