

1. Calcola il valore delle seguenti espressioni:

$$\left\{ \left[-\frac{1}{27} + \left(1 + \frac{1}{3} \right) \cdot \frac{1}{3} \right] \cdot \left(3 - \frac{3}{2} \right) - \frac{2}{9} - \left(3 - \frac{5}{6} \right) \right\} \cdot \left(\frac{3}{16} \right) : \left(\frac{1}{3} \right)$$

$$-\frac{2}{3} \cdot \left\{ \frac{\left[\left(\frac{1}{2} - 2 \right)^4 \cdot \left(5 - \frac{7}{2} \right)^{21} \right]}{\left(2 - \frac{4}{3} \right)^{-6}} \right\} + \left[\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right) - \left(1 - \frac{3}{2} \right)^2 \right] \cdot \left(-\frac{2}{7} \right)^{-1}$$

- 2. In un quartiere di una città, il calendario della raccolta differenziata (carta, vetro e plastica) prevede che la raccolta della carta avvenga ogni 28 giorni, quella del vetro ogni 21 giorni e quella della plastica ogni 14 giorni. Oggi sono state effettuate le raccolte di carta, vetro e plastica. Fra quanti giorni la raccolta di carta, vetro e plastica verrà effettuata di nuovo?**
- 3. Una certa colonia è costituita per il 25% da topi bianchi e per il 75% da topi neri. Tra i topi bianchi, il 50% ha gli occhi azzurri mentre tra i topi neri solo il 20% ha gli occhi azzurri. Sapendo che 99 topi hanno gli occhi azzurri, da quanti topi è composta la colonia?**
- 4. Un rubinetto che versa 56 litri di acqua in 7 minuti riempie una cisterna in 5^h 35^m. In quanto tempo un altro rubinetto, che versa 54 litri in 9 minuti, riempie $\frac{3}{4}$ della cisterna?**

1. Calcola il valore delle seguenti espressioni:

$$\begin{aligned}
 & \left\{ \left[-\frac{1}{27} + \left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdot \frac{1}{3} \right] \cdot \left(3 - \frac{3}{2}\right) - \frac{2}{9} - \left(3 - \frac{5}{6}\right) \right\} \cdot \left(\frac{3}{16}\right) : \left(\frac{1}{3}\right) = \\
 & = \left\{ \left[-\frac{1}{27} + \left(\frac{3+1}{3}\right) \cdot \frac{1}{3} \right] \cdot \left(\frac{6-3}{2}\right) - \frac{2}{9} - \left(\frac{18-5}{6}\right) \right\} \cdot \frac{3}{16} : \frac{1}{3} = \\
 & = \left\{ \left[-\frac{1}{27} + \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{3} \right] \cdot \frac{3}{2} - \frac{2}{9} - \frac{13}{6} \right\} \cdot \frac{3}{16} : \frac{1}{3} = \\
 & = \left\{ \left[-\frac{1}{27} + \frac{4}{9} \right] \cdot \frac{3}{2} - \frac{2}{9} - \frac{13}{6} \right\} \cdot \frac{3}{16} : \frac{1}{3} = \\
 & = \left\{ \left[\frac{-1+12}{27} \right] \cdot \frac{3}{2} - \frac{2}{9} - \frac{13}{6} \right\} \cdot \frac{3}{16} : \frac{1}{3} = \\
 & = \left\{ \frac{11}{27} \cdot \frac{3}{2} - \frac{2}{9} - \frac{13}{6} \right\} \cdot \frac{3}{16} : \frac{1}{3} = \\
 & = \left\{ \frac{11}{18} - \frac{2}{9} - \frac{13}{6} \right\} \cdot \frac{3}{16} : \frac{1}{3} = \\
 & = \left\{ \frac{11-4-39}{18} \right\} \cdot \frac{3}{16} : \frac{1}{3} = \\
 & = -\frac{32}{18} \cdot \frac{3}{16} : \frac{1}{3} = \\
 & = -\frac{1}{3} : \frac{1}{3} = -1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -\frac{2}{3} \cdot \left\{ \frac{\left[\left(\frac{1}{2} - 2\right)^4 \cdot \left(5 - \frac{7}{2}\right)^2 \right]}{\left(2 - \frac{4}{3}\right)^{-6}} \right\} + \left[\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right) - \left(1 - \frac{3}{2}\right)^2 \right] \cdot \left(-\frac{2}{7}\right)^{-1} = \\
 & = -\frac{2}{3} \cdot \left\{ \frac{\left[\left(\frac{1-4}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{10-7}{2}\right)^2 \right]}{\left(\frac{6-4}{3}\right)^{-6}} \right\} + \left[\left(\frac{2-1}{4}\right) - \left(\frac{2-3}{2}\right)^2 \right] \cdot \left(-\frac{7}{2}\right) = \\
 & = -\frac{2}{3} \cdot \left\{ \frac{\left[\left(-\frac{3}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2 \right]}{\left(\frac{2}{3}\right)^{-6}} \right\} + \left[\frac{1}{4} - \left(-\frac{1}{2}\right)^2 \right] \cdot \left(-\frac{7}{2}\right) = \\
 & = -\frac{2}{3} \cdot \left\{ \frac{\left(\frac{3}{2}\right)^6}{\left(\frac{3}{2}\right)^6} \right\} + \left[\frac{1}{4} - \frac{1}{4} \right] \cdot \left(-\frac{7}{2}\right) = \\
 & = -\frac{2}{3} \cdot 1 + 0 \cdot \left(-\frac{7}{2}\right) = \\
 & = -\frac{2}{3}
 \end{aligned}$$

2. In un quartiere di una città, il calendario della raccolta differenziata (carta, vetro e plastica) prevede che la raccolta della carta avvenga ogni 28 giorni, quella del vetro ogni 21 giorni e quella della plastica ogni 14 giorni. Oggi sono state effettuate le raccolte di carta, vetro e plastica. Fra quanti giorni la raccolta di carta, vetro e plastica verrà effettuata di nuovo?

Soluzione

La raccolta di carta, vetro e plastica verrà effettuata di nuovo fra un numero di giorni multiplo di 28, di 21 e di 14.

Il primo numero multiplo sia di 28, sia di 21, sia di 14 è il minimo comune multiplo m. c. m. (28; 21; 14).

$$28 = 2^2 \cdot 7$$

$$21 = 3 \cdot 7 \quad \Rightarrow \quad \text{m. c. m. (28, 21, 14)} = 2^2 \cdot 3 \cdot 7 = 84.$$

$$14 = 2 \cdot 7$$

Pertanto la raccolta di carta, vetro e plastica verrà effettuata di nuovo fra 84 giorni.

3. Una certa colonia è costituita per il 25% da topi bianchi e per il 75% da topi neri. Tra i topi bianchi, il 50% ha gli occhi azzurri mentre tra i topi neri solo il 20% ha gli occhi azzurri. Sapendo che 99 topi hanno gli occhi azzurri, da quanti topi è composta la colonia?

Soluzione

La percentuale di topi che ha gli occhi azzurri è:

$$50\% \text{ del } 25\% + 20\% \text{ del } 75\% =$$

$$= \frac{50}{100} \cdot \frac{25}{100} + \frac{20}{100} \cdot \frac{75}{100} =$$

$$= \frac{1}{8} + \frac{3}{20} =$$

$$= \frac{5 + 6}{40} = \frac{11}{40}.$$

| | |
|---|--|
| Topi bianchi 25% | Topi neri 75% |
| Topi bianchi con occhi azzurri 50% del 25% | Topi neri con occhi azzurri 20% del 75% |

$$\text{Si ha poi la proporzione: } \frac{11}{40} : \frac{40}{40} = 99 : x ; \quad \frac{11}{40} \cdot x = 1 \cdot 99 ; \quad x = 99 \cdot \frac{40}{11} = 360.$$

La colonia è composta da 360 topi.

4. Un rubinetto che versa 56 litri di acqua in 7 minuti riempie una cisterna in $5^h 35^m$. In quanto tempo un altro rubinetto, che versa 54 litri in 9 minuti, riempie $\frac{3}{4}$ della cisterna?

Soluzione

Esprimiamo innanzitutto il tempo tutto in minuti: $5^h 35^m = (5 \cdot 60)^m + 35^m = 335^{min}$.

| Portata (l/min) | Quantità di cisterne (n°) | Tempo (min) |
|--------------------|---------------------------|-------------|
| $\frac{56}{7} = 8$ | 1 | 335 |
| $\frac{54}{9} = 6$ | $\frac{3}{4}$ | x |

Le grandezze portata e tempo sono inversamente proporzionali.

Le grandezze quantità di cisterne e tempo sono direttamente proporzionali.

Si ricava:

$$x = 335 \cdot \frac{56}{54} \cdot \frac{3}{1} = 335 \cdot \frac{8}{6} \cdot \frac{3}{4} = 335.$$

I $\frac{3}{4}$ della cisterna vengono riempiti dall'altro rubinetto nello stesso tempo.