

Prova di Matematica : Insiemi numerici
(tempi: 1 ora)

Alunno: _____ Classe: 1A L. Scientifico

1. Compila la tabella a lato

a	b	$a - b$	$a : b$	a^2	b^3	b^{-2}
-6	-3					
$\frac{5}{6}$	$-\frac{3}{4}$					

2. Qual è la terza parte di 81^{100} ? 1^{399} 3^{99} 3^{399} 27^{99}
3. Effettua la seguente trasformazione dal sistema decimale al sistema esadecimale: $(467)_{10} = (\quad)_{16}$

4. Effettua il seguente calcolo utilizzando la notazione scientifica :

$$312\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000 : 0,000\,000\,000\,000\,000\,13 =$$

5. Calcola il valore delle seguenti espressioni:

$$\left\{ 1 - \frac{5}{4} : \left[1 + \left(1 + \frac{1}{2} \right)^2 : \frac{3}{2} \right]^2 - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2} - 1 \right)^2 \right\} : \left(2 + \frac{3}{8} \right) - \frac{1}{2}$$

$$\{ [30^4 : (-6)^4 : 5^3]^2 \cdot [(-5)^3]^3 \} : [(-15)^5 : 3^5]^2$$

6. Dividendo gli studenti di una scuola in gruppi di 20, di 15, o di 25, ne avanzano sempre 13. Sapendo che il numero degli studenti è minore di 400, stabilisci quanti sono.
7. Per riempire una vasca si possono utilizzare tre rubinetti. Il rubinetto A impiega 12 ore per riempire l'intera vasca, il rubinetto B impiega 8 ore per riempire l'intera vasca, il rubinetto C impiega 6 ore per riempire l'intera vasca. Se si utilizzano tutti e tre i rubinetti contemporaneamente, quanto tempo occorre per riempire la vasca ?

Soluzione

1. Compila la tabella a lato

a	b	a - b	a : b	a ²	b ³	b ⁻²
-6	-3	-3	+2	+36	-27	$+\frac{1}{9}$
$\frac{5}{6}$	$-\frac{3}{4}$	$\frac{10+9}{12} = \frac{19}{12}$	$\frac{5}{6} \cdot \left(-\frac{4}{3}\right) = -\frac{10}{9}$	$+\frac{25}{36}$	$-\frac{27}{64}$	$+\frac{16}{9}$


2. Qual è la terza parte di 81^{100} ? 1^{399} 3^{99} 3^{399} 27^{99}

$$81^{100} : 3 = (3^4)^{100} : 3 = 3^{400} : 3 = 3^{400-1} = 3^{399}$$

3. Effettua la seguente trasformazione dal sistema decimale al sistema esadecimale: $(467)_{10} = (\quad)_{16}$

$$(467)_{10} = (1D3)_{16}$$

467	3	3
29	13	D
1	1	1
0		



4. Effettua il seguente calcolo utilizzando la notazione scientifica :

$$\begin{aligned} & 312\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000 : 0,000\,000\,000\,000\,000\,000\,13 = \\ & = \frac{3,12 \cdot 10^{23}}{1,3 \cdot 10^{-19}} = 2,4 \cdot 10^{23-(-19)} = 2,4 \cdot 10^{42} . \end{aligned}$$

5. Calcola il valore delle seguenti espressioni:

$$\begin{aligned} & \left\{ 1 - \frac{5}{4} : \left[1 + \left(1 + \frac{1}{2} \right)^2 : \frac{3}{2} \right] - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2} - 1 \right)^2 \right\} : \left(2 + \frac{3}{8} \right) - \frac{1}{2} = \\ & = \left\{ 1 - \frac{5}{4} : \left[1 + \left(\frac{2+1}{2} \right)^2 : \frac{3}{2} \right] - \left(\frac{1+2-4}{4} \right)^2 \right\} : \left(\frac{16+3}{8} \right) - \frac{1}{2} = \\ & = \left\{ 1 - \frac{5}{4} : \left[1 + \left(\frac{3}{2} \right)^2 : \frac{3}{2} \right] - \left(-\frac{1}{4} \right)^2 \right\} : \frac{19}{8} - \frac{1}{2} = \\ & = \left\{ 1 - \frac{5}{4} : \left[1 + \frac{3}{2} \right] - \frac{1}{16} \right\} : \frac{19}{8} - \frac{1}{2} = \\ & = \left\{ 1 - \frac{5}{4} : \left[\frac{2+3}{2} \right] - \frac{1}{16} \right\} : \frac{19}{8} - \frac{1}{2} = \\ & = \left\{ 1 - \frac{5}{4} : \left[\frac{5}{2} \right] - \frac{1}{16} \right\} : \frac{19}{8} - \frac{1}{2} = \\ & = \left\{ 1 - \frac{5}{4} \cdot \frac{4}{25} - \frac{1}{16} \right\} : \frac{19}{8} - \frac{1}{2} = \\ & = \left\{ 1 - \frac{1}{5} - \frac{1}{16} \right\} : \frac{19}{8} - \frac{1}{2} = \\ & = \left\{ \frac{80-16-5}{80} \right\} : \frac{19}{8} - \frac{1}{2} = \\ & = \frac{59}{80} \cdot \frac{8}{19} - \frac{1}{2} = \\ & = \frac{59}{190} - \frac{1}{2} = \\ & = \frac{59-95}{190} = \\ & = -\frac{36}{190} = \\ & = -\frac{18}{95} . \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \{[30^4 : (-6)^4 : 5^3]^2 \cdot [(-5)^3]^3\} : [(-15)^5 : 3^5]^2 = \\
& = \{[(-5)^4 : 5^3]^2 \cdot (-5)^9\} : [(-5)^5]^2 = \\
& = \{[5^4 : 5^3]^2 \cdot (-5)^9\} : 5^{10} = \\
& = \{5^2 \cdot (-5)^9\} : 5^{10} = \\
& = -5^{11} : 5^{10} = \\
& = -5.
\end{aligned}$$

6. Dividendo gli studenti di una scuola in gruppi di 20, di 15, o di 25, ne avanzano sempre 13. Sapendo che il numero degli studenti è minore di 400, stabilisci quanti sono.

Soluzione

$$20 = 2^2 \cdot 5 \qquad 15 = 3 \cdot 5 \qquad 25 = 5^2$$

$$m.c.m. (20, 15, 25) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2 = 300$$

Pertanto, gli studenti della scuola sono 313 (300 + 13) .

7. Per riempire una vasca si possono utilizzare tre rubinetti. Il rubinetto A impiega 12 ore per riempire l'intera vasca, il rubinetto B impiega 8 ore per riempire l'intera vasca, il rubinetto C impiega 6 ore per riempire l'intera vasca. Se si utilizzano tutti e tre i rubinetti contemporaneamente, quanto tempo occorre per riempire la vasca ?

Soluzione



Il rubinetto A in un'ora riempie $\frac{1}{12}$ della vasca.

Il rubinetto B in un'ora riempie $\frac{1}{8}$ della vasca.

Il rubinetto C in un'ora riempie $\frac{1}{6}$ della vasca.

I tre rubinetti in un'ora riempiono i $\frac{3}{8}$ della vasca $\left(\frac{1}{12} + \frac{1}{8} + \frac{1}{6} = \frac{2+3+4}{24} = \frac{9}{24} = \frac{3}{8}\right)$.

La situazione può essere rappresentata mediante il seguente schema:

Tempo (h)	Frazione di vasca riempita
1 	$\frac{3}{8}$ 
x	$\frac{8}{8}$

Le grandezze sono direttamente proporzionali.

Si ottiene la seguente proporzione:

$$x : 1 = \frac{8}{3} : \frac{3}{8} \qquad x = \frac{1 \cdot 1}{\frac{3}{8}} = \left(\frac{8}{3}\right)^h = 2^h + \left(\frac{2}{3}\right)^h = 2^h + \left(\frac{2}{3} \cdot 60\right)^I = 2^h 40^I$$

Pertanto, per riempire l'intera vasca, occorrono $2^h 40^I$.