

1. Stabilisci, senza risolverli, la natura dei seguenti sistemi (determinato, indeterminato, impossibile):

$$\begin{cases} 3x + \frac{1}{2}y - 2 = 0 \\ 2x + \frac{1}{3}y = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2x + 6y + 4 = 0 \\ x - 3y = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 2y = x - 3 \end{cases}$$

2. Il sistema  $\begin{cases} 2ax + by = 5 \\ ax - by = 1 \end{cases}$  ammette la soluzione  $(+1 ; -1)$ . Determina  $a$  e  $b$ .

3. Risolvi il seguente sistema di equazioni con due metodi a tua scelta:

$$\begin{cases} x + \frac{1}{2} = \frac{y+1}{2} \\ \frac{1-y}{3} - 2x - 3 = 0 \end{cases}$$

4. Risolvi il seguente sistema di disequazioni:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} \geq \frac{3}{x+1} \\ -x^2 - x + 2 < 0 \end{cases}$$

5. Per fare un cocktail occorre mescolare tre diversi liquori: il primo liquore contiene il 15% di alcol con un peso specifico di 600 g/l, il secondo liquore contiene il 20% di alcol con un peso specifico di 800 g/l, il terzo liquore contiene il 30% di alcol con un peso specifico di 900 g/l. In quali quantità occorre mescolare i tre liquori per ottenere 120 l di cocktail contenente il 20% di alcol con un peso specifico di 750 g/l ?

# Soluzione

1. Stabilisci, senza risolverli, la natura dei seguenti sistemi (determinato, indeterminato, impossibile):

$$\begin{cases} 3x + \frac{1}{2}y - 2 = 0 \\ 2x + \frac{1}{3}y = 3 \end{cases} \left( \frac{a}{a'} = \frac{3}{2} \right) = \left( \frac{b}{b'} = \frac{3}{2} \right) \neq \left( \frac{c}{c'} = \frac{2}{3} \right) \quad \text{Sistema impossibile}$$

$$\begin{cases} -2x + 6y + 4 = 0 \\ x - 3y = 2 \end{cases} \left( \frac{a}{a'} = -2 \right) = \left( \frac{b}{b'} = -2 \right) = \left( \frac{c}{c'} = -2 \right) \quad \text{Sistema indeterminato}$$

$$\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 2y = x - 3 \end{cases} \left( \frac{a}{a'} = 1 \right) \neq \left( \frac{b}{b'} = -1 \right) \quad \text{Sistema determinato}$$

2. Il sistema  $\begin{cases} 2ax + by = 5 \\ ax - by = 1 \end{cases}$  ammette la soluzione  $(+1 ; -1)$ . Determina  $a$  e  $b$ .

$$\begin{cases} 2a \cdot (+1) + b \cdot (-1) = 5 \\ a \cdot (+1) - b \cdot (-1) = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} 2a - b = 5 \\ a + b = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} - \\ b = 1 - a \end{cases} \quad \begin{cases} 2a - (1 - a) = 5 \\ - \end{cases} \quad \begin{cases} 3a = 6 \\ - \end{cases} \quad \begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \end{cases}$$

3. Risolvi il seguente sistema con due metodi a tua scelta:

$$\begin{cases} x + \frac{1}{2} = \frac{y+1}{2} \\ \frac{1-y}{3} - 2x - 3 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x + 1 = y + 1 \\ 1 - y - 6x - 9 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x - y = 0 \\ 6x + y = -8 \end{cases} \quad \left( \frac{a}{a'} = \frac{1}{3} \right) \neq \left( \frac{b}{b'} = -1 \right) \quad \text{Sistema determinato}$$

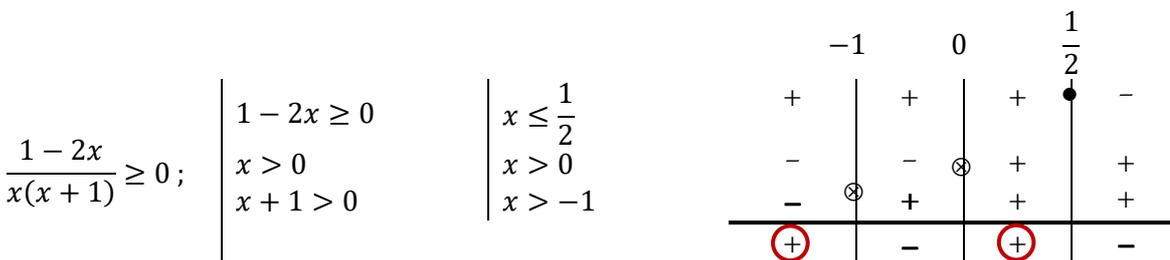
$$\begin{cases} y = 2x \\ - \end{cases} \quad \begin{cases} 6x + 2x = -8 \\ - \end{cases} \quad \begin{cases} 8x = -8 \\ - \end{cases} \quad \begin{cases} x = -1 \\ - \end{cases} \quad \begin{cases} y = 2 \cdot (-1) = -2 \\ - \end{cases} \quad \begin{cases} x = -1 \\ y = -2 \end{cases}$$

4. Risolvi il seguente sistema di disequazioni:  $\begin{cases} \frac{1}{x} \geq \frac{3}{x+1} \\ -x^2 - x + 2 < 0 \end{cases}$

$$\begin{cases} \frac{1}{x} \geq \frac{3}{x+1} \\ -x^2 - x + 2 < 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x < -1 \vee 0 < x \leq \frac{1}{2} \\ x < -2 \vee x > 1 \end{cases} \quad x < -2$$

Risolvo:

$$\frac{1}{x} \geq \frac{3}{x+1}; \quad \frac{1}{x} - \frac{3}{x+1} \geq 0; \quad \frac{x+1-3x}{x(x+1)} \geq 0; \quad \frac{1-2x}{x(x+1)} \geq 0;$$



Risolvo:

$$-x^2 - x + 2 < 0; \quad x^2 + x - 2 > 0; \quad (x+2)(x-1) > 0;$$



5. Per fare un cocktail occorre mescolare tre diversi liquori: il primo liquore contiene il 15% di alcol con un peso specifico di 600 g/l, il secondo liquore contiene il 20% di alcol con un peso specifico di 800 g/l, il terzo liquore contiene il 30% di alcol con un peso specifico di 900 g/l. In quali quantità occorre mescolare i tre liquori per ottenere 120 l di cocktail contenente il 20% di alcol con un peso specifico di 750 g/l ?

Soluzione

Poniamo: la quantità del primo liquore =  $x$  ;  
 la quantità del secondo liquore =  $y$  ;  
 la quantità del terzo liquore =  $z$  ; con  $x, y, z \in R^+$

$$\begin{cases} x + y + z = 120 \\ 15\% \cdot x + 20\% \cdot y + 30\% \cdot z = 20\% \cdot (x + y + z) \\ 600 \cdot x + 800 \cdot y + 900 \cdot z = 750 \cdot (x + y + z) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y + z = 120 \\ 15x + 20y + 30z = 20 \cdot 120 \\ 60x + 80y + 90z = 75 \cdot 120 \end{cases} \begin{cases} x + y + z = 120 \\ 15x + 20y + 30z = 2400 \\ 60x + 80y + 90z = 9000 \end{cases} \begin{cases} x + y + z = 120 \\ 3x + 4y + 6z = 480 \\ 6x + 8y + 9z = 900 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y + z = 120 \\ 3x + 4y + 6z = 480 \\ 6x + 8y + 9z = 900 \end{cases} \begin{cases} z = 120 - x - y \\ - - - \\ - - - \end{cases} \begin{cases} 3x + 4y + 6(120 - x - y) = 480 \\ 6x + 8y + 9(120 - x - y) = 900 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + 4y + 720 - 6x - 6y = 480 \\ 6x + 8y + 1080 - 9x - 9y = 900 \end{cases} \begin{cases} 3x + 2y = 240 \\ 3x + y = 180 \end{cases} \begin{cases} - \\ y = 180 - 3x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + 2(180 - 3x) = 240 \\ - - - \end{cases} \begin{cases} 3x + 360 - 6x = 240 \\ - \end{cases} \begin{cases} 3x = 120 \\ - \end{cases} \begin{cases} x = 40 \\ - \end{cases}$$

$$\begin{cases} - \\ - \\ y = 180 - 3 \cdot 40 = 60 \end{cases} \begin{cases} z = 120 - 40 - 60 = 20 \\ - - - \\ - - - \end{cases} \begin{cases} x = 40 \\ y = 60 \\ z = 20 \end{cases}$$