

Prova di Matematica : Frazioni algebriche

Alunno: _____ Classe: 1 C

L. Scientifico S. Applicate

A. Determina il resto R della seguente divisione fra polinomi senza eseguire la divisione:

$$(x^{10} - 3x^2 + 2) : (x + 1)$$

B. Fattorizza le seguenti espressioni polinomiali

$6x^3y^3 - 3x^2y^2$	$x^2 - xy - x + y$
$b^3x^2 - 2b^2x^3 + bx^4 - bx^2y^2$	$k^2 - 1 + y^2 + 2ky$
$4m^4x^2 - 4n^4x^2 + 3m^4y^2 - 3n^4y^2$	$x^5 - 6x^4 + 12x^3 - 8x^2$

C. Semplifica le seguenti frazioni algebriche:

$$\frac{t^3 - 16t}{t - 4}$$

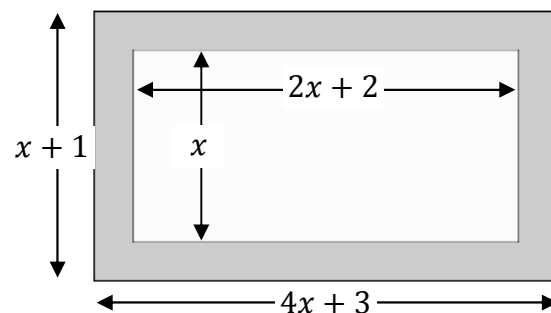
$$\frac{5x^2y^3}{x^2 - 9} : \left(\frac{2y}{x + 3}\right)^2$$

$$\left(\frac{x}{3x - 3} - \frac{x}{2x + 2} - \frac{1}{x^2 - 1}\right) : \left(1 + \frac{1}{x - 1}\right) \cdot \frac{x^2 + x}{x^2 - 9}$$

$$\frac{-1 - x^2 + 2x}{x^2 + x - 2}$$

$$\frac{3x}{x^2 - 1} - \frac{5}{2 - 2x}$$

D. Esprimi tramite un polinomio scomposto in fattori irriducibili, l'area della figura colorata



Soluzione

A. Determina il resto R della seguente divisione fra polinomi senza eseguire la divisione:

$$(x^{10} - 3x^2 + 2) : (x + 1)$$

Soluzione

Per il Teorema del resto, il resto della divisione $P(x) : (x + 1) = P(-1)$

$$R = P(-1) = (-1)^{10} - 3(-1)^2 + 2 = 1 - 3 \cdot 1 + 2 = 0.$$

B. Fattorizza le seguenti espressioni polinomiali

$$6x^3y^3 - 3x^2y^2 = 3x^2y^2(2xy - 1)$$

$$x^2 - xy - x + y = x(x - y) - (x - y) = (x - y)(x - 1)$$

$$\begin{aligned} b^3x^2 - 2b^2x^3 + bx^4 - bx^2y^2 &= bx^2(b^2 - 2bx + x^2 - y^2) = bx^2[(b - x)^2 - y^2] = \\ &= bx^2(b - x + y)(b - x - y) \end{aligned}$$

$$k^2 - 1 + y^2 + 2ky = (k^2 + y^2 + 2ky) - 1 = (k + y)^2 - 1 = (y + k + 1)(y + k - 1)$$

$$\begin{aligned} 4m^4x^2 - 4n^4x^2 + 3m^4y^2 - 3n^4y^2 &= 4x^2(m^4 - n^4) + 3y^2(m^4 - n^4) = (m^4 - n^4)(4x^2 + 3y^2) = \\ &= (m^2 - n^2)(m^2 + n^2)(4x^2 + 3y^2) = (m - n)(m + n)(m^2 + n^2)(4x^2 + 3y^2) \end{aligned}$$

$$x^5 - 6x^4 + 12x^3 - 8x^2 = x^2(x^3 - 6x^2 + 12x - 8) = x^2(x - 2)^3$$

C. Semplifica le seguenti frazioni algebriche:

$$\frac{t^3 - 16t}{t - 4} = \frac{t(t^2 - 16)}{t - 4} = \frac{t(t + 4)(t - 4)}{t - 4} = t(t + 4) \quad C.E.: t \neq 4$$

$$\frac{-1 - x^2 + 2x}{x^2 + x - 2} = -\frac{(x - 1)^2}{(x + 2)(x - 1)} = \frac{1 - x}{x + 2} \quad C.E.: x \neq -2 \quad \wedge \quad x \neq 1$$

$$\frac{5x^2y^3}{x^2 - 9} : \left(\frac{2y}{x + 3}\right)^2 = \frac{5x^2y^3}{(x + 3)(x - 3)} : \frac{4y^2}{(x + 3)^2} = \quad C.E.: x \neq \pm 3 \quad \wedge \quad y \neq 0$$

$$\frac{5x^2y^3}{(x + 3)(x - 3)} \cdot \frac{(x + 3)^2}{4y^2} = \frac{5x^2y(x + 3)}{4(x - 3)}$$

$$\frac{3x}{x^2 - 1} - \frac{5}{2 - 2x} = \frac{3x}{(x + 1)(x - 1)} + \frac{5}{2(x - 1)} = \frac{6x + 5(x + 1)}{2(x + 1)(x - 1)} = \frac{11x + 5}{2(x^2 - 1)} \quad C.E.: x \neq \pm 1;$$

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{x}{3x-3} - \frac{x}{2x+2} - \frac{1}{x^2-1} \right) : \left(1 + \frac{1}{x-1} \right) \cdot \frac{x^2+x}{x^2-9} = \\
& = \left[\frac{x}{3(x-1)} - \frac{x}{2(x+1)} - \frac{1}{(x+1)(x-1)} \right] : \left(\frac{x-1+1}{x-1} \right) \cdot \frac{x(x+1)}{(x+3)(x-3)} = \\
& = \frac{2x^2+2x-3x^2+3x-6}{6(x-1)(x+1)} \cdot \frac{x-1}{x} \cdot \frac{x(x+1)}{(x+3)(x-3)} = \\
& = \frac{-(x^2-5x+6)}{6(x-1)(x+1)} \cdot \frac{(x-1)}{x} \cdot \frac{x(x+1)}{(x+3)(x-3)} = \\
& = -\frac{(x-3)(x-2)}{6} \cdot \frac{1}{(x+3)(x-3)} = \frac{2-x}{6(x+3)}
\end{aligned}$$

C.E.: $x \neq \pm 1, x \neq \pm 3$ e $x \neq 0$

D. Esprimi tramite un polinomio scomposto in fattori irriducibili, l'area della figura colorata

Soluzione

$$\begin{aligned}
(4x+3)(x+1) - x(2x+2) &= (4x+3)(x+1) - 2x(x+1) = \\
&= (x+1)(4x+3-2x) = (x+1)(2x+3).
\end{aligned}$$

