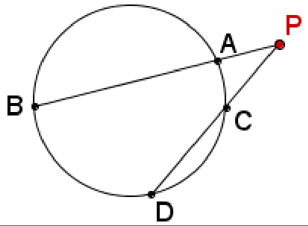
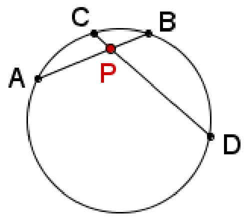
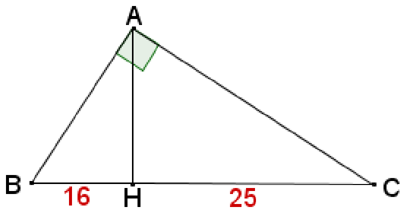
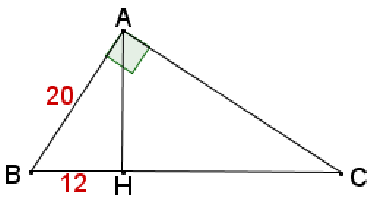
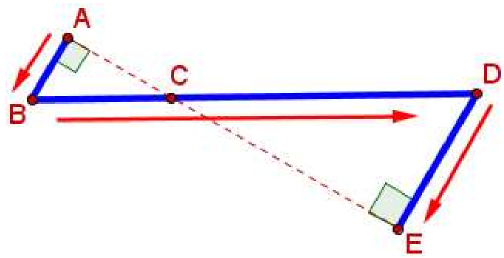
0Prova di Matematica : PITAGORA-EUCLIDE-SIMILITUDINE

Alunno: ______________________________________ Classe: 2C L. Scientifico S.A. 23 maggio 2018

1. Determina la misura del segmento PD, sapendo che: $\overline{PA}=3a,\ \overline{AB}=17a\ \ e\ \overline{PC}=4a$		**2.** Determina la misura del segmento CD, sapendo che: $\overline{AP}=12\ cm\ ,\ \overline{AB}=17\ cm,\ \overline{PD}=20\ cm$	
	$\overline{CD}=$		$\overline{CD}=$

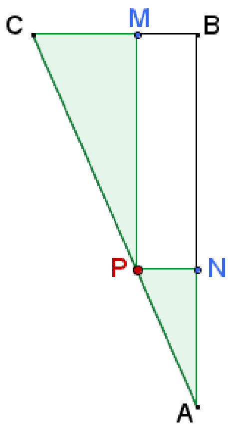
3. Utilizzando i dati in centimetri forniti dalle figure, calcola le misure dei segmenti richiesti.			
	$\overline{AH}=$ $\overline{AB}=$ $\overline{AC}=$		$\overline{AH}=$ $\overline{BC}=$ $\overline{AC}=$

4. Il tragitto di una gara di corsa campestre è rappresentato dalla figura a lato. I due tratti AB e DE sono paralleli e il tratto AB è perpendicolare ad AE. Sapendo che $\overline{AB}=150\ m$, $\overline{AC}=200\ m$, $\overline{CE}=500\ m$, determina la lunghezza complessiva della corsa.

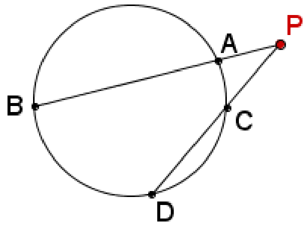
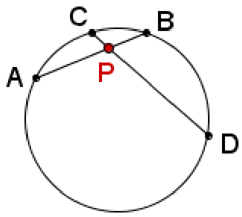


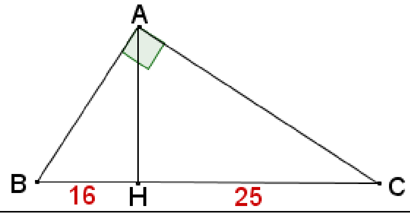
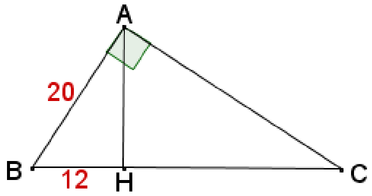
5. Un'amministrazione comunale ha acquisito un'area agricola a forma di triangolo rettangolo i cui cateti misurano $500\ m$ e $900\ m$. Si decide di rendere edificabile un'area rettangolare, come illustrato in figura, scegliendo il punto P sull'ipotenusa in modo che PC sia il doppio di PA. Determina

a. il perimetro del rettangolo edificabile.
b. l'area del rettangolo edificabile.
c. La posizione del punto P, sempre sull'ipotenusa, affinché l'area edificabile sia massima.

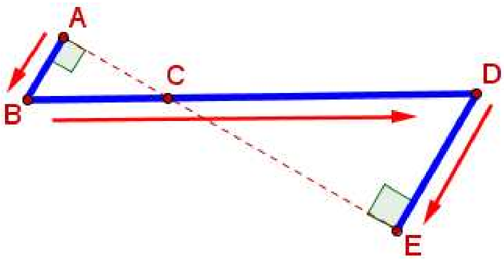


SOLUZIONE

1. Determina la misura del segmento PD, sapendo che: $\overline{PA} = 3a, \ \overline{AB} = 17a \ \ e \ \overline{PC} = 4a$		**2.** Determina la misura del segmento CD, sapendo che: $\overline{AP} = 12\ cm, \ \overline{AB} = 17\ cm, \ \overline{PD} = 20\ cm$	
	$\overline{PB} = \overline{PA} + \overline{AB} = 20\,a$ $\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PC} \cdot \overline{PD}$; $\overline{PD} = \dfrac{\overline{PA} \cdot \overline{PB}}{\overline{PC}} =$ $= \dfrac{3a \cdot 20a}{4a} = 15a$ $\overline{CD} = 15a - 4a = 11a$.		$\overline{PB} = \overline{AB} - \overline{AP} = 5\ cm$ $\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PC} \cdot \overline{PD}$; $\overline{PC} = \dfrac{\overline{PA} \cdot \overline{PB}}{\overline{PD}} =$ $= \dfrac{12 \cdot 5}{20}\ cm = 3\ cm$ $\overline{CD} = (20 + 3)\ cm = 23\ cm$.

3. Utilizzando i dati in centimetri forniti dalle figure, calcola le misure dei segmenti richiesti.	
	
$\overline{AH} = \sqrt{16 \cdot 25}\ cm = 20\ cm$ $\overline{AB} = \sqrt{400 + 256}\ cm = \sqrt{656}\ cm = 4\sqrt{41}\ cm$ $\overline{AC} = \sqrt{625 + 400}\ cm = \sqrt{1025}\ cm = 5\sqrt{41}\ cm$	$\overline{AH} = \sqrt{400 - 144}\ cm = \sqrt{256}\ cm = 16\ cm$ $\overline{BC} = \dfrac{20^2}{12}\ cm = \dfrac{400}{12}\ cm = \dfrac{100}{3}\ cm.$ $\overline{AC} = \sqrt{\dfrac{10000}{9} - 400}\ cm = \sqrt{\dfrac{6400}{9}}\ cm = \dfrac{80}{3}\ cm.$

4. Il tragitto di una gara di corsa campestre è rappresentato dalla figura a lato. I due tratti AB e DE sono paralleli e il tratto AB è perpendicolare ad AE. Sapendo che $\overline{AB} = 150\ m$, $\overline{AC} = 200\ m$, $\overline{CE} = 500\ m$, determina la lunghezza complessiva della corsa.



Soluzione

$\overline{BC} = \sqrt{\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2} = \sqrt{(150\ m)^2 + (200\ m)^2} = \sqrt{62500\ m^2} = 250\ m$.

$ABC \sim CDE$ per il 1° Criterio di Similitudine dei Triangoli. Infatti:

$\widehat{BAC} \cong \widehat{CED}$ *perché entrambi retti;*

$\widehat{ACB} \cong \widehat{DCE}$ *perché angoli opposti al vertice C.*

Pertanto, i due triangoli ABC e CDE hanno i lati proporzionali:

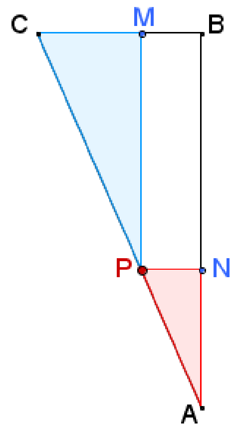
$\overline{DE} : \overline{AB} = \overline{CE} : \overline{AC}$; $\qquad \overline{DE} : 150 = 500 : 200$; $\qquad \overline{DE} = \dfrac{150 \cdot 500}{200} = 375\ m$.

$\overline{CD} : \overline{BC} = \overline{CE} : \overline{AC}$; $\qquad \overline{CD} : 250 = 500 : 200$; $\qquad \overline{CD} = \dfrac{250 \cdot 500}{200} = 625\ m$.

Pertanto la lunghezza complessiva della corsa è

$p = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DE} = (150 + 250 + 625 + 375)\ m = 1400\ m$.

5. **Un'amministrazione comunale ha acquisito un'area agricola a forma di triangolo rettangolo i cui cateti misurano $500\,m$ e $900\,m$. Si decide di rendere edificabile un'area rettangolare, come illustrato in figura, scegliendo il punto P sull'ipotenusa in modo che PC sia il doppio di PA. Determina**



a. **il perimetro del rettangolo edificabile.**
b. **l'area del rettangolo edificabile.**
c. **La posizione del punto P, sempre sull'ipotenusa, affinché l'area edificabile sia massima.**

Soluzione a

$ABC \sim PMC$ *per il 1° Criterio di Similitudine dei Triangoli. Infatti:*

$\hat{C}$ *angolo in comune ai due triangoli;*

$\hat{B} \cong \widehat{CMP}$ *perché entrambi retti;*

Pertanto, i due triangoli ABC *e* PMC *hanno i lati proporzionali:*

$$\overline{CM} : \overline{BC} = \overline{PC} : \overline{AC} \,; \qquad \overline{CM} = \frac{\overline{BC} \cdot \overline{PC}}{\overline{AC}} .$$

Ponendo $\overline{AP} = x \quad \Rightarrow \quad \overline{PC} = 2x \qquad \overline{AC} = 3x$. *Si ottiene:* $\overline{CM} = \frac{500 \cdot 2x}{3x} = \frac{1000}{3}\,m$ *e* $\overline{MB} = \frac{500}{3}\,m$.

Sempre dalla similitudine dei triangoli ABC *e* PMC *si ottiene:*

$$\overline{AB} : \overline{PM} = \overline{BC} : \overline{CM} \,; \qquad \boxed{\overline{PM} = \frac{\overline{AB} \cdot \overline{CM}}{\overline{BC}}} = \frac{900 \cdot \frac{1000}{3}}{500}\,m = 600\,m .$$

Pertanto il perimetro del rettangolo edificabile è:

$$P = 2 \cdot (\overline{PM} + \overline{MB}) = 2 \cdot \left(600 + \frac{500}{3}\right) m = 2 \cdot \left(\frac{2300}{3}\right) m = \frac{4600}{3}\,m \approx 1533{,}33\,m .$$

Soluzione b

L'area del rettangolo edificabile è: $S = \overline{PM} \cdot \overline{MB} = 600 \cdot \frac{500}{3}\,m^2 = 100.000\,m^2$.

Soluzione c

Sia P un punto qualsiasi sull'ipotenusa AC *e siano* M *e* N *le proiezioni di P sui due cateti* BC *e* AB .
Poniamo $\overline{MB} = x$, *con* $0 \le x \le 500 \quad \Rightarrow \quad \overline{CM} = 500 - x$.

Dalla relazione precedente $\boxed{\overline{PM} = \frac{\overline{AB} \cdot \overline{CM}}{\overline{BC}}} = \frac{9}{5}(500 - x)$.

L'area del rettangolo PMBN è data da: $S(x) = \frac{9}{5}(500 - x) \cdot x$.

L'equazione: $S(x) = -\frac{9}{5}x^2 + 900x$ *rappresenta una parabola con concavità negativa.*

Il massimo valore si ottiene per $x = x_{Vertice} = -\frac{b}{2\,a} = -\frac{900}{2 \cdot \left(-\frac{9}{5}\right)} = \frac{900}{\frac{18}{5}} = 900 \cdot \frac{5}{18} = 250$.

Pertanto, la posizione del punto P *affinché l'area edificabile sia massima è nel punto medio del segmento AC.*