Prova di Matematica : Numeri reali e radicali

Alunno: ____ Classe: 2A L. Scientifico *23 febbraio 2018*

1. Individua i numeri irrazionali

$0{,}4\overline{53}+e$	$\sqrt[3]{0{,}008}$	$3\pi-3$	$0{,}717711777111\ldots$	$\sqrt[3]{5}\cdot\sqrt[3]{25}$	$\sqrt{5}-1$
SI NO	SI NO	SI NO	SI NO	SI NO	SI NO

2. Vero o falso

$\sqrt[3]{-8}=-\sqrt[3]{8}$	V	F
$\sqrt{x^2+y^2}=\lvert x\rvert+\lvert y\rvert$	V	F
$\sqrt{13}+\sqrt{12}=\sqrt{25}$	V	F
$\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}=5\sqrt{5}$	V	F
$\sqrt[2]{a^2-6a+9}=\lvert a-3\rvert$	V	F
$\sqrt{-3}\cdot\sqrt{-3}=-3$	V	F
$\sqrt[3]{5}+\sqrt[3]{-5}=0$	V	F
$\sqrt[7]{x^{27}y^{10}}=x^6y^3\,\sqrt[7]{x^3y}$	V	F

3. Determina le condizioni di esistenza dei seguenti radicali:

$$\sqrt[2]{5x^2-45} \qquad\qquad \sqrt[2n]{\frac{x^2-9}{x+2}}-\sqrt[2n+1]{x+1}$$

4. Semplifica le seguenti espressioni contenenti radicali:

$$\sqrt{\left(1-\sqrt{2}\right)^2} \qquad \sqrt[12]{\frac{8x^6}{27y^3}} \qquad \sqrt{\frac{x^4-2x^4y+x^4y^2}{9z^6}} \qquad \sqrt{\frac{9}{2}}+\sqrt[3]{3000}-\sqrt[3]{24}+\sqrt{\frac{1}{8}}$$

5. In un triangolo rettangolo il cateto maggiore è congruente ai $\frac{15}{8}$ del cateto minore. Determina il perimetro del triangolo, sapendo che l'area del triangolo è 1920 cm^2 .

6. Traccia il grafico della funzione: $y=x+\sqrt{9+x^2-6x}$

SOLUZIONE

1. Individua i numeri irrazionali

$0{,}4\overline{53}+e$	$\sqrt[3]{0{,}008}$	$3\pi-3$	$0{,}717711777111\ldots$	$\sqrt[3]{5}\cdot\sqrt[3]{25}$	$\sqrt{5}-1$
SI	NO	SI	SI	NO	SI

2. Vero o falso

$\sqrt[3]{-8}=-\sqrt[3]{8}$	V	$\sqrt[2]{a^2-6a+9}=\lvert a-3\rvert$	V
$\sqrt{x^2+y^2}=\lvert x\rvert+\lvert y\rvert$	F	$\sqrt{-3}\cdot\sqrt{-3}=-3$	F
$\sqrt{13}+\sqrt{12}=\sqrt{25}$	F	$\sqrt[3]{5}+\sqrt[3]{-5}=0$	V
$\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}=5\sqrt{5}$	V	$\sqrt[7]{x^{27}y^{10}}=x^6y^3\sqrt[7]{x^3y}$	F

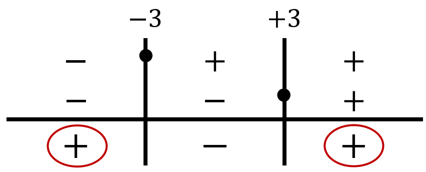
3. Determina le condizioni di esistenza dei seguenti radicali:

$\sqrt[2]{5x^2-45}$

$5x^2-45\geq 0\,;\qquad 5(x^2-9)\geq 0\,;\qquad 5(x+3)(x-3)\geq 0$

$x+3\geq 0 \qquad x\geq -3$

$x-3\geq 0 \qquad x\geq +3$

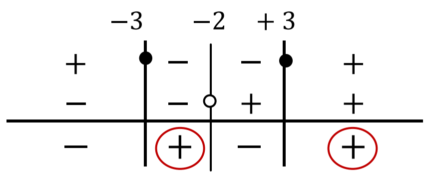


Pertanto le C.E.: $x\leq -3 \quad \vee \quad x\geq +3$.

$\sqrt[2n]{\dfrac{x^2-9}{x+2}}-\sqrt[2n+1]{x+1} \qquad \dfrac{x^2-9}{x+2}\geq 0$

$x^2-9\geq 0 \qquad x\leq -3 \quad \vee \quad x\geq +3$

$x+2>0 \qquad x>-2$



Pertanto le C.E.: $-3\leq x<-2 \quad \vee \quad x\geq 3$

4. Semplifica le seguenti espressioni contenenti radicali:

$$\sqrt{\left(1-\sqrt{2}\right)^2}=\left|1-\sqrt{2}\right|=-\left(1-\sqrt{2}\right)=\sqrt{2}-1$$

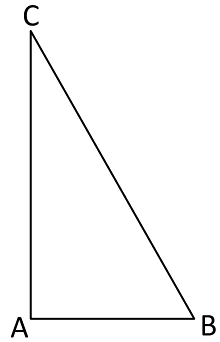
$$\sqrt[12]{\frac{8x^6}{27y^3}}=\sqrt[12]{\frac{2^3x^6}{3^3y^3}}=\sqrt[4]{\frac{2x^2}{3y}} \qquad C.E.:\ y>0$$

$$\sqrt{\frac{x^4-2x^4y+x^4y^2}{9z^6}}=\sqrt{\frac{x^4(1-2y+y^2)}{9z^6}}=\sqrt{\frac{x^4(1-y)^2}{9z^6}}=\frac{x^2|1-y|}{3|z^3|} \qquad C.E.:\ z\neq 0$$

$$\sqrt{\frac{9}{2}}+\sqrt[3]{3000}-\sqrt[3]{24}+\sqrt{\frac{1}{8}}=\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{2}}+\sqrt[3]{10^3}\cdot\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{2^3}\cdot\sqrt[3]{3}+\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{8}}=\frac{3}{\sqrt{2}}+10\sqrt[3]{3}-2\sqrt[3]{3}+\frac{1}{2\sqrt{2}}=$$

$$=\frac{6+1}{2\sqrt{2}}+8\sqrt[3]{3}=\frac{7}{2\sqrt{2}}+8\sqrt[3]{3}=\frac{7}{2\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}+8\sqrt[3]{3}=\frac{7}{4}\sqrt{2}+8\sqrt[3]{3}\ .$$

5. In un triangolo rettangolo il cateto maggiore è congruente ai $\frac{15}{8}$ del cateto minore. Determina il perimetro del triangolo, sapendo che l'area del triangolo è $1920\ cm^2$.



Soluzione

Poniamo la misura del cateto minore $\overline{AB} = x$ *con* $x > 0$.

Si ottiene: $\overline{AC} = \frac{15}{8} x$.

Sapendo che l'area del triangolo è $1920\ cm^2$ *si ha:*

$\frac{1}{2} \cdot \overline{AB} \cdot \overline{AC} = 1920$; $\frac{1}{2} \cdot x \cdot \frac{15}{8} x = 1920$;

$\frac{15}{16} x^2 = 1920$; $x^2 = \frac{16}{15} \cdot 1920$; $x^2 = 2048$;

Essendo $x > 0$ $\Rightarrow$ $x = \sqrt{2048} = \sqrt{2^{11}} = \sqrt{2^{10}} \cdot \sqrt{2} = 2^5\sqrt{2} = 32\sqrt{2}$.

Quindi: $\overline{AB} = 32\sqrt{2}\ cm$ *e* $\overline{AC} = \frac{15}{8} x = \frac{15}{8} \cdot 32\sqrt{2}\ cm = 60\sqrt{2}\ cm$.

$$\overline{BC} = \sqrt{\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2}\ cm = \sqrt{\left(32\sqrt{2}\right)^2 + \left(60\sqrt{2}\right)^2}\ cm = \sqrt{2048 + 7200}\ cm = \sqrt{9248}\ cm = \sqrt{9248}\ cm =$$

$$= \sqrt{17^2 \cdot 2^5}\ cm = \sqrt{17^2} \cdot \sqrt{2^4} \cdot \sqrt{2}\ cm = 17 \cdot 4\sqrt{2}\ cm = 68\sqrt{2}\ cm$$

Pertanto perimetro del triangolo è

$$p = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC} = \left(32\sqrt{2} + 60\sqrt{2} + 68\sqrt{2}\right) cm = 160\sqrt{2}\ cm .$$

6. Traccia il grafico della funzione: $\boldsymbol{y = x + \sqrt{9 + x^2 - 6x}}$

$y = x + \sqrt{9 + x^2 - 6x}$

$y = x + \sqrt{(x-3)^2}$

$$y = x + |x - 3| = \begin{cases} x + (x-3) & se\ \ x - 3 \geq 0 \\ x - (x-3) & se\ \ x - 3 < 0 \end{cases}$$

cioè:

$$y = x + |x - 3| = \begin{cases} 2x - 3 & se\ \ x \geq 3 \\ 3 & se\ \ x < 3 \end{cases}$$