Prova di Matematica : Equazioni e problemi di I grado *(01.06.2016)*

(Tempi: 1 ora)

Alunno: ____ Classe: 1 C L. Scientifico S. Applicate

1. Completa la seguente tabella:

Espressione	Dominio	Identità	Eq. determinata	Eq. indeterminata	Eq. impossibile
$2x = 3$	Z				
$x + 2 = 0$	N				
$6x - 1 = 4 + 6(x - 1)$	R				
$x - y = 2$	R				
$3(2x + 1) = 3 + 6x$	R				
$x = x + 3$	R				
$2\|x\| = 2x$	R				

2. Risolvi le seguenti equazioni nell'incognita x:

$$(3x-1)^2 — 3x \cdot (x-3) - (1 + x^2 - 2x) = 2x \cdot (3x-2) + 5x - (x-1)^2$$

$$\frac{1-b}{x-1} + \frac{2b}{b+2} = \frac{6b+2}{2x-2}$$

3. Data la formula: $\mathrm{A} = \mathrm{B} \cdot \frac{\mathrm{C} \cdot \mathrm{D}}{\mathrm{R}^2 + \mathrm{T}}$ ricava la formula inversa per determinare T .

4. Un'automobile, su un'autostrada, parte da un casello A verso il casello B che dista 270 km da A. Dopo 20 minuti, dal casello B parte una seconda automobile che si muove verso il casello A. La prima automobile viaggia a una velocità costante di 110 km/h, la seconda automobile viaggia a una velocità costante di 90 km/h. Dopo quanto tempo dalla sua partenza la prima automobile incontrerà la seconda? Quanti chilometri ha percorso la prima automobile al momento del contatto?

5. Nel triangolo ABC, la bisettrice dell'angolo $\widehat{\mathrm{A}}$ interseca il lato BC in D. Traccia da D la semiretta che interseca AB in E, in modo tale da formare l'angolo $\mathrm{E}\widehat{\mathrm{D}}\mathrm{A} \cong \mathrm{A}\widehat{\mathrm{D}}\mathrm{C}$. Dimostra che CD e DE sono congruenti.

Soluzione

1. Completa la seguente tabella:

Espressione	Dominio	Identità	Eq. determinata	Eq. indeterminata	Eq. impossibile
$2x=3$	Z				X
$x+2=0$	N				X
$6x-1=4+6(x-1)$	R				X
$x-y=2$	R			X	
$3(2x+1)=3+6x$	R	X		X	
$x=x+3$	R				X
$2\|x\|=2x$	R			X	

2. Risolvi le seguenti equazioni:

$(3x-1)^2 — 3x\cdot(x-3)-[1+x(x-2)]=2x\cdot(3x-2)+5x-(x-1)^2$;

$(3x-1)^2 — 3x\cdot(x-3)-(1+x^2-2x)=2x\cdot(3x-2)+5x-(x-1)^2$;

$9x^2+1-6x-3x^2+9x-[1+x^2-2x]=6x^2-4x+5x-(x^2+1-2x)$;

$9x^2+1-6x-3x^2+9x-1-x^2+2x=6x^2-4x+5x-x^2-1+2x$;

$-6x+9x=-4x+5x-1$; $-6x+9x+4x-5x=-1$; $2x=-1$; $x=-\dfrac{1}{2}$.

$$\frac{1-b}{x-1}+\frac{2b}{b+2}=\frac{6b+2}{2x-2}$$

$$\frac{1-b}{x-1}+\frac{2b}{b+2}=\frac{2(3b+1)}{2(x-1)}$$

$(C.E.)_b:\ b\neq -2$

$(C.A.)_x:\ x\neq 1$

$m.c.m.=(b+2)(x-1)$

$$\frac{1-b}{x-1}+\frac{2b}{b+2}=\frac{3b+1}{x-1}$$

$(1-b)(b+2)+2b(x-1)=(b+2)(3b+1)$;

$b+2-b^2-2b+2bx-2b=3b^2+b+6b+2$;

$-b^2-2b+2bx-2b=3b^2+6b$;

$2bx=3b^2+6b+b^2+2b+2b$;

$2bx=4b^2+10b$;

Se $2b=0$ *cioè* $b=0$ $\Rightarrow$ $0x=0$ *Equazione indeterminata .*

Se $2b\neq 0$ *cioè* $b\neq 0$ $\Rightarrow$ $x=\frac{8b^2+20b}{4b}=\frac{4b(2b+5)}{4b}=2b+5$

Tale soluzione è accettabile se diversa da 1:

$2b+5\neq 1$; $2b\neq -4$ $b\neq -2$

Riassumendo:

Parametro	Tipo di equazione	Soluzione
$b=-2$	*Equazione che perde significato*	$-$
$b=0$	*Equazione indeterminata*	$\forall\, x\neq 1$
$b\neq 0 \quad \wedge \quad b\neq -2$	*Equazione determinata*	$x=2b+5$

3. Data la formula: $\mathrm{A}=\mathrm{B}\cdot\dfrac{\mathrm{C}\cdot\mathrm{D}}{\mathrm{R}^2+\mathrm{T}}$ ricava la formula inversa per determinare T .

$A\cdot(R^2+T)=B\cdot C\cdot D$; $R^2+T=\dfrac{B\cdot C\cdot D}{A}$; $T=\dfrac{B\cdot C\cdot D}{A}-R^2$

4. Un'automobile, su un'autostrada, parte da un casello A verso il casello B che dista 200 km da A. Dopo 20 minuti, dal casello B parte una seconda automobile che si muove verso il casello A. La prima automobile viaggia a una velocità costante di 110 km/h, la seconda automobile viaggia a una velocità costante di 90 km/h. Dopo quanto tempo dalla sua partenza la prima automobile incontrerà la seconda? Quanti chilometri ha percorso la prima automobile al momento del contatto?

<u>Soluzione</u>

Si pone il tempo incognito $t_A = t \Rightarrow t_B = t - \frac{1}{3}$ *(condizioni di accettabilità:* $t > 0$*).*

Ricordando che la velocità $v = \frac{s}{t}$ *si ha che:* $s = v \cdot t$

Nell'istante in cui le due auto si incontrano, la somma degli spazi percorsi è uguale alla distanza tra i due caselli.

$s_A + s_B = 200\ km$

$$v_A \cdot t_A + v_B \cdot t_B = 200$$

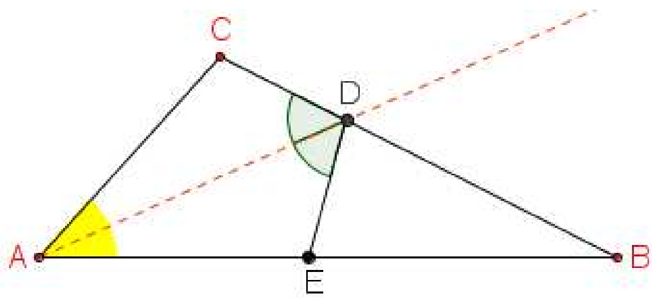
$110t + 90 \cdot \left(t - \frac{1}{3}\right) = 200$

$110t + 90t = 200 + 30$

$200t = 230$

$t = \left(\frac{230}{200}\right)^h == 1^h 0{,}15^h = 1^h (0{,}15 \cdot 60)^I = 1^h 9^I$

$s_A = v_A \cdot t = 110 \frac{km}{h} \cdot 1{,}15^h = 126{,}5\ km.$



1. Nel triangolo ABC, la bisettrice dell'angolo $\widehat{A}$ interseca il lato BC in D. Traccia da D la semiretta che interseca AB in E, in modo tale da formare l'angolo $E\widehat{D}A \cong A\widehat{D}C$. Dimostra che CD e DE sono congruenti.

IPOTESI		*TESI*
ABC è un triangolo AD è la bisettrice dell'angolo $\hat{A}$ $E\widehat{D}A \cong A\widehat{D}C$	$\Rightarrow$	$CD \cong DE$

<u>Dimostrazione</u>

Per dimostrare che $CD \cong DE$ è sufficiente dimostrare che i triangoli ADC e ADE sono congruenti.

I triangoli$ADC \cong ADE$ per il II C.C.T. Infatti:

AD è in comune ai due triangoli

$C\hat{A}D \cong D\hat{A}E$ perché AD è la bisettrice dell'angolo $\hat{A}$

$E\widehat{D}A \cong A\widehat{D}C$ per l'ipotesi numero 3.

Avendo dimostrato che $ADC \cong ADE$ si ha che$CD \cong DE.$