Liceo Scientifico "G. Galilei" Trebisacce

Anno Scolastico 2019-2020

Classe *2B Liceo Scientifico* *8 febbraio 2020*

Prova di Matematica : Radicali

1. Semplifica i seguenti radicali, dopo aver determinato le condizioni di esistenza:

$\sqrt[9]{-27}$ $\sqrt{36x^{10}y^8}$ $\sqrt[6]{\left(2-\sqrt{5}\right)^6}$

$\sqrt[6]{x^3}$ $\sqrt[2]{9x^2-12x+4}$ $\sqrt[12]{a^3-6a^2+12a-8}$

2. Semplifica le seguenti espressioni contenente radicali:

$$\sqrt{72}+\frac{3}{\sqrt{3}}-\sqrt{75}+\frac{2}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}\qquad \frac{2-\sqrt[2]{\left(\sqrt{2}-2\right)^2}-\left(\sqrt[2]{\sqrt{2}}\right)^2}{\left(2-\sqrt{5}\right)\cdot\left(2+\sqrt{5}\right)}$$

3. Trasporta il fattore esterno sotto il segno di radice,
dopo aver determinato le condizioni di esistenza: $\frac{2}{x-2}\sqrt{\frac{x^2+3x-10}{4}}$

4. Risolvi la seguente disequazione: $x+\left(x-\sqrt{2}\right)^2-x^2\geq 1$;

5. Dato il trapezio scaleno ABCD con gli angoli adiacenti alla base maggiore di ampiezza $\widehat{A}=30°$ e $\widehat{B}=60°$, avente base minore DC che misura a e il lato BC che misura b, calcola il suo perimetro e la sua area.

Soluzione

1. Semplifica i seguenti radicali, dopo aver determinato le condizioni di esistenza:

$\sqrt[9]{-27} = -\sqrt[9]{3^3} = -\sqrt[3]{3}$

$\sqrt[6]{x^3} = \sqrt[2]{x} \quad con \quad x \geq 0$

$\sqrt[6]{\left(2-\sqrt{5}\right)^6} = \left|2-\sqrt{5}\right| = -\left(2-\sqrt{5}\right) = \sqrt{5}-2$

$$\sqrt[2]{9x^2-12x+4} = \sqrt[2]{(3x-2)^2} = |3x-2| = \begin{cases} +(3x-2) & \text{se } x \geq \frac{2}{3} \\ -(3x-2) & \text{se } x < \frac{2}{3} \end{cases}$$

$\sqrt{36x^{10}y^8} = 6|x|^5y^4$

$\sqrt[12]{a^3-6a^2+12a-8} = \sqrt[12]{(a-2)^3} = \sqrt[4]{a-2} \quad con \quad a \geq 2$

2. Semplifica le seguenti espressioni:

$$\sqrt{72}+\frac{3}{\sqrt{3}}-\sqrt{75}+\frac{2}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} =$$

$$= \quad \sqrt{36}\cdot\sqrt{2}+\frac{3}{\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}-\sqrt{25}\cdot\sqrt{3}+\frac{2}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} \quad =$$

$$= \quad 6\sqrt{2}+\sqrt{3}-5\sqrt{3}+\frac{2\sqrt{3}-2\sqrt{2}}{3-2} \quad =$$

$$= \quad 6\sqrt{2}+\sqrt{3}-5\sqrt{3}+2\sqrt{3}-2\sqrt{2} \quad = \quad 4\sqrt{2}-2\sqrt{3}\,.$$

$$\frac{2-\sqrt[2]{\left(\sqrt{2}-2\right)^2}-\left(\sqrt[2]{\sqrt{2}}\right)^2}{\left(2-\sqrt{5}\right)\cdot\left(2+\sqrt{5}\right)}$$

Occorre fare attenzione a: $\sqrt[2]{\left(\sqrt{2}-2\right)^2} = \left|\sqrt{2}-2\right| = -\left(\sqrt{2}-2\right) = 2-\sqrt{2} \qquad perchè \quad \sqrt{2}-2<0$

$$\frac{2-\sqrt[2]{\left(\sqrt{2}-2\right)^2}-\left(\sqrt[2]{\sqrt{2}}\right)^2}{\left(2-\sqrt{5}\right)\cdot\left(2+\sqrt{5}\right)} = \frac{2-\left(2-\sqrt{2}\right)-\sqrt{2}}{4-5} = \frac{0}{-1} = 0\,.$$

3. Trasporta il fattore esterno sotto il segno di radice, dopo aver determinato le condizioni di esistenza:

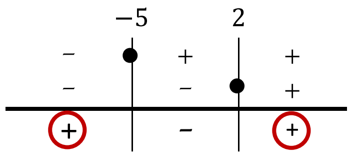
$$\frac{2}{x-2}\sqrt{\frac{x^2+3x-10}{4}}$$

Determiniamo le condizioni di esistenza:

$\begin{cases} x^2+3x-10 \geq 0 \\ x-2 \neq 0 \end{cases} \begin{cases} (x+5)(x-2) \geq 0 \\ x-2 \neq 0 \end{cases} \begin{cases} x \leq -5 \quad \vee \quad x \geq 2 \\ x \neq 2 \end{cases} \qquad C.E.: \quad x \leq -5 \quad \vee \quad x > 2$

$x+5 \geq 0 \qquad | \quad x \geq -5$

$x-2 > 0 \qquad | \quad x \geq +2$



Il fattore esterno $\frac{2}{x-2} \geq 0 \quad per \quad x \geq 2 \qquad e \qquad \frac{2}{x-2} < 0 \quad per \quad x < 2$

Dovendo rispettare le C. E. dell'espressione radicale traccia, si ottiene:

$$\frac{2}{x-2}\sqrt{\frac{x^2+3x-10}{4}} = \begin{cases} +\sqrt{\frac{2^2}{(x-2)^2}\cdot\frac{(x+5)(x-2)}{4}} = +\sqrt{\frac{x+5}{x-2}} & se \;\; x > 2 \\ -\sqrt{\frac{2^2}{[-(x-2)]^2}\cdot\frac{(x+5)(x-2)}{4}} = -\sqrt{\frac{x+5}{x-2}} & se \;\; x \leq -5 \end{cases}$$

4. Risolvi la seguente disequazione:

$x + \left(x - \sqrt{2}\right)^2 - x^2 \geq 1\,;$

$x + x^2 + 2 - 2\sqrt{2}x - x^2 \geq 1\,;$

$x - 2\sqrt{2}x \geq 1 - 2\,;$

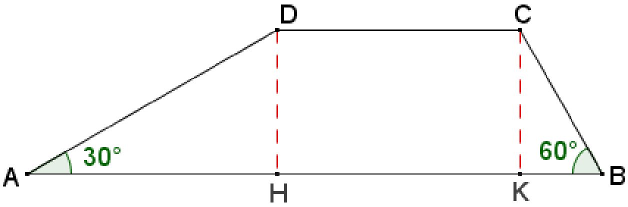
$\left(1 - 2\sqrt{2}\right)x \geq -1\,;$ *Essendo* $1 - 2\sqrt{2} < 0$ *si ha:*

$-\left(1 - 2\sqrt{2}\right)x \leq +1\,;$

$\left(2\sqrt{2} - 1\right)x \leq +1\,;$

$x \leq \dfrac{1}{2\sqrt{2} - 1}\,;$ $x \leq \dfrac{1}{2\sqrt{2} - 1} \cdot \dfrac{2\sqrt{2} + 1}{2\sqrt{2} + 1}\,;$ $x \leq \dfrac{2\sqrt{2} + 1}{8 - 1}\,;$ $x \leq \dfrac{2\sqrt{2}}{7} + \dfrac{1}{7}\,;$

5. Dato il trapezio scaleno ABCD con gli angoli adiacenti alla base maggiore di ampiezza $\widehat{A} = 30°$ e $\widehat{B} = 60°$, avente base minore DC che misura a e il lato BC che misura b, calcola il suo perimetro e la sua area.



<u>*Soluzione*</u>

$\overline{DC} = a\,;$ $\overline{BC} = b\,;$

BCK *è la metà di un triangolo equilatero* $\Rightarrow$ $\overline{KB} = \frac{b}{2}$

$$\overline{CK} = \sqrt{\overline{BC}^2 - \overline{KB}^2} = \sqrt{b^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2} = \sqrt{b^2 - \frac{b^2}{4}} = \sqrt{\frac{4b^2 - b^2}{4}} = \sqrt{\frac{3b^2}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}b\,.$$

$ADHK$ *è la metà di un triangolo equilatero* $\Rightarrow$ $\overline{AD} = 2\,\overline{DH} = 2\,\overline{CK} = 2 \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2}b = \sqrt{3}b\,.$

$$\overline{AH} = \sqrt{\overline{AD}^2 - \overline{DH}^2} = \sqrt{\left(\sqrt{3}b\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}b\right)^2} = \sqrt{3b^2 - \frac{3}{4}b^2} = \sqrt{\frac{9}{4}b^2} = \frac{3}{2}b\,.$$

$$\overline{AB} = \overline{AH} + \overline{HK} + \overline{KB} = \frac{3}{2}b + a + \frac{b}{2} = a + \left(\frac{3+1}{2}\right)b = a + 2b\,.$$

$$p = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{DC} + \overline{AD} = a + 2b + b + a + \sqrt{3}b = 2a + 3b + \sqrt{3}b.$$

$$S = \frac{\overline{AB} + \overline{DC}}{2} \cdot \overline{CK} = \frac{a + 2b + a}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}b = \frac{2a + 2b}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}b = \frac{2(a+b)}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}b = (a+b) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}b\,.$$