

1. Completa la seguente tabella.

Polinomio	Grado	Grado rispetto a x	Termine noto	Completo rispetto a x	Completo rispetto a a	Omogeneo
$5ax^3 - 2a^2x^2 - 3$				☐ SI ☐ NO	☐ SI ☐ NO	☐ SI ☐ NO

2. Scrivi un polinomio di terzo grado, nelle variabili x e y , omogeneo e completo sia rispetto a x sia rispetto a y , ordinato secondo le potenze crescenti di y e decrescenti di x .

3. Completa le seguenti uguaglianze:

$$49a^4 + \dots - \dots = (\dots - 3ab^2)^2$$

$$z^3 - 3z^2 + \dots - \dots = (z \dots)^3$$

4. Sviluppa i seguenti prodotti notevoli:

$$\left(-\frac{1}{2}xy + \frac{2}{3}y^2\right)^2$$

$$\left(-\frac{1}{2}ab + \frac{2}{3}a^2\right)^3$$

$$\left(\frac{2}{3}a^2 - \frac{1}{4}ab^3 + 6b^4\right)^2$$

$$\left(2x^2 - \frac{1}{2}y\right)^4$$

5. Semplifica le seguenti espressioni:

$$[x(x+y)(x-y) - 2xy^2] : \left(\frac{1}{3}x\right) + 9y^2 + [x^2(x-2) - 4x^2] : \left(-\frac{1}{2}x\right) =$$

$$(x^2 + 2)^2 \cdot (x^2 - 2)^2 \cdot (x^4 + 4)^2 - (4x^9)^2 : 8x^2 + (x^4 + 4)(x^4 - 4)(16 + x^8)$$

6. Determina quoziente e resto della divisione: $(10a^4 - 19a^2 - 15a^3 - 7a - 16) : (3 + 5a^2)$ ed effettua la verifica.

7. Dimostra che la somma di un numero dispari con il numero dispari che lo precede e con il numero pari che lo segue è un numero pari.

8. Nel campionato italiano di calcio il sistema di assegnazione dei punti prevede 3 punti in caso di vittoria, 1 punto in caso di pareggio e 0 punti in caso di sconfitta. Una squadra ha giocato 10 partite, vincendone x , perdendone y e pareggiando le rimanenti. Esprimi in funzione di x e y , il punteggio della squadra.

Soluzione

1. Completa la seguente tabella

Polinomio	Grado	Grado rispetto a x	Termine noto	Completo rispetto a x	Completo rispetto a a	Omogeneo
$5ax^3 - 2a^2x^2 - 3$	4	3	-3	NO	SI	NO

2. Scrivi un polinomio di terzo grado, nelle variabili x e y , omogeneo e completo sia rispetto a x sia rispetto a y , ordinato secondo le potenze crescenti di y e decrescenti di x .

Soluzione

$$5x^3 - 4x^2y + 3xy^2 + 2y^3$$

3. Completa le seguenti uguaglianze:

$$49a^4 + 9a^2b^4 - 42a^3b^2 = (7a^2 - 3ab^2)^2$$

$$z^3 - 3z^2 + 3z - 1 = (z - 1)^3$$

4. Sviluppa i seguenti prodotti notevoli:

$$\left(-\frac{1}{2}xy + \frac{2}{3}y^2\right)^2 = \frac{1}{4}x^2y^2 + \frac{4}{9}y^4 - \frac{2}{3}xy^3$$

$$\left(-\frac{1}{2}ab + \frac{2}{3}a^2\right)^3 = -\frac{1}{8}a^3b^3 + \frac{8}{27}a^6 + \frac{1}{2}a^4b^2 - \frac{2}{3}a^5b$$

$$\left(\frac{2}{3}a^2 - \frac{1}{4}ab^3 + 6b^4\right)^2 = \frac{4}{9}a^4 + \frac{1}{16}a^2b^6 + 36b^8 - \frac{1}{3}a^3b^3 + 8a^2b^4 - 3ab^7$$

$$\left(2x^2 - \frac{1}{2}y\right)^4 = 16x^8 - 16x^6y + 6x^4y^2 - x^2y^3 + \frac{1}{16}y^4$$

5. Semplifica le seguenti espressioni:

$$\begin{aligned} & [x(x+y)(x-y) - 2xy^2] : \left(\frac{1}{3}x\right) + 9y^2 + [x^2(x-2) - 4x^2] : \left(-\frac{1}{2}x\right) = \\ & = [x(x^2 - y^2) - 2xy^2] : \left(\frac{1}{3}x\right) + 9y^2 + [x^3 - 2x^2 - 4x^2] : \left(-\frac{1}{2}x\right) = \\ & = [x^3 - xy^2 - 2xy^2] : \left(\frac{1}{3}x\right) + 9y^2 + [x^3 - 6x^2] : \left(-\frac{1}{2}x\right) = \\ & = [x^3 - 3xy^2] : \left(\frac{1}{3}x\right) + 9y^2 + [x^3 - 6x^2] : \left(-\frac{1}{2}x\right) = \\ & = 3x^2 - 9y^2 + 9y^2 - 2x^2 + 12x = \\ & = x^2 + 12x. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (x^2 + 2)^2 \cdot (x^2 - 2)^2 \cdot (x^4 + 4)^2 - (4x^9)^2 : 8x^2 + (x^4 + 4)(x^4 - 4)(16 + x^8) = \\ & = (x^4 - 4)^2 \cdot (x^4 + 4)^2 - 16x^{18} : 8x^2 + (x^8 - 16)(x^8 + 16) = \\ & = (x^8 - 16)^2 - 2x^{16} + x^{16} - 256 = \\ & = x^{16} + 256 - 32x^8 - 2x^{16} + x^{16} - 256 = \\ & = -32x^8. \end{aligned}$$

6. Determina quoziente e resto della divisione: $(10a^4 - 19a^2 - 15a^3 - 7a - 16) : (3 + 5a^2)$ ed effettua la verifica.

Soluzione

$10a^4$	$-15a^3$	$-19a^2$	$-7a$	-16	$5a^2 + 3$
$-10a^4$		$-6a^2$			$2a^2 - 3a - 5$
$=$	$-15a^3$	$-25a^2$	$-7a$	-16	
	$+15a^3$		$+9a$		
	$=$	$-25a^2$	$2a$	-16	
		$+25a^2$		$+15$	
		$=$	$2a$	-1	

$$Q(x) = 2a^2 - 3a - 5 \quad R(x) = 2a - 1$$

Verifica

Quoziente · Divisore + Resto = Dividendo

$$\begin{aligned} (5a^2 + 3) \cdot (2a^2 - 3a - 5) + 2a - 1 &= \\ = 10a^4 - 15a^3 - 25a^2 + 6a^2 - 9a - 15 + 2a - 1 &= \\ = 10a^4 - 15a^3 - 19a^2 - 7a - 16. \end{aligned}$$

Dimostra che la somma di un numero dispari con il numero dispari che lo precede e con il numero pari che lo segue è un numero

Soluzione

$$(2x + 1) + (2x - 1) + 2x + 2 = 6x + 2 = 2 \cdot (3x + 1) \quad \text{che rappresenta un numero pari.}$$

Nel campionato italiano di calcio il sistema di assegnazione dei punti prevede 3 punti in caso di vittoria, 1 punto in caso di pareggio e 0 punti in caso di sconfitta. Una squadra ha giocato 10 partite, vincendone x, perdendone y e pareggiando le rimanenti. Esprimi in funzione di x e y, il punteggio della squadra.

Soluzione

$$3x + 1 \cdot (10 - x - y) = 3x + 10 - x - y = 2x - y + 10.$$