

Prova di Matematica : Logica

Alunno: _____ Classe: 1 C L. Scientifico S. Applicate

- Ieri non ho fatto colazione e sono andato a scuola, mentre l'altro ieri ho fatto colazione e sono andato a scuola. Quali delle seguenti frasi posso pronunciare senza essere bugiardo? Esponi il tuo ragionamento.

Quando faccio colazione non vado mai a scuola	Tutte le volte che vado a scuola non faccio colazione
Talvolta vado a scuola senza fare colazione	Quando non faccio colazione non vado mai a scuola.
- Determina, effettuando la dimostrazione, la negazione della proposizione: "Se bevo il vino non mi ubriaco".
- Quale dei seguenti enunciati rappresenta la negazione della proposizione:
"In ogni città c'è almeno una famiglia in cui tutti i membri sono tifosi della Juve".

 - In ogni città in tutte le famiglie c'è almeno un membro non tifoso della Juve
 - C'è almeno una città che ha dei tifosi della Juve in ogni famiglia
 - C'è almeno una città che ha almeno un membro non tifoso della Juve in ogni famiglia
 - C'è almeno una città in cui c'è una famiglia che ha almeno un membro non tifoso della Juve.
- Dimostra, costruendo le tavole di verità, la 1^a legge di De Morgan $\overline{p \wedge q} = \overline{p} \vee \overline{q}$.
- Formalizza la proposizione: "Se il Tevere bagna Milano e Napoli non si trova in Puglia, allora la Calabria è un'isola" e determina il suo valore di verità.
- Stabilisci se i seguenti ragionamenti sono corretti. In caso affermativo indica la forma di ragionamento utilizzato:

Se ho sete, bevo	Se non piove, esco
<u>Non bevo</u>	<u>Se esco vado al bar</u>
Non ho sete	Se non piove vado al bar
- Analizza i seguenti ragionamenti, individuando le proposizioni elementari e i relativi schemi di deduzione. Indica poi se si trattano di ragionamenti corretti.

Se non sono promosso, cambio scuola
<u>Sono promosso</u>
Non cambio scuola
Se ho sonno, dormo
<u>Se dormo, mi riposo</u>
Non mi riposo

Soluzione

1. Ieri non ho fatto colazione e sono andato a scuola, mentre l'altro ieri ho fatto colazione e sono andato a scuola.

Soluzione

Dalla frase si deduce che io vado a scuola sia se faccio colazione sia se non faccio colazione. Pertanto non dico bugie se pronuncio la frase: Talvolta vado a scuola senza fare colazione

2. Determina, effettuando la dimostrazione, la negazione della proposizione: "Se bevo il vino non mi ubriaco"

Soluzione

Ponendo a : "bevo il vino" e b : "mi ubriaco"

La proposizione formalizzata è: $a \rightarrow \bar{b}$

Ricordando che: $a \rightarrow b = \bar{a} \vee b$ si ha che: $a \rightarrow \bar{b} = \bar{a} \vee \bar{b}$

Applicando la 1^a legge di De Morgan $\overline{\bar{a} \vee \bar{b}} = \bar{\bar{a}} \wedge \bar{\bar{b}}$

la negazione di $\bar{a} \vee \bar{b}$ è: $\overline{\bar{a} \vee \bar{b}} = \bar{\bar{a}} \wedge \bar{\bar{b}} = a \wedge b$

Pertanto la negazione della proposizione "Se bevo il vino non mi ubriaco" è "Bevo il vino e mi ubriaco".

3. Quale dei seguenti enunciati rappresenta la negazione della proposizione: "In ogni città c'è almeno una famiglia in cui tutti i membri sono tifosi della Juve".

Soluzione

C'è almeno una città che ha almeno un membro non tifoso della Juve in ogni famiglia.

4. Dimostra, costruendo le tavole di verità, la 1^a legge di De Morgan $\overline{p \wedge q} = \bar{p} \vee \bar{q}$.

p	q	\bar{p}	\bar{q}	$p \wedge q$	$\overline{p \wedge q}$	$\bar{p} \vee \bar{q}$
V	V	F	F	V	F	F
V	F	F	V	F	V	V
F	V	V	F	F	V	V
F	F	V	V	F	V	V

5. Formalizza la proposizione: "Se il Tevere bagna Milano e Napoli non si trova in Puglia, allora la Calabria è un'isola" e determina il suo valore di verità.

Soluzione

Ponendo p : "Il Tevere bagna Milano"; q : "Napoli si trova in Puglia"; r : "La Calabria è un'isola"

Si ottiene la seguente formalizzazione: $(p \wedge \bar{q}) \rightarrow r$ la cui tavola di verità è:

p	q	r	\bar{q}	$p \wedge \bar{q}$	$(p \wedge \bar{q}) \rightarrow r$
F	F	F	V	F	V

Pertanto, la proposizione $(p \wedge \bar{q}) \rightarrow r$ è vera.

6. Stabilisci se i seguenti ragionamenti sono corretti. In caso affermativo indica la forma di ragionamento utilizzato:

Se ho sete, bevo	Se non piove, esco
Non bevo	Se esco vado al bar
Non ho sete	Se non piove vado al bar

Soluzione 1

Poniamo:

p : "ho sete"

In simboli si ha: $p \rightarrow q$

q : "bevo"

$\frac{\bar{q}}{p}$
Ragionamento corretto: *Modus tollens*

Soluzione 2

Poniamo p : "piove" q : "esco" r : "vado al bar"

In simboli si ha: $\frac{\bar{p} \rightarrow q}{q \rightarrow r}$ Ragionamento corretto: *Sillogismo ipotetico*
 $\bar{p} \rightarrow r$

7. Analizza i seguenti ragionamenti, individuando le proposizioni elementari e i relativi schemi di deduzione. Indica poi se si tratta di ragionamenti corretti.

Se non sono promosso, cambio scuola
 Sono promosso

 Non cambio scuola

Soluzione 1

Le proposizioni elementari sono: p : "sono promosso" q : "cambio scuola"
 Il relativo schema di deduzione è:

Se non sono promosso, cambio scuola
 Sono promosso

 Non cambio scuola

$\bar{p} \rightarrow q$
 p

 \bar{q}

Il ragionamento non è corretto.
 Infatti nei due casi in cui entrambe le premesse $\bar{p} \rightarrow q$ e p sono vere la conclusione \bar{q} può essere vera o falsa.

p	q	\bar{p}	\bar{q}	$\bar{p} \rightarrow q$	$(\bar{p} \rightarrow q) \wedge p$	\bar{q}
V	V	F	F	V	V	F
V	F	F	V	V	V	V
F	V	V	F	V	F	F
F	F	V	V	F	F	V

Se ho sonno, dormo
 Se dormo, mi riposo

 Non mi riposo

Soluzione 2

Poniamo: In simboli si ha:

p : "ho sonno"
 q : "dormo"
 r : "mi riposo"

$p \rightarrow q$
 $q \rightarrow r$

 \bar{r}

Il relativo schema di deduzione è:

Il ragionamento non è corretto.
 Infatti nei quattro casi in cui entrambe le premesse $p \rightarrow q$ e $q \rightarrow r$ sono vere la conclusione \bar{r} può essere vera o falsa.

p	q	r	\bar{r}	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow r$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)$	\bar{r}
V	V	V	F	V	V	V	F
V	V	F	V	V	F	F	V
V	F	V	F	F	V	F	F
V	F	F	V	F	V	F	V
F	V	V	F	V	V	V	F
F	V	F	V	V	F	F	V
F	F	V	F	V	V	V	F
F	F	F	V	V	V	V	V