Liceo Scientifico "G. Galilei" Trebisacce
Anno Scolastico 2017-2018
Classe *2A Liceo Scientifico* *11 novembre 2017*

Prova di Matematica : Equazioni e sistemi lineari

1. **Risolvi le seguenti equazioni :**

$$\frac{2x}{x^2+6x+9}+\frac{1}{x+3}-\frac{3x-1}{x^2+3x}=0 \qquad \frac{x}{ax^2-2ax+a}-\frac{2a}{ax-a}=0$$

2. Determina il grado dei seguenti sistemi	
$\begin{cases} 2x-xy=3 \\ xy-3y=6 \end{cases}$	$\begin{cases} x+xy^2=1-x \\ (3-x)\cdot y^2=3 \end{cases}$
Sistema di ______ grado	Sistema di _____ grado

3. Verifica se la coppia a lato è soluzione del sistema	
$\begin{cases} x+2y=9 \\ 3y+x=7 \end{cases} \quad (x=1\,;y=4)$	$\begin{cases} 3x+2y=5 \\ 3y-6x=4 \end{cases} \quad \left(x=\frac{1}{3}\,;y=2\right)$
SI **NO**	**SI** **NO**

4. **Risolvi i seguenti sistemi di equazioni con un metodo a tua scelta :**

$$\begin{cases} 4x-10y=6 \\ \frac{2}{5}x-\frac{3}{5}=y \end{cases} \qquad \begin{cases} \frac{x-1}{2}+1=\frac{3-y}{4} \\ (x-y)(x+2)=(x-y+1)(x+1) \end{cases}$$

5. **Un recipiente pieno di sabbia pesa complessivamente 19 Kg. Riempito per un quarto di sabbia pesa 4 kg. Quanto pesa il recipiente vuoto?**

6. **Per fare un buon amaro occorre mescolare tre diverse miscele: la prima miscela contiene il 10% di alcol con un peso specifico di $800\ g/l$, la seconda contiene il 20% di alcol con un peso specifico di $600\ g/l$, la terza contiene il 25% di alcol con un peso specifico di $400\ g/l$. In quali quantità occorre mescolarle per ottenere $200\ l$ di amaro contenente il 19% di alcol con un peso specifico di $590\ g/l$?**

Soluzione

1. Risolvi le seguenti equazioni :

$$\frac{2x}{x^2+6x+9}+\frac{1}{x+3}-\frac{3x-1}{x^2+3x}=0\,; \qquad C.E.: \quad x\neq 0 \quad \wedge \quad x\neq -3$$

$$\frac{2x}{(x+3)^2}+\frac{1}{x+3}-\frac{3x-1}{x(x+3)}=0\,; \qquad m.c.m. = x\cdot(x+3)^2$$

$$x\cdot(x+3)^2\cdot\frac{2x}{(x+3)^2}+x\cdot(x+3)^2\cdot\frac{1}{x+3}-x\cdot(x+3)^2\cdot\frac{3x-1}{x(x+3)}=0\,;$$

$$2x^2+x\cdot(x+3)-(x+3)(3x-1)=0\,;$$

$$2x^2+x^2+3x-(3x^2-x+9x-3)=0\,;$$

$$2x^2+x^2+3x-3x^2+x-9x+3=0\,;$$

$$3x+x-9x+3=0\,; \qquad -5x=-3\,; \qquad 5x=3\,; \qquad x=\frac{3}{5} \qquad \textit{Soluzione accettabile}\,.$$

$$\frac{x}{ax^2-2ax+a}-\frac{2a}{ax-a}=0\,;$$

$$\frac{x}{a(x^2-2x+1)}-\frac{2a}{a(x-1)}=0\,;$$

$$\frac{x}{a(x-1)^2}-\frac{2}{x-1}=0\,; \qquad \textit{Condizioni di esistenza:} \quad a\neq 0\,. \quad \textit{Condizioni di accettabilità:} \quad x\neq 1$$

Moltiplicando per il $m.c.m. = a\,(x-1)^2\neq 0$ *si ottiene:*

$$x-2a(x-1)=0\,;$$

$$x-2ax+2a=0\,;$$

$$(1-2a)\,x=-2a\,;$$

$$(2a-1)\,x=2a\,;$$

$$Se\quad 2a-1=0\,; \quad a=\frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad 0\cdot x=1 \qquad \textit{Equazione impossibile}\,.$$

$$Se\quad 2a-1\neq 0\,; \quad a\neq\frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad x=\frac{2a}{2a-1}$$

Tale soluzione però, è accettabile se è diversa da 1.

Cioè se $\frac{2a}{2a-1}\neq 1\,; \qquad 2a\neq 2a-1\,; \qquad 0\neq -1 \quad \forall\, a\in R\,.$

Riepilogando:

Valore del parametro	Tipo di equazione	Soluzione
$a=0$	*Equazione che perde significato*	$-$
$a=\frac{1}{2}$	*Equazione impossibile*	$\nexists\, x\in R$
$a\neq 0 \quad \wedge \quad a\neq\frac{1}{2}$	*Equazione determinata*	$x=\frac{2a}{2a-1}$

2. Determina il grado dei seguenti sistemi	
$\begin{cases}2x-xy=3\\ xy-3y=6\end{cases}$	$\begin{cases}x+xy^2=1-x\\ (3-x)\cdot y^2=3\end{cases}$
Sistema di **4°** grado	Sistema di **9°** grado

3. Verifica se la coppia a lato è soluzione del sistema	
$\begin{cases}x+2y=9\\ 3y+x=7\end{cases} \quad (x=1\,;y=4)$	$\begin{cases}3x+2y=5\\ 3y-6x=4\end{cases} \quad \left(x=\frac{1}{3}\,;y=2\right)$
NO	**SI**

4. **Risolvi i seguenti sistemi di equazioni con un metodo a tua scelta :**

$$\begin{cases} 4x - 10y = 6 \\ \frac{2}{5}x - \frac{3}{5} = y \end{cases} \qquad \begin{cases} 2x - 5y = 3 \\ 2x - 3 = 5y \end{cases} \qquad \begin{cases} 2x - 5y = 3 \\ 2x - 5y = 3 \end{cases} \qquad \left(\frac{a}{a^I} = 1\right) = \left(\frac{b}{b^I} = 1\right) \neq \left(\frac{c}{c^I} = 1\right) \qquad S. indeterminato$$

$$\begin{cases} \frac{x-1}{2} + 1 = \frac{3-y}{4} \\ (x-y)(x+2) = (x-y+1)(x+1) \end{cases} \qquad \begin{cases} 2(x-1) + 4 = 3 - y \\ x^2 + 2x - xy - 2y = x^2 - xy + x + x - y + 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - 2 + 4 = 3 - y \\ -2y = -y + 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} 2x + y = 1 \\ -y = 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} 2x + y = 1 \\ y = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - 1 = 1 \\ y = -1 \end{cases} \qquad \begin{cases} 2x = 2 \\ y = -1 \end{cases} \qquad \begin{cases} 2x = 2 \\ y = -1 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = +1 \\ y = -1 \end{cases}$$

5. **Un recipiente pieno di sabbia pesa complessivamente 13 Kg. Riempito per un quarto di sabbia pesa 4 kg. Quanto pesa il recipiente vuoto?**

<u>*Soluzione*</u>

Poniamo il peso del secchio vuoto $= x$, *e il peso della sabbia* $= y$ *con* $x, y \in R^+$.

Si ottiene il seguente sistema:

$$\begin{cases} x + y = 13 \\ x + \frac{y}{4} = 4 \end{cases} \qquad \begin{cases} x + y = 13 \\ 4x + y = 16 \end{cases} \qquad \left(\frac{a}{a^I} = \frac{1}{4}\right) \neq \left(\frac{b}{b^I} = \frac{1}{1} = 1\right) \qquad S. Determinato$$

$$\begin{cases} x + y = 13 \\ 4x + y = 16 \end{cases} \quad \begin{matrix} - \\ = \end{matrix}$$

$$3x = 3 ; \quad x = 1$$

Il secchio vuoto pesa $1\ kg$.

6. **Per fare un buon amaro occorre mescolare tre diverse miscele: la prima miscela contiene il 10% di alcol con un peso specifico di $800\ g/l$, la seconda contiene il 20% di alcol con un peso specifico di $600\ g/l$, la terza contiene il 25% di alcol con un peso specifico di $400\ g/l$. In quali quantità occorre mescolarle per ottenere $200\ l$ di amaro contenente il 19% di alcol con un peso specifico di $590\ g/l$?**

<u>*Soluzione*</u>

Poniamo: la quantità della prima miscela $= x$;
la quantità della prima miscela $= y$;
la quantità della prima miscela $= z$; con $x, y, z \in R^+$

$$\begin{cases} x + y + z = 200 \\ 10\% \cdot x + 20\% \cdot y + 25\% \cdot z = 19\% \cdot (x + y + z) \\ 800 \cdot x + 600 \cdot y + 400 \cdot z = 590 \cdot (x + y + z) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y + z = 200 \\ 10x + 20y + 25z = 19 \cdot 200 \\ 80x + 60y + 40z = 59 \cdot 200 \end{cases} \qquad \begin{cases} x + y + z = 200 \\ 10x + 20y + 25z = 3800 \\ 80x + 60y + 40z = 11800 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y + z = 200 \\ 2x + 4y + 5z = 760 \\ 4x + 3y + 2z = 590 \end{cases} \qquad \begin{cases} z = 200 - x - y \\ --- \\ --- \end{cases} \qquad \begin{cases} --- \\ 2x + 4y + 5 \cdot (200 - x - y) = 760 \\ 4x + 3y + 2 \cdot (200 - x - y) = 590 \end{cases}$$

$$\begin{cases} --- \\ 2x + 4y + 1000 - 5x - 5y = 760 \\ 4x + 3y + 400 - 2x - 2y = 590 \end{cases} \qquad \begin{cases} --- \\ -3x - y = -240 \\ 2x + y = 190 \end{cases} \qquad \begin{cases} --- \\ 3x + y = 240 \\ 2x + y = 190 \end{cases}$$

$$\begin{cases} --- \\ y = 240 - 3x \\ --- \end{cases} \qquad \begin{cases} --- \\ --- \\ 2x + 240 - 3x = 190 \end{cases} \qquad \begin{cases} --- \\ --- \\ -x = 190 - 240 \end{cases}$$

$$\begin{cases} --- \\ --- \\ x = 50 \end{cases} \qquad \begin{cases} --- \\ y = 240 - 3 \cdot 50 = 90 \\ --- \end{cases} \qquad \begin{cases} z = 200 - 50 - 90 = 60 \\ --- \\ --- \end{cases} \qquad \begin{cases} x = 50 \\ y = 90 \\ z = 60 \end{cases}$$

Pertanto occorrono: $50\ l$ della prima miscela, $90\ l$ della seconda miscela e $60\ l$ della terza miscela.