

## Prova di Matematica : Insiemi

Alunno: \_\_\_\_\_ Classe: 1 C L. Scientifico S. Applicate

1. Enuncia le seguenti proprietà delle operazioni con gli insiemi:

| PROPRIETÀ        | UNIONE                  | INTERSEZIONE            |
|------------------|-------------------------|-------------------------|
| Distributiva     | $A \cup (B \cap C) =$   | $A \cap (B \cup C) =$   |
| Complementarietà | $A \cup \bar{A} =$      | $A \cap \bar{A} =$      |
| De Morgan        | $\overline{A \cup B} =$ | $\overline{A \cap B} =$ |

2. Dati gli insiemi:

 $A = \{x | x \text{ è una lettera della parola "mamma"}\}$  $B = \{x | x \text{ è una lettera della parola "madonna"}\}$  $C = \{x | x \text{ è una lettera della parola "nano"}\}$  $D = \{x | x \text{ è una lettera della parola "piste"}\}$  $E = \{x | x \text{ è una lettera della parola "nonna"}\}$ 

- rappresenta gli insiemi per elencazione
- indica le relazioni esistenti fra essi
- traccia un unico diagramma di Eulero-Venn
- calcola:  $A \cup E$      $\bar{A} \cap D$      $(B - E) \cup (B - A)$

| Uguali | Disgiunti | Sottoinsieme | Equipotenti |
|--------|-----------|--------------|-------------|
|        |           |              |             |

3. In un quartiere abitano 28 ragazzi, di questi 12 praticano il nuoto, 18 praticano il calcio e 8 praticano entrambi gli sport. Quanti ragazzi non praticano alcuno sport?

4. A un esame di matematica, a cui partecipano 65 candidati, sono state assegnate 3 prove. 5 candidati hanno eseguito in modo corretto tutte e tre le prove. Tutti quelli che hanno superato la terza prova, hanno superato anche le prime due. 20 candidati hanno superato solo le prime due, 3 nessuna prova e 50 hanno superato la prima. Trova quanti candidati hanno superato solo la prima e quanti solo la seconda.

## Soluzione

1. Enuncia le seguenti proprietà delle operazioni con gli insiemi:

| PROPRIETÀ        | UNIONE   | INTERSEZIONE                                     |
|------------------|--|--|
| Distributiva     | $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ | $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ |
| Complementarietà | $A \cup \bar{A} = U$                             | $A \cap \bar{A} = \emptyset$                     |
| De Morgan        | $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$     | $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$     |

2. Dati gli insiemi:

$A = \{x \mid x \text{ è una lettera della parola "mamma"}\}$

$B = \{x \mid x \text{ è una lettera della parola "madonna"}\}$

$C = \{x \mid x \text{ è una lettera della parola "nano"}\}$

$D = \{x \mid x \text{ è una lettera della parola "piste"}\}$

$E = \{x \mid x \text{ è una lettera della parola "nonna"}\}$

- rappresenta gli insiemi per elencazione
- indica le relazioni esistenti fra essi
- traccia un unico diagramma di Eulero-Venn
- calcola:  $A \cup E$      $\bar{A} \cap D$      $(B - E) \cup (B - A)$

| Uguali  | Disgiunti  | Sottoinsieme                                    | Equipotenti                |
|---------|--|---|----------------------------|
| $C = E$ | $A \cap D = \emptyset$<br>$B \cap D = \emptyset$<br>$C \cap D = \emptyset$<br>$E \cap D = \emptyset$ | $A \subset B$<br>$C \subset B$<br>$E \subset B$ | $ C  =  E $<br>$ B  =  D $ |

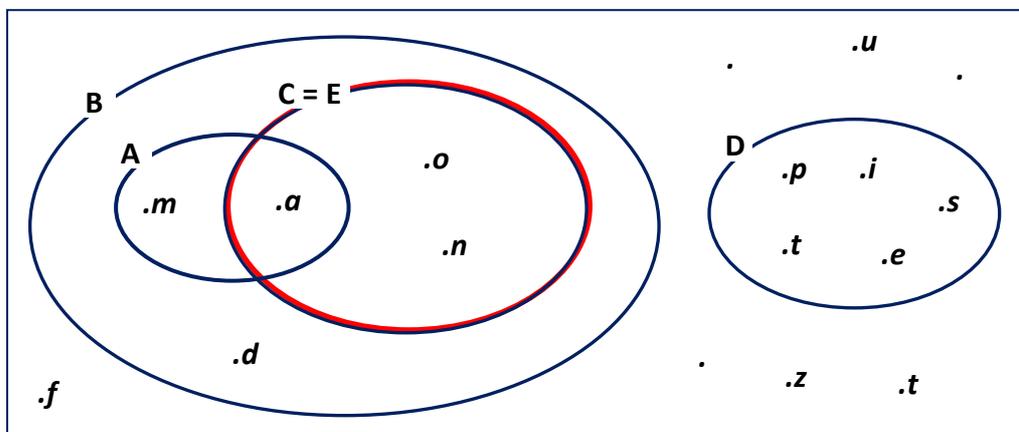
### Soluzione

Rappresentiamo i tre insiemi per elencazione:

$A = \{a, m\}$      $B = \{a, d, m, n, o\}$      $C = \{a, n, o\}$      $D = \{e, i, p, s, t\}$      $E = \{a, n, o\}$

Rappresentiamo gli insiemi in un unico diagramma di Eulero-Venn:

$U = \{x \mid x \text{ è una lettera dell'alfabeto italiano}\}$



$$A \cup E = \{a, m, n, o\}$$

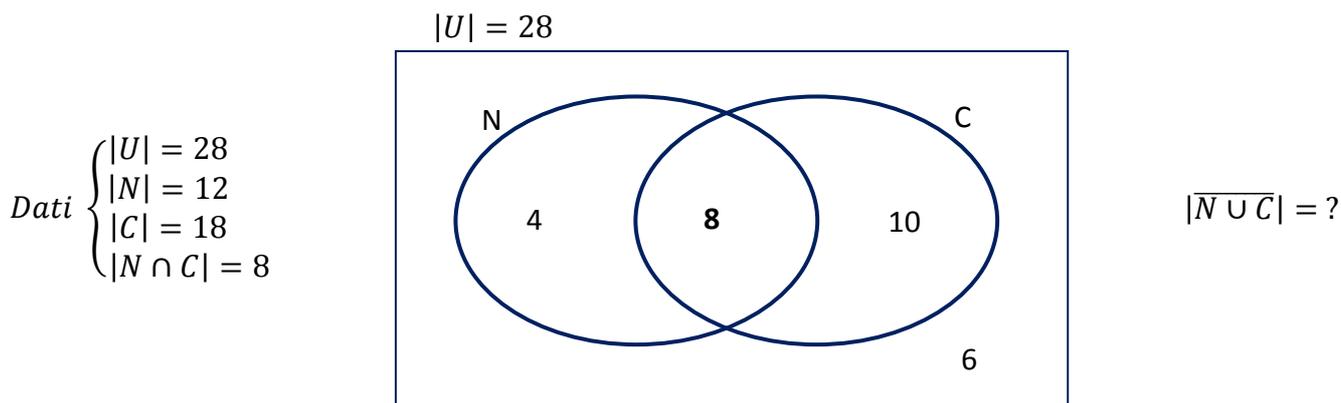
$$\bar{A} \cap D = \{e, i, p, s, t\} = D$$

$$(B - E) \cup (B - A) = \{d, m\} \cup \{d, n, o\} = \{d, m, n, o\}.$$

3. In un quartiere abitano 28 ragazzi, di questi 12 praticano il nuoto, 18 praticano il calcio e 8 praticano entrambi gli sport. Quanti ragazzi non praticano alcuno sport?

Soluzione

Indichiamo con  $N$  l'insieme dei ragazzi che praticano il nuoto e con  $C$  l'insieme dei ragazzi che praticano il calcio.



$$|N - C| = |N| - |N \cap C| = 12 - 8 = 4$$

$$|C - N| = |C| - |N \cap C| = 18 - 8 = 10$$

$$|N \cup C| = |N - C| + |C - N| + |N \cap C| = 4 + 10 + 8 = 22$$

$$|\overline{N \cup C}| = |U| - |N \cup C| = 28 - 22 = 6$$

Pertanto 6 ragazzi non praticano alcuno sport ?

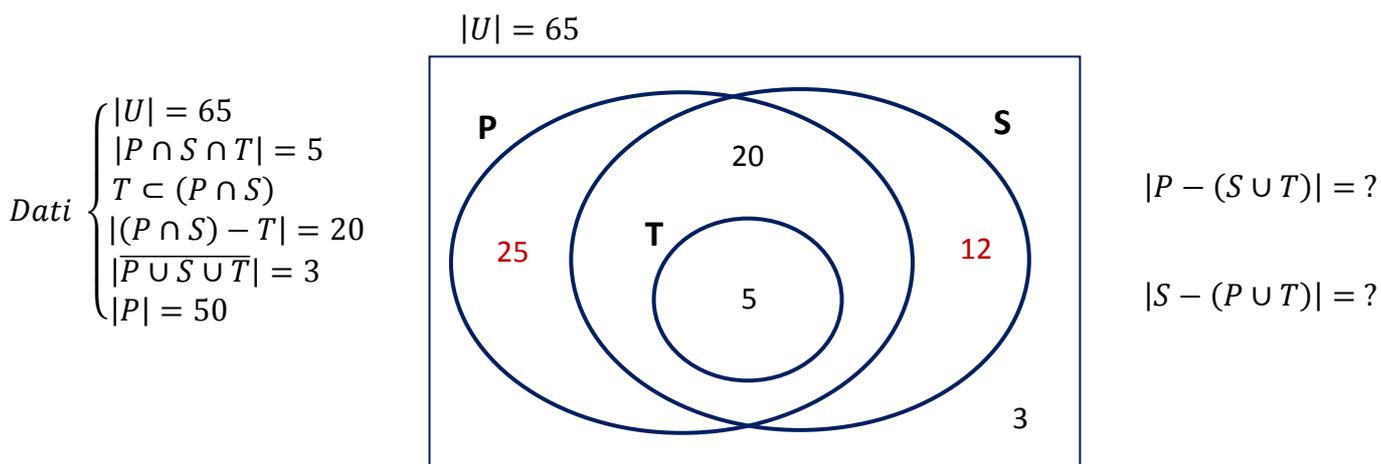
4. A un esame di matematica, a cui partecipano 65 candidati, sono state assegnate 3 prove. 5 candidati hanno eseguito in modo corretto tutte e tre le prove. Tutti quelli che hanno superato la terza prova, hanno superato anche le prime due. 20 candidati hanno superato solo le prime due, 3 nessuna prova e 50 hanno superato la prima. Trova quanti candidati hanno superato solo la prima e quanti solo la seconda.

Soluzione

Indichiamo con  $P$  l'insieme dei candidati che hanno superato la prima prova.

Indichiamo con  $S$  l'insieme dei candidati che hanno superato la seconda prova.

Indichiamo con  $T$  l'insieme dei candidati che hanno superato la terza prova.



$$|P \cap S| = |(P \cap S) - T| + |P \cap S \cap T| = 20 + 5 = 25.$$

$$|P - (S \cup T)| = |P| - |P \cap S| = 50 - 25 = 25.$$

$$|S - (P \cup T)| = |U| - |P| - |\overline{P \cup S \cup T}| = 65 - 50 - 3 = 12.$$

25 candidati hanno superato solo la prima e 12 candidati hanno superato solo la seconda.