

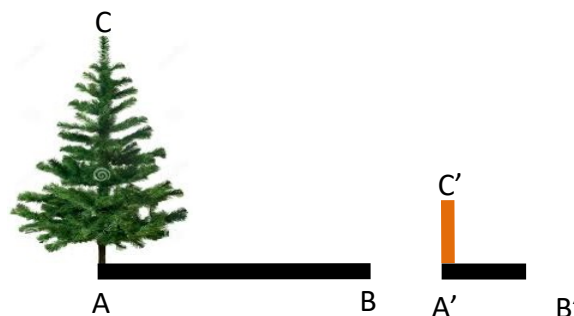
1. Utilizzando i dati assegnati (in cm), determina la misura degli oggetti incogniti:

|                   |                   |                   |
|-------------------|-------------------|-------------------|
|                   |                   |                   |
| $\overline{PC} =$ | $\overline{CD} =$ | $\overline{PT} =$ |

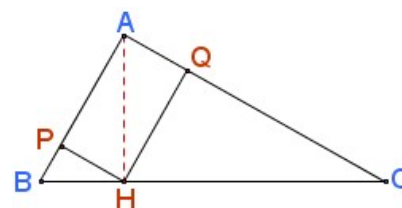
2. Utilizzando i dati assegnati (in cm), determina la misura degli oggetti incogniti:

|             |                   |              |                   |
|-------------|-------------------|--------------|-------------------|
|             |                   |              |                   |
| Perimetro = | $\overline{BC} =$ | $S_{APBC} =$ | $\overline{AC} =$ |

3. Carletto vuole misurare l'altezza del pino che ha in giardino. Per fare questa misurazione, prende un'asta di lunghezza 2 m e la pone in verticale accanto al pino e ricava che l'ombra proiettata dall'asta sul terreno misura 6 m, mentre l'ombra proiettata dall'albero sul terreno misura 24 m. Qual è la misura dell'altezza del pino ricavata da Carletto.



4. In un triangolo rettangolo ABC i cateti AB e AC misurano, rispettivamente, 6a e 8a. Sia AH l'altezza relativa all'ipotenusa e siano P e Q, rispettivamente, le proiezioni di H sui cateti AB e AC. Determina il perimetro del rettangolo APHQ.



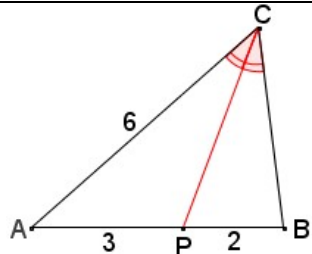
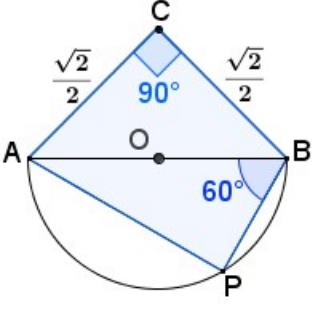
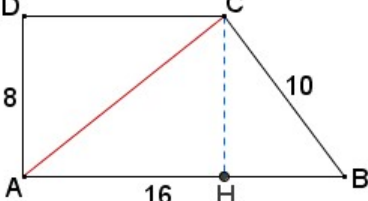
# Soluzione

1. Utilizzando i dati assegnati (*in cm*), determina la misura degli oggetti incogniti:

|                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                             |                                                                                                                                                                                                  |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                             |                                                                                                                                                                                                  |
| $\overline{PC} = \frac{5}{2} \text{ cm}$                                                                                                                                               | $\overline{CD} = 19 \text{ cm}$                                                                                                                                                                                                             | $\overline{PT} = 16 \text{ cm}$                                                                                                                                                                  |
| $\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PC} \cdot \overline{PD}$ $\overline{PC} = \frac{\overline{PA} \cdot \overline{PB}}{\overline{PD}} = \frac{9 \cdot 5}{18} = \frac{5}{2}$ | $\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PC} \cdot \overline{PD}$ $\overline{PD} = \frac{\overline{PA} \cdot \overline{PB}}{\overline{PC}} = \frac{30 \cdot 5}{6} = 25$ $\overline{CD} = \overline{PD} - \overline{PC} = 25 - 6 = 19$ | $\overline{PT}^2 = \overline{PA} \cdot \overline{PB}$ $(2x)^2 = (24 + x) \cdot x;$ $4x^2 = 24x + x^2;$ $3x^2 - 24x = 0;$ $x \cdot (3x - 24) = 0$ $x_1 = 0 \text{ non acc}$ $x_2 = 8 \text{ acc}$ |

|                                                                                |                                |                                                  |                                         |
|--------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------|--------------------------------------------------|-----------------------------------------|
|                                                                                |                                |                                                  |                                         |
| $p = \left(15 + \frac{15}{2}\sqrt{2} + \frac{15}{2}\sqrt{6}\right) \text{ cm}$ | $\overline{BC} = 4 \text{ cm}$ | $s_{APBC} = \frac{2 + \sqrt{3}}{8} \text{ cm}^2$ | $\overline{AC} = 2\sqrt{41} \text{ cm}$ |

|  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
|--|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  | $\overline{AH} = \overline{BH} = \frac{15}{\sqrt{2}} = \frac{15}{2}\sqrt{2}.$ $\overline{AC} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \overline{AH} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{15}{2}\sqrt{2} = \frac{15}{\sqrt{3}}\sqrt{2} = 5\sqrt{6}.$ $\overline{HC} = \frac{\overline{AC}}{2} = \frac{5}{2}\sqrt{6}.$ $p = \left(15 + \frac{15}{2}\sqrt{2} + \frac{5}{2}\sqrt{6} + 5\sqrt{6}\right) \text{ cm} = \left(15 + \frac{15}{2}\sqrt{2} + \frac{15}{2}\sqrt{6}\right) \text{ cm}$ |
|--|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

|                                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|-----------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|   | $AP : PB = AC : BC$ $3 : 2 = 6 : \overline{BC}$ $\overline{BC} = \frac{2 \cdot 6}{3} = 4.$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|  | $\overline{AB} = \sqrt{\overline{AC}^2 + \overline{BC}^2} \text{ cm} = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} \text{ cm} = 1 \text{ cm}.$ $\overline{BP} = \frac{\overline{AB}}{2} = \frac{1}{2} \text{ cm}.$ $\overline{AP} = \sqrt{\overline{AB}^2 - \overline{BP}^2} = \sqrt{1 - \frac{1}{4}} \text{ cm} = \sqrt{\frac{3}{4}} \text{ cm} = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ cm}.$ $S_{APBC} = S_{ABC} + S_{ABP} = \frac{1}{2} \overline{AC} \cdot \overline{BC} + \frac{1}{2} \overline{AP} \cdot \overline{BP} = \left( \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} \right) \text{ cm}^2$ $= \left( \frac{1}{4} + \frac{\sqrt{3}}{8} \right) \text{ cm}^2 = \frac{2 + \sqrt{3}}{8} \text{ cm}^2.$ |
|  | $\overline{HB} = \sqrt{\overline{BC}^2 - \overline{CH}^2} = \sqrt{10^2 - 8^2} \text{ cm} = \sqrt{36} \text{ cm} = 6 \text{ cm}.$ $\overline{AH} = \overline{AB} - \overline{HB} = (16 - 6) \text{ cm} = 10 \text{ cm}.$ $\overline{AC} = \sqrt{\overline{AH}^2 + \overline{CH}^2} = \sqrt{10^2 + 8^2} \text{ cm} = \sqrt{164} \text{ cm} = 2\sqrt{41} \text{ cm}.$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |

3. Carletto vuole misurare l'altezza del pino che ha in giardino. Per fare questa misurazione, prende un'asta di lunghezza 2 m e la pone in verticale accanto al pino e ricava che l'ombra proiettata dall'asta sul terreno misura 6 m, mentre l'ombra proiettata dall'albero sul terreno misura 24 m. Qual è la misura dell'altezza del pino ricavata da Carletto.

Soluzione

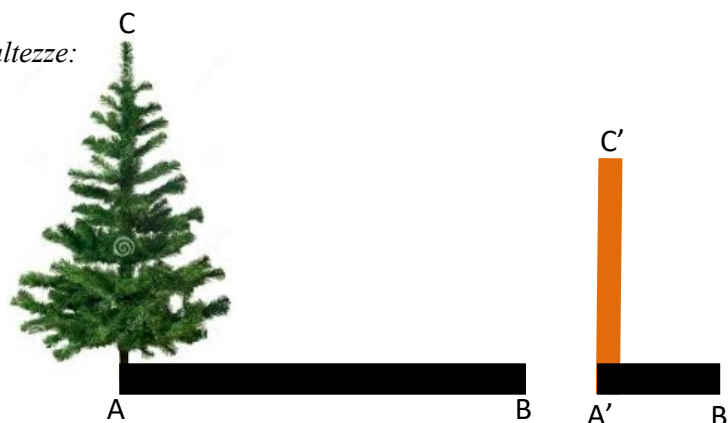
Le lunghezze delle ombre sono proporzionali alle rispettive altezze:

$$AB : A'B' = AC : A'C' ;$$

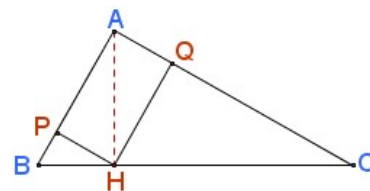
$$24 : 6 = \overline{AC} : 2 ;$$

$$\overline{AC} = \frac{2 \cdot 24}{6} \text{ m} = 8 \text{ m}.$$

La misura dell'altezza del pino è di 8 m.



4. In un triangolo rettangolo  $ABC$  i cateti  $AB$  e  $AC$  misurano, rispettivamente,  $6a$  e  $8a$ .  
Sia  $AH$  l'altezza relativa all'ipotenusa e siano  $P$  e  $Q$ , rispettivamente, le proiezioni di  $H$  sui cateti  $AB$  e  $AC$ . Determina il perimetro del rettangolo  $APHQ$ .



Soluzione

Applicando il T. di Pitagora al triangolo  $ABC$  si ha:

$$\overline{BC} = \sqrt{\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2} = \sqrt{(6a)^2 + (8a)^2} = \sqrt{100a^2} = 10a.$$

Applicando il I° T. di Euclide al triangolo  $ABC$  si ha:

$$\overline{AB}^2 = \overline{BH} \cdot \overline{BC}; \quad (6a)^2 = \overline{BH} \cdot 10a; \quad \overline{BH} = \frac{36a^2}{10a} = \frac{18}{5}a.$$

$$\overline{HC} = \overline{BC} - \overline{BH} = 10a - \frac{18}{5}a = \frac{50 - 18}{5}a = \frac{32}{5}a$$

Ponendo  $\overline{AQ} = x$ , con  $x > 0$ , si ha:  $\overline{QC} = 8a - x$ .

Applicando il T. di Talete al triangolo  $ABC$  si ha:

$$\overline{BH} : \overline{HC} = \overline{AQ} : \overline{QC}; \quad \frac{18}{5}a : \frac{32}{5}a = x : (8a - x); \quad \frac{32}{5}a \cdot x = \frac{18}{5}a \cdot (8a - x);$$

$$\frac{32}{5}ax = \frac{144}{5}a^2 - \frac{18}{5}ax; \quad 32ax + 18ax = 144a^2; \quad 50ax = 144a^2; \quad x = \frac{144a^2}{50a} = \frac{72}{25}a.$$

Pertanto  $\overline{AQ} = \frac{72}{25}a$ .

Applicando il T. di Pitagora al triangolo  $ABH$  si ha:

$$\overline{AH} = \sqrt{\overline{AB}^2 - \overline{BH}^2} = \sqrt{(6a)^2 - \left(\frac{18}{5}a\right)^2} = \sqrt{36a^2 - \frac{324}{25}a^2} = \sqrt{\frac{900 - 324}{25}a^2} = \sqrt{\frac{576}{25}a^2} = \frac{24}{5}a.$$

Senza utilizzare la similitudine, o il T. di Talete, o il T. di Pitagora si può calcolare la misura di  $QH$  con la formula:

$$\overline{QH} = \frac{\text{Cateto1} \cdot \text{Cateto2}}{\text{Ipotesusa}} = \frac{\overline{AH} \cdot \overline{HC}}{\overline{AC}} = \frac{\frac{24}{5}a \cdot \frac{32}{5}a}{8a} = \frac{768}{40a} = \frac{96}{25}a.$$

Il perimetro del rettangolo  $APHQ$  è  $p_{APHQ} = 2 \cdot (\overline{QH} + \overline{AQ}) = 2 \cdot \left(\frac{96}{25}a + \frac{72}{25}a\right) = 2 \cdot \frac{168}{25}a = \frac{336}{25}a$ .