17.02.2018 - 1 ora
prof. Mimmo Corrado

Prova di Matematica : Polinomi

Alunno: ____ Classe: 1 A L. Scientifico

1. Completa la seguente tabella.

Polinomio	Grado	Grado rispetto a x	Termine noto	Completo rispetto a x	Completo rispetto a y	Omogeneo
$x^3y-5x^2y^2+xy^3-5$				SI NO	SI NO	SI NO

2. Completa le seguenti uguaglianze:	$x^4y^2+\ldots-\ldots=(\ldots-2)^2$	$8a^3-\ldots+\ldots-\ldots=(\ldots-x^2)^3$

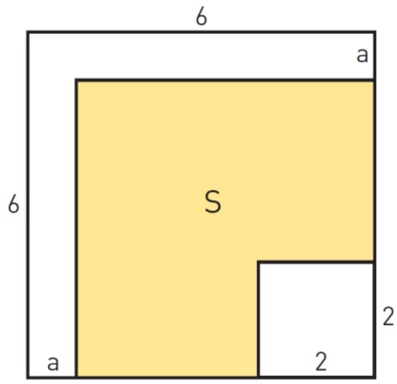
3. Sviluppa i seguenti prodotti notevoli:

$$\left(3x^3y-\frac{2}{3}y^2\right)^2 \qquad \left(3xy-\frac{2}{3}y^2\right)^3 \qquad \left(2x-\frac{1}{2}y^2\right)^4$$

4. Semplifica le seguenti espressioni:

$$\left[\left(\frac{3}{8}x-\frac{3}{4}y\right)\left(-\frac{2}{3}y+\frac{4}{9}x\right)-\left(\frac{5}{4}x-\frac{5}{8}y\right)\left(\frac{4}{15}x-\frac{8}{15}y\right)-\frac{1}{6}y^2\right]:\left(-\frac{1}{6}x\right)$$

$$(x^2-3x+2)^2+x^2(x+2)(x-3)-2x(x-1)^3+x(x^2+10)$$



5. Verifica che l'area S della zona colorata è data da $a^2-12a+32$. Calcola S per $a=2$. Indica per quali valori di a si hanno il massimo e il minimo di S .

6. Per quali valori del parametro a il polinomio $P(x)=2ax^3-x^2+a+7$ è divisibile per il binomio $x+1$?

□ $a=6$ □ $a=-6$ □ $a=-2$ □ $a=+2$ □ mai

7. Determina quoziente e resto della divisione: $(6x^4+13x^2-2x^3-x+5):(3+2x^2)$ ed effettua la verifica.

8. Verifica che, se sottrai 3 al triplo di un numero naturale n e moltiplichi il risultato per il successivo di n, ottieni il triplo del precedente del quadrato di n.

Soluzione

1. Completa la seguente tabella

Polinomio	Grado	Grado rispetto a x	Termine noto	Completo rispetto a x	Completo rispetto a y	Omogeneo
$x^3y-5x^2y^2+xy^3-5$	4	3	-5	SI	SI	NO

2. Completa le seguenti uguaglianze:	$x^4y^2+4-4x^2y=(x^2y-2)^2$	$8a^3-12a^2x^2+6ax^4-x^6=(2a-x^2)^3$

3. Sviluppa i seguenti prodotti notevoli:

$$\left(3x^3y-\frac{2}{3}y^2\right)^2 = 9x^6y^2+\frac{4}{9}y^4-4x^3y^3$$

$$\left(3xy-\frac{2}{3}y^2\right)^3 = 27x^3y^3-18x^2y^4+4xy^5-\frac{8}{27}y^6$$

$$\left(2x-\frac{1}{2}y^2\right)^4 = 16x^4-16x^3y^2+6x^2y^4-xy^6+\frac{1}{16}y^8$$

4. Semplifica le seguenti espressioni:

$$\left[\left(\frac{3}{8}x-\frac{3}{4}y\right)\left(-\frac{2}{3}y+\frac{4}{9}x\right)-\left(\frac{5}{4}x-\frac{5}{8}y\right)\left(\frac{4}{15}x-\frac{8}{15}y\right)-\frac{1}{6}y^2\right]:\left(-\frac{1}{6}x\right)=$$

$$=\left[-\frac{1}{4}xy+\frac{1}{6}x^2+\frac{1}{2}y^2-\frac{1}{3}xy-\left(\frac{1}{3}x^2-\frac{2}{3}xy-\frac{1}{6}xy+\frac{1}{3}y^2\right)-\frac{1}{6}y^2\right]:\left(-\frac{1}{6}x\right)=$$

$$=\left[-\frac{1}{4}xy+\frac{1}{6}x^2+\frac{1}{2}y^2-\frac{1}{3}xy-\frac{1}{3}x^2+\frac{2}{3}xy+\frac{1}{6}xy-\frac{1}{3}y^2-\frac{1}{6}y^2\right]:\left(-\frac{1}{6}x\right)=$$

$$=\left[\left(-\frac{1}{4}-\frac{1}{3}+\frac{2}{3}+\frac{1}{6}\right)xy+\left(\frac{1}{6}-\frac{1}{3}\right)x^2+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{6}\right)y^2\right]:\left(-\frac{1}{6}x\right)=$$

$$=\left[\left(\frac{-3-4+8+2}{12}\right)xy+\left(\frac{1-2}{6}\right)x^2+\left(\frac{3-2-1}{6}\right)y^2\right]:\left(-\frac{1}{6}x\right)=$$

$$=\left[\left(\frac{3}{12}\right)xy+\left(\frac{-1}{6}\right)x^2\right]:\left(-\frac{1}{6}x\right)=$$

$$=\left[\frac{1}{4}xy-\frac{1}{6}x^2\right]:\left(-\frac{1}{6}x\right)=$$

$$=-\frac{3}{2}y+x\,.$$

$$(x^2-3x+2)^2+x^2(x+2)(x-3)-2x(x-1)^3+x(x^2+10)=$$
$$=x^4+9x^2+4-6x^3+4x^2-12x+x^2(x^2-3x+2x-6)-2x(x^3-3x^2+3x-1)+x^3+10x=$$
$$=x^4+9x^2+4-6x^3+4x^2-12x+x^4-3x^3+2x^3-6x^2-2x^4+6x^3-6x^2+2x+x^3+10x=$$
$$=x^2+4\ .$$

6. Per quali valori del parametro a il polinomio $P(x)=2ax^3-x^2+a+7$ è divisibile per il binomio $x+1$?

<u>Soluzione</u>

$P(x)=2ax^3-x^2+a+7$ è divisibile per il binomio $x+1$ se il resto della divisione è zero.

$R=P(-1)=0\,;$

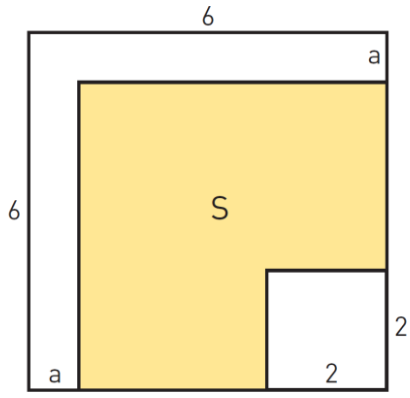
$2a(-1)^3-(-1)^2+a+7=0\ ;\qquad -2a-1+a+7=0\,;\qquad -a=-6\,;\qquad a=6\,.$

Infatti per $a=6$ si ottiene:

$12x^3-x^2+6+7\,;\qquad 12x^3-x^2+13\,;$

$R=P(-1)=12(-1)^3-(-1)^2+13=-12-1+13=0$

5. Verifica se l'area S della zona colorata è data da $a^2 - 12a + 32$. Calcola S per $a = 2$. Indica per quali valori di a si hanno il massimo e il minimo di S .



Soluzione

L'area colorata è data dalla differenza tra l'area del quadrato di lato $6 - a$ e l'area del quadrato di lato 2.

$$S = (6-a)^2 - 2^2 = 36 + a^2 - 12a - 4 = 36 + a^2 - 12a - 4 = a^2 - 12a + 32$$

Consideriamo la funzione $S(a) = a^2 - 12a + 32$ *e calcoliamo* $S(a = 2)$:

$$S(2) = 2^2 - 12 \cdot 2 + 32 = 12 \ .$$

Il massimo di S si ottiene quando a assume il valore minimo possibile, ovvero quando $a = 0$.

Il minimo di S si ottiene quando a assume il valore massimo possibile, ovvero $a = 6 - 2 = 4$.

7. Determina quoziente e resto della divisione: $(6x^4 + 13x^2 - 2x^3 - x + 5) : (3 + 2x^2)$ ed effettua la verifica.

Soluzione

$$\begin{array}{rrrrr|l}
6x^4 & -2x^3 & +13x^2 & -x & +5 & 2x^2+3 \\ \cline{6-6}
-6x^4 & & -9a^2 & & & 3x^2 - x + 2 \\ \cline{1-5}
= & -2x^3 & +4x^2 & -x & +5 & \\
 & +2x^3 & & +3x & & \\ \cline{2-5}
 & = & +4x^2 & 2x & +5 & \\
 & & -4x^2 & & -6 & \\ \cline{3-5}
 & & = & 2x & -1 &
\end{array}$$

$Q(x) = 3x^2 - x + 2 \qquad R(x) = 2x - 1$

Verifica

$Quoziente \cdot Divisore + Resto = Dividendo$

$(2x^2 + 3) \cdot (3x^2 - x + 2) + 2x - 1 =$

$= 6x^4 - 2x^3 + 4x^2 + 9x^2 - 3x + 6 + 2x - 1 =$

$= 6x^4 - 2x^3 + 13x^2 - x + 5$.

8. Verifica che, se sottrai 3 al triplo di un numero naturale n e moltiplichi il risultato per il successivo di n, ottieni il triplo del precedente del quadrato di n.

Soluzione

$(3n - 3)(n + 1) = 3n^2 + 3n - 3n - 3 = 3n^2 - 3 = 3(n^2 - 1)$.