

## Prova di Matematica : Insiemi

Alunno: \_\_\_\_\_ Classe: 1 A L. Scientifico

1. Dato l'insieme  $A = \{x / x \text{ è una lettera della parola "olio"}\}$ , determina l'insieme delle parti di A.
2. Quante diverse password di quattro caratteri diversi si possono generare usando i seguenti caratteri:  $\{A, B, C, 1, 2, 3\}$ .
3. Volendo collegare 9 città a due a due, con linee ferroviarie ad alta velocità, quante linee è necessario costruire? Rispondi motivando la risposta.

4. Dati gli insiemi:  $A = \{x / x \text{ è una lettera della parola "cassa"}\}$   
 $B = \{x / x \text{ è una lettera della parola "costa"}\}$        $C = \{x / x \text{ è una lettera della parola "casa"}\}$   
 $D = \{x / x \text{ è una lettera della parola "rene"}\}$        $E = \{x / x \text{ è una lettera della parola "tassa"}\}$   
 rappresentali in un unico diagramma di Eulero-Venn e calcola:  $A \triangle E$ ,  $\overline{A \cup E} \cap B$ .

Indica inoltre le relazioni esistenti fra essi.

$A = C$	$A = E$	$A \neq B$	$C \neq D$	$A \cap D = \emptyset$	$A \cap E = \emptyset$	$A \subset B$	$D \subset B$	$ A  =  D $	$ C  =  E $
V F	V F	V F	V F	V F	V F	V F	V F	V F	V F

5. In una prova di inglese effettuata in una classe di 20 studenti, 12 allievi risolvono correttamente il primo esercizio; 9 studenti risolvono correttamente il secondo esercizio; 2 studenti sbagliano entrambi gli esercizi. Quanti studenti risolvono correttamente entrambi gli esercizi?
6. In un'indagine condotta su 1500 famiglie è risultato che: 900 hanno Internet, 750 hanno la TV satellitare, 620 hanno il Computer, 260 hanno Internet e TV satellitare, 400 hanno Internet e Computer, 325 hanno TV satellitare e Computer, 186 hanno tutti e tre i servizi. Quante famiglie non hanno alcuno dei servizi indicati? Quante famiglie hanno un solo servizio? Quante famiglie hanno solo Internet e TV satellitare? Quante famiglie hanno al massimo due servizi?

## Soluzione

1. Dato l'insieme  $A = \{x / x \text{ è una lettera della parola "olio"}\}$ , determina l'insieme delle parti di A.

Soluzione

Rappresentiamo per elencazione l'insieme  $A = \{o, l, i\}$

L'insieme delle parti di A è  $P(A) = \{\{o\}, \{l\}, \{i\}, \{o, l\}, \{o, i\}, \{l, i\}, A, \emptyset\}$ .

2. Quante diverse password di quattro caratteri diversi si possono generare usando i seguenti caratteri:  $\{A, B, C, 1, 2, 3\}$ .

Soluzione

Il primo carattere lo possiamo scegliere in 6 modi diversi.

Il secondo carattere lo possiamo scegliere in 5 modi diversi (il primo carattere scelto non lo posso utilizzare).

Il terzo carattere lo possiamo scegliere in 4 modi diversi (il primo e il secondo carattere scelti non si possono utilizzare)

Il quarto carattere lo possiamo scegliere in 3 modi diversi (il primo, il secondo e il terzo carattere già scelti non si possono utilizzare).

Le password pertanto sono:  $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 360$ .

C	B	I	A
6	5	4	3

3. Volendo collegare 9 città a due a due, con linee ferroviarie ad alta velocità, quante linee è necessario costruire? Rispondi motivando la risposta.

Soluzione

Si perviene alla soluzione considerando il prodotto cartesiano Città  $\times$  Città.

Nel determinare tali coppie occorre ricordare però, che le coppie (Milano ; Napoli) e (Napoli ; Milano) devono essere contate una sola volta (c'è una sola linea ferroviaria fra Milano e Napoli).

Inoltre occorre escludere le coppie del tipo (Milano ; Milano).

Pertanto le linee ferroviarie sono:  $L = (9 \times 9 - 9) : 2 = 36$ .

4. Dati gli insiemi:  $A = \{x / x \text{ è una lettera della parola "cassa"}\}$

$B = \{x / x \text{ è una lettera della parola "costa"}\}$

$C = \{x / x \text{ è una lettera della parola "casa"}\}$

$D = \{x / x \text{ è una lettera della parola "rene"}\}$

$E = \{x / x \text{ è una lettera della parola "tassa"}\}$

rappresentali in un unico diagramma di Eulero-Venn e calcola:  $A \triangle E$ ,  $\overline{A \cup E} \cap B$ .

Indica inoltre le relazioni esistenti fra essi.

Soluzione

$A = \{a, c, s\}$

$B = \{a, c, o, s, t\}$

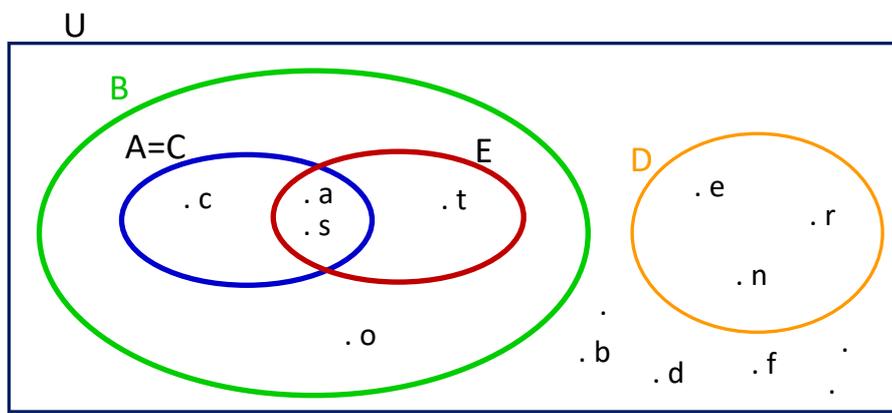
$C = \{a, c, s\}$

$D = \{e, n, r\}$

$E = \{a, s, t\}$

$A \triangle E = \{c, t\}$

$\overline{A \cup E} \cap B = \{o\}$

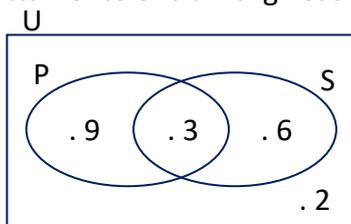


$A = C$	$A = E$	$A \neq B$	$C \neq D$	$A \cap D = \emptyset$	$A \cap E = \emptyset$	$A \subset B$	$D \subset B$	$ A  =  D $	$ C  =  E $
V	F	V	V	V	F	V	F	V	V

5. In una prova di inglese effettuata in una classe di 20 studenti, 12 allievi risolvono correttamente il primo esercizio; 9 studenti risolvono correttamente il secondo esercizio; 2 studenti sbagliano entrambi gli esercizi. Quanti studenti risolvono correttamente entrambi gli esercizi?

Soluzione

$$\text{Dati} \begin{cases} |U| = 20 \\ |P| = 12 \\ |S| = 9 \\ |\overline{P \cup S}| = 2 \end{cases}$$

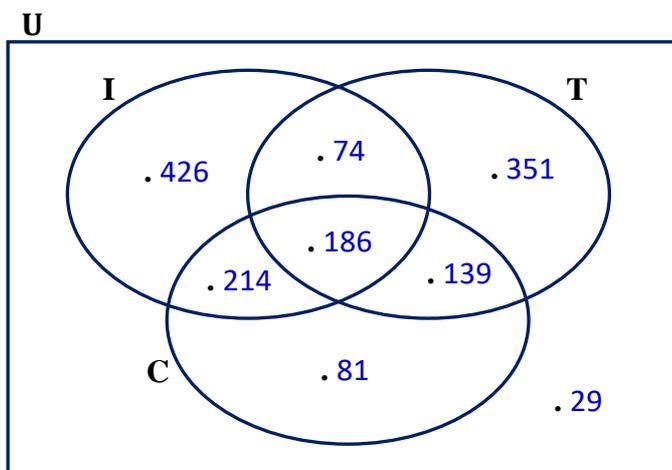


$$|P \cap S| = ?$$

$$|P \cap S| = |P| + |S| + |\overline{P \cup S}| - |U| = 12 + 9 + 2 - 20 = 3.$$

6. In un'indagine condotta su 1500 famiglie è risultato che: 900 hanno Internet, 750 hanno la TV satellitare, 620 hanno il Computer, 260 hanno Internet e TV satellitare, 400 hanno Internet e Computer, 325 hanno TV satellitare e Computer, 186 hanno tutti e tre i servizi. Quante famiglie non hanno alcuno dei servizi indicati? Quante famiglie hanno un solo servizio? Quante famiglie hanno solo Internet e TV satellitare? Quante famiglie hanno al massimo due servizi?

$$\text{Dati} \begin{cases} |U| = 1500 \\ |I| = 900 \\ |T| = 750 \\ |C| = 620 \\ |I \cap T| = 260 \\ |I \cap C| = 400 \\ |T \cap C| = 325 \\ |I \cap T \cap C| = 186 \end{cases}$$



Soluzione

$$|(I \cap T) - C| = |I \cap T| - |I \cap T \cap C| = 260 - 186 = 74$$

$$|(I \cap C) - T| = |I \cap C| - |I \cap T \cap C| = 400 - 186 = 214$$

$$|(T \cap C) - I| = |T \cap C| - |I \cap T \cap C| = 325 - 186 = 139$$

$$|I - (T \cup C)| = |I| - |(I \cap T) - C| - |I \cap T \cap C| - |(I \cap C) - T| = 900 - 74 - 186 - 214 = 426$$

$$|T - (I \cup C)| = |T| - |(I \cap T) - C| - |I \cap T \cap C| - |(T \cap C) - I| = 750 - 74 - 186 - 139 = 351$$

$$|C - (I \cup T)| = |C| - |(I \cap C) - T| - |I \cap T \cap C| - |(T \cap C) - I| = 620 - 214 - 186 - 139 = 81$$

$$|\overline{(I \cup T \cup C)}| = |U| - |I| - |T - (I \cup C)| - |(T \cap C) - I| - |C - (I \cup T)| = 1500 - 900 - 351 - 139 - 81 = 29$$

*Pertanto:*

*Le famiglie che non hanno alcuno dei servizi indicati sono 29.*

*Le famiglie che hanno un solo servizio sono:*

$$|I - (T \cup C)| + |T - (I \cup C)| + |C - (I \cup T)| = 426 + 351 + 81 = 858$$

*Le famiglie che hanno solo Internet e TV satellitare (hanno sia Internet, sia TV satellitare, ma non hanno il computer) sono:*

$$|(I \cap T) - C| = |I \cap T| - |I \cap T \cap C| = 260 - 186 = 74$$

*Le famiglie che hanno al massimo due servizi (un servizio o due servizi) sono:*

$$|U| - |I \cap T \cap C| - |\overline{(I \cup II \cup III)}| = 1500 - 186 - 29 = 1285.$$