

1. Completa la seguente tabella.

Polinomio	Grado	Grado rispetto a b	Termine noto	Completo rispetto a x	Completo rispetto a b	Omogeneo
$7bx^2 - 8b^3x - 5$				<input type="checkbox"/> SI <input type="checkbox"/> NO	<input type="checkbox"/> SI <input type="checkbox"/> NO	<input type="checkbox"/> SI <input type="checkbox"/> NO

2. Scrivi un polinomio di quarto grado, nelle variabili x e y , omogeneo e completo sia rispetto a x sia rispetto a y .

3. Sviluppa i seguenti prodotti notevoli:

$$\left(-\frac{2}{3}xy + \frac{1}{3}y^2\right)^2$$

$$\left(-\frac{2}{3}ab + \frac{1}{2}a^2\right)^3$$

$$\left(\frac{4}{3}x^2 - \frac{1}{2}xy^3 + 6y^4\right)^2$$

$$\left(\frac{1}{2}x - 2y^2\right)^4$$

4. Completa le seguenti uguaglianze:

$$36a^6 + \dots - \dots = (\dots - 2a^2b)^2$$

$$x^3 + 3x + \dots - \dots = (x \dots)^3$$

5. Semplifica le seguenti espressioni:

$$[(x + y)^3 - (x + y)(x^2 - xy + y^2)]^2 - 2xy(-3xy)^2$$

$$(a^4 + 4)(a^4 - 4)(16 + a^8) - (4a^9)^2 : 8a^2 + (a^2 + 2)^2 \cdot (a^2 - 2)^2 \cdot (a^4 + 4)^2$$

6. Determina quoziente e resto della divisione: $(x^5 - 3x^4 - 5x^2 - 4x - 6) : (2 + x^3)$ ed effettua la verifica.

7. In una famiglia il figlio ha x anni, l'età della madre è $\frac{5}{2}$ dell'età del figlio, il padre ha 2 anni in più della madre. Quale sarà la somma delle loro età fra 5 anni?

8. Una somma di $10x$ euro viene divisa fra 3 fratelli: il primo riceve x euro e il secondo ottiene una quota che supera di $4a$ i $\frac{3}{5}$ della prima. Quanto riceve il terzo? Se $x = 100$ e $a = 50$ quali sono le tre quote?

Soluzione

1. Completa la seguente tabella.

Polinomio	Grado	Grado rispetto a b	Termine noto	Completo rispetto a x	Completo rispetto a b	Omogeneo
$7bx^2 - 8b^3x - 5$	4	3	-5	SI	NO	NO

2. Scrivi un polinomio di quarto grado, nelle variabili x e y , omogeneo e completo sia rispetto a x sia rispetto a y .

Soluzione

$$5x^4 - 4x^3y + x^2y^2 - 3xy^3 + 2y^4$$

3. Sviluppa i seguenti prodotti notevoli:

$$\left(-\frac{2}{3}xy + \frac{1}{3}y^2\right)^2 = \frac{4}{9}x^2y^2 + \frac{1}{9}y^4 - \frac{4}{9}xy^3$$

$$\left(-\frac{2}{3}ab + \frac{1}{2}a^2\right)^3 = -\frac{8}{27}a^3b^3 + \frac{1}{8}a^6 + \frac{2}{3}a^4b^2 - \frac{1}{2}a^5b$$

$$\left(\frac{4}{3}x^2 - \frac{1}{2}xy^3 + 6y^4\right)^2 = \frac{16}{9}x^4 + \frac{1}{4}x^2y^6 + 36y^8 - \frac{4}{3}x^3y^3 + 16x^2y^4 - 6xy^7$$

$$\left(\frac{1}{2}x - 2y^2\right)^4 = \frac{1}{16}x^4 - x^3y^2 + 6x^2y^4 - 16xy^6 + 16y^8$$

4. Completa le seguenti uguaglianze:

$$36a^6 + 4a^4b^2 - 24a^5b = (6a^3 - 2a^2b)^2$$

$$x^3 + 3x - 3x^2 - 1 = (x - 1)^3$$

5. Semplifica le seguenti espressioni:

$$\begin{aligned} & [(x+y)^3 - (x+y)(x^2 - xy + y^2)]^2 - 2xy(-3xy)^2 \\ &= [x^3 + y^3 + 3x^2y + 3xy^2 - (x^3 - x^2y + xy^2 + x^2y - xy^2 + y^3)]^2 - 2xy \cdot 9x^2y^2 = \\ &= [x^3 + y^3 + 3x^2y + 3xy^2 - x^3 - y^3]^2 - 18x^3y^3 = \\ &= [3x^2y + 3xy^2]^2 - 18x^3y^3 = \\ &= 9x^4y^2 + 9x^2y^4 + 18x^3y^3 - 18x^3y^3 = \\ &= 9x^4y^2 + 9x^2y^4. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (a^4 + 4)(a^4 - 4)(16 + a^8) - (4a^9)^2 : 8a^2 + (a^2 + 2)^2 \cdot (a^2 - 2)^2 \cdot (a^4 + 4)^2 = \\ &= (a^8 - 16)(a^8 + 16) - 16a^{18} : 8a^2 + (a^4 - 4)^2 \cdot (a^4 + 4)^2 = \\ &= a^{16} - 256 - 2a^{16} + (a^8 - 16)^2 = \\ &= a^{16} - 256 - 2a^{16} + a^{16} + 256 - 32a^8 = \\ &= -32a^8. \end{aligned}$$

6. Determina quoziente e resto della divisione: $(x^5 - 3x^4 - 5x^2 - 4x - 6) : (2 + x^3)$ ed effettua la verifica.

Soluzione

$+x^5$	$-3x^4$	$-5x^2$	$-4x$	-6	$x^3 + 2$
$-x^5$		$-2x^2$			$x^2 - 3x$
$=$	$-3x^4$	$-7x^2$	$-4x$	-6	
	$+3x^4$		$+6x$		
$=$		$-7x^2$	$+2x$	-6	

$$Q(x) = x^2 - 3x$$

$$R(x) = -7x^2 + 2x - 6$$

Verifica

Quoziente · Divisore + Resto = Dividendo

$$\begin{aligned}(x^2 - 3x) \cdot (x^3 + 2) - 7x^2 + 2x - 6 &= \\= x^5 + 2x^2 - 3x^4 - 6x - 7x^2 + 2x - 6 &= \\= x^5 - 3x^4 - 5x^2 - 4x - 6 &.\end{aligned}$$

7. In una famiglia il figlio ha x anni, l'età della madre è $\frac{5}{2}$ dell'età del figlio, il padre ha 2 anni in più della madre. Quale sarà la somma delle loro età fra 5 anni ?

Soluzione

$$(x + 5) + \left(\frac{5}{2}x + 5\right) + \left(\frac{5}{2}x + 2 + 5\right) = x + 5 + \frac{5}{2}x + 5 + \frac{5}{2}x + 7 = 6x + 17.$$

8. Una somma di $10x$ euro viene divisa fra 3 fratelli: il primo riceve x euro e il secondo ottiene una quota che supera di $4a$ i $\frac{3}{5}$ della prima. Quanto riceve il terzo ? Se $x = 100$ e $a = 50$ quali sono le tre quote?

Soluzione

$$\text{Quota del terzo fratello} = 10x - x - \left(4a + \frac{3}{5}x\right) = 9x - 4a - \frac{3}{5}x = \frac{42}{5}x - 4a.$$

Prima quota = 100 euro

$$\text{Seconda quota} = \left(4 \cdot 50 + \frac{3}{5} \cdot 100\right) \text{ euro} = (200 + 60) \text{ euro} = 260 \text{ euro}.$$

$$\text{Terza quota} = \left(\frac{42}{5} \cdot 100 - 4 \cdot 50\right) \text{ euro} = (840 - 200) \text{ euro} = 640 \text{ euro}.$$