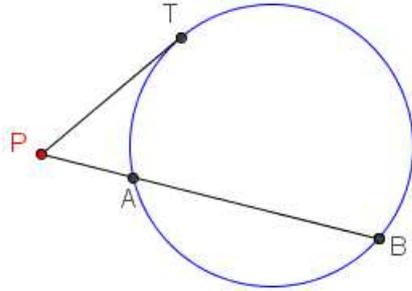


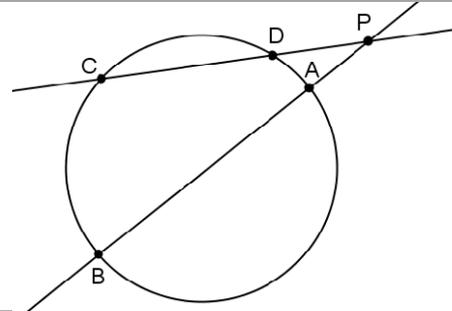
Prova di Matematica : Similitudine, T. Euclide e T. Pitagora

Alunno: \_\_\_\_\_ Classe: 2B L. Scientifico

1. Determina la misura del segmento PT, sapendo che  $\overline{PB} = 21 \text{ cm}$  e  $\overline{AB} = 18 \text{ cm}$ .



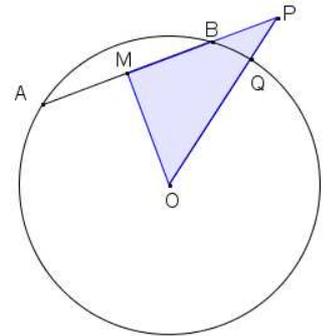
2. Determina la misura del segmento PD, sapendo che  $\overline{CD} = 19 \text{ cm}$ ,  $\overline{AB} = 25 \text{ cm}$  e  $\overline{PA} = 5 \text{ cm}$ .



3. In un triangolo rettangolo le proiezioni dei cateti sull'ipotenusa misurano  $\frac{25}{13}a$  e  $\frac{144}{13}a$ . Determina le misure dei tre lati del triangolo.

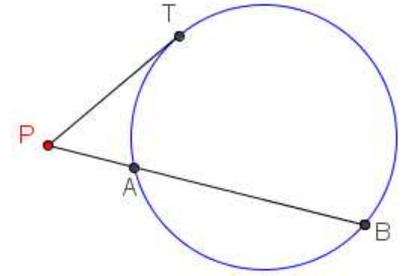
4. In trapezio rettangolo ABCD, la base maggiore  $\overline{AB} = 10 \text{ cm}$ , la base minore  $\overline{CD} = 6 \text{ cm}$  e l'altezza  $\overline{AD} = 3 \text{ cm}$ . Sia E il punto di intersezione del prolungamento del lato obliquo e del lato perpendicolare alle basi. Calcola l'area del triangolo ABE.

5. Determina l'area del triangolo POM della figura a lato sapendo che il raggio della circonferenza misura  $15 \text{ cm}$ , il segmento  $\overline{AB} = 18 \text{ cm}$  e il segmento  $\overline{PQ} = 5 \text{ cm}$ .



## Soluzione

1. Determina la misura del segmento PT, sapendo che  $\overline{PB} = 21 \text{ cm}$  e  $\overline{AB} = 18 \text{ cm}$ .



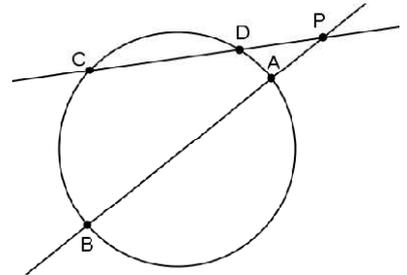
Soluzione

$$\overline{PA} = \overline{PB} - \overline{AB} = (21 - 18) \text{ cm} = 3 \text{ cm}.$$

Per il Teorema della Tangente:

$$\overline{PA} : \overline{PT} = \overline{PT} : \overline{PB}; \quad 3 : \overline{PT} = \overline{PT} : 21; \quad \overline{PT}^2 = 63; \quad \overline{PT} = \sqrt{63} \text{ cm} = 3\sqrt{7} \text{ cm}.$$

2. Determina la misura del segmento PD, sapendo che  $\overline{CD} = 19 \text{ cm}$ ,  $\overline{AB} = 25 \text{ cm}$  e  $\overline{PA} = 5 \text{ cm}$



Soluzione

$$\overline{PB} = \overline{PA} + \overline{AB} = (5 + 25) \text{ cm} = 30 \text{ cm}.$$

Poniamo  $\overline{PD} = x$ , con  $x \in \mathbb{R}^+$   $\Rightarrow \overline{PC} = x + 19$

Per il Teorema delle Secanti:

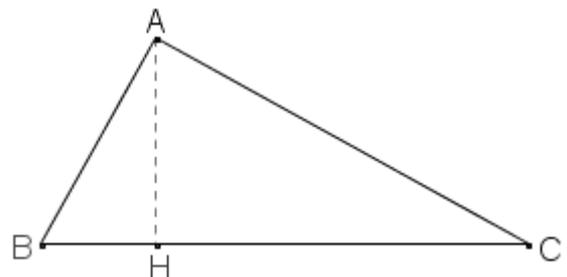
$$\overline{PA} : \overline{PC} = \overline{PD} : \overline{PB}; \quad 5 : (x + 19) = x : 30; \quad x \cdot (x + 19) = 5 \cdot 30;$$

$$x^2 + 19x - 150 = 0; \quad \Delta = 361 + 600 = 961;$$

$$x_{1,2} = \frac{-19 \mp \sqrt{961}}{2} = \frac{-19 \mp 31}{2} = \begin{matrix} x_1 = -25 & \text{Non accettabile} \\ x_2 = +6 & \text{Accettabile} \end{matrix}$$

Pertanto  $\overline{PD} = 6 \text{ cm}$ .

3. In un triangolo rettangolo le proiezioni dei cateti sull'ipotenusa misurano  $\frac{25}{13}a$  e  $\frac{144}{13}a$ . Determina le misure dei tre lati del triangolo.



Soluzione

$$\overline{BC} = \overline{BH} + \overline{HC} = \frac{25}{13}a + \frac{144}{13}a = \frac{169}{13}a = 13a$$

Per il I Teorema di Euclide:

$$\overline{AB}^2 = \overline{BH} \cdot \overline{BC}; \quad \overline{AB} = \sqrt{\overline{BH} \cdot \overline{BC}} = \sqrt{\frac{25}{13}a \cdot 13a} = \sqrt{25a^2} = 5a.$$

Per il Teorema di Pitagora:

$$\overline{AC} = \sqrt{\overline{BC}^2 - \overline{AB}^2} = \sqrt{169a^2 - 25a^2} = \sqrt{144a^2} = 12a.$$

4. In trapezio rettangolo ABCD, la base maggiore  $\overline{AB} = 10 \text{ cm}$ , la base minore  $\overline{CD} = 6 \text{ cm}$  e l'altezza  $\overline{AD} = 3 \text{ cm}$ . Sia E il punto di intersezione del prolungamento del lato obliquo e del lato perpendicolare alle basi. Calcola l'area del triangolo ABE.

Soluzione

$$\text{Poniamo } \overline{AE} = x \text{ con } x > 3 \quad \Rightarrow \quad \overline{DE} = x - 3.$$

I triangoli ABE e DCE sono simili per il I criterio di similitudine.

Infatti:

l'angolo  $\widehat{AEB}$  è in comune.

$$\widehat{EAB} \cong \widehat{EDC} = 90^\circ.$$

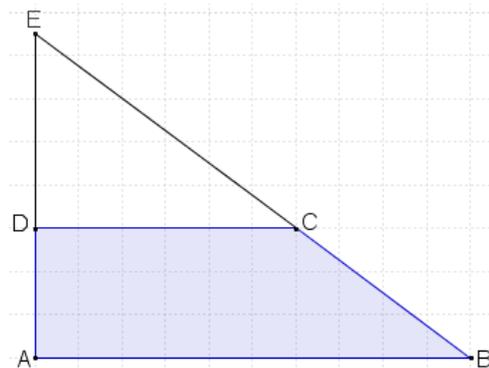
Pertanto i lati omologhi sono proporzionali:

$$\overline{AE} : \overline{DE} = \overline{AB} : \overline{DC}; \quad x : (x - 3) = 10 : 6;$$

$$10 \cdot (x - 3) = 6x; \quad 10x - 30 = 6x; \quad 4x = 30; \quad x = 7,5.$$

Pertanto il segmento AE misura 7,5 cm.

$$\text{L'area del triangolo ABE è: } S_{ABE} = \frac{1}{2} \cdot \overline{AB} \cdot \overline{AE} = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 7,5 \text{ cm}^2 = 37,5 \text{ cm}^2.$$



5. Determina l'area del triangolo POM della figura a lato sapendo che il raggio della circonferenza misura 15 cm, il segmento  $\overline{AB} = 18 \text{ cm}$  e il segmento  $\overline{PQ} = 5 \text{ cm}$ .

Soluzione

$$\overline{MB} = \frac{1}{2} \overline{AB} = 9 \text{ cm}.$$

$$\text{Poniamo } \overline{PB} = x, \text{ con } x \in \mathbb{R}^+ \quad \Rightarrow \quad \overline{PA} = x + 18.$$

Per il Teorema delle secanti:

$$\overline{PA} : \overline{PQ} = \overline{PD} : \overline{PB}; \quad (x + 18) : 5 = 35 : x;$$

$$(x + 18) \cdot x = 5 \cdot 35; \quad x^2 + 18x - 175 = 0;$$

$$x_{1,2} = -9 \mp \sqrt{81 + 175} = -9 \mp \sqrt{256} = \begin{matrix} x_1 = -25 \text{ n. acc.} \\ x_2 = +7 \text{ acc.} \end{matrix}$$

Pertanto  $\overline{PB} = 7 \text{ cm}$ .

$$\text{Quindi } \overline{PM} = \overline{PB} + \overline{MB} = (7 + 9) \text{ cm} = 16 \text{ cm}.$$

Essendo AOB un triangolo isoscele sulla base AB, la mediana OM è l'altezza del triangolo AOB e POM.

$$\overline{OM} = \sqrt{\overline{OP}^2 - \overline{PM}^2} = \sqrt{20^2 - 16^2} \text{ cm} = \sqrt{400 - 256} \text{ cm} = \sqrt{144} \text{ cm} = 12 \text{ cm}.$$

$$\text{L'area del triangolo POM è: } S_{POM} = \frac{1}{2} \cdot \overline{PM} \cdot \overline{OM} = \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 12 \text{ cm}^2 = 96 \text{ cm}^2.$$

