

Prova di Matematica : Relazioni e funzioni

Alunno: _____ Classe: 2B L. Classico

- Dati gli insiemi $A = \{1, 2, 3, 4\}$ e $B = \{2, 4, 6, 8\}$, rappresenta mediante una tabella a doppia entrata la relazione da A a B , R : "La somma di x e y è pari" con $x \in A \wedge y \in B$. In seguito, determina il dominio e il codominio.
- Data la relazione R : "x abita nello stesso comune di y" con $x, y \in A \wedge A = \{x / x \text{ è un cittadino italiano}\}$ stabilisci, motivando la risposta, se è una relazione di equivalenza. In caso affermativo determina le classi di equivalenza.

A \ A	1	2	3	4
1				X
2	X	X		
3				
4			X	

- Completa la tabella a lato in modo da ottenere una relazione che gode delle proprietà riflessiva e simmetrica.
- Data la relazione $R = \{(a; a), (c; a), (b; b), (c; c), (d; d)\}$ definita in $A = \{a, b, c, d\}$.
 - ☒ rappresentala mediante un grafo
 - ☒ stabilisci di quali proprietà gode e se è una relazione d'ordine, motivando le risposte
- Stabilisci, aiutandoti con una rappresentazione sagittale, se la relazione $f : A \rightarrow B$ con $A = \{1, 2, 3, 4\}$ e $B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$ individuata dalle coppie di valori $(1; 3), (2; 4), (3; 5), (4; 6)$ è una funzione, e in caso affermativo indicane il tipo.

- Individua quali, dei grafici sottostanti, rappresentano funzioni $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Determina: il tipo, il dominio e il codominio.

Funzione	SI NO	SI NO	SI NO	SI NO
Tipo				
Dominio				
Codominio				

- Traccia il grafico delle seguenti funzioni: $y = -\frac{2}{3}x + 3$ $y = -\frac{100}{x}$ $y = x^2 + 6x$
- Traccia il grafico di una funzione suriettiva ma non iniettiva avente per dominio $D = [-2, 7]$ e per codominio $D = [-1, 5]$

Soluzione

1. Dati gli insiemi $A = \{1, 2, 3, 4\}$ e $B = \{2, 4, 6, 8\}$, rappresenta mediante una tabella a doppia entrata la relazione da A a B , R : "La somma di x e y è pari" con $x \in A \wedge y \in B$. In seguito, determina il dominio e il codominio.

Soluzione

Dominio = $\{2, 4\}$

Codominio = $\{2, 4, 6, 8\}$.

A\B	2	4	6	8
1				
2	X	X	X	X
3				
4	X	X	X	X

2. Data la relazione R : " x abita nello stesso comune di y " con $x, y \in A \wedge A = \{x / x \text{ è un cittadino italiano}\}$ stabilisci, motivando la risposta, se è una relazione di equivalenza. In caso affermativo determina le classi di equivalenza.

Soluzione

La relazione R è una relazione di equivalenza perché gode delle tre proprietà: *riflessiva, simmetrica e transitiva*.

Le classi di equivalenza sono i comuni d'Italia.

3. Completa la tabella a lato in modo da ottenere una relazione che gode delle proprietà riflessiva e simmetrica.

A\A	1	2	3	4
1	X	X		X
2	X	X		
3			X	X
4	X		X	X

4. Data la relazione $R = \{(a; a), (c; a), (b; b), (c; c), (d; d)\}$ definita in $A = \{a, b, c, d\}$.

🚧 rappresentala mediante un grafo

🚧 stabilisci di quali proprietà gode e se è una relazione d'ordine, motivando le risposte

Soluzione

La relazione R :

🚧 è riflessiva, perché contiene tutte le coppie del tipo $(x; x)$

🚧 è antisimmetrica, perché l'unica coppia con due elementi diversi è $(c; a)$ e non c'è la coppia simmetrica $(a; c)$

🚧 è transitiva, perché:

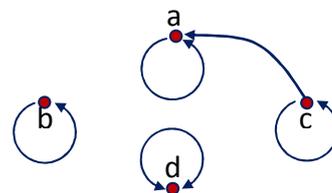
$$(c; a), (a; a) \in A \quad e \quad (c; a) \in A$$

$$(c; c), (c; a) \in A \quad e \quad (c; a) \in A$$

non esistono altri casi del tipo

$$(x; y), (y; z) \in A \quad \text{dove si potrebbe verificare la proprietà transitiva}$$

La relazione R è una relazione d'ordine parziale largo.



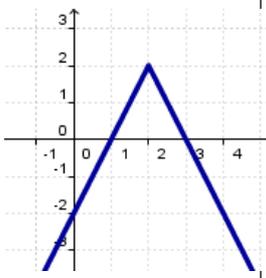
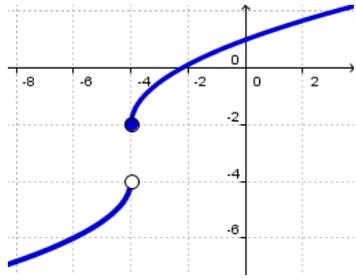
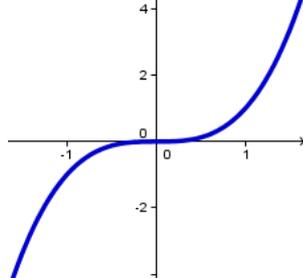
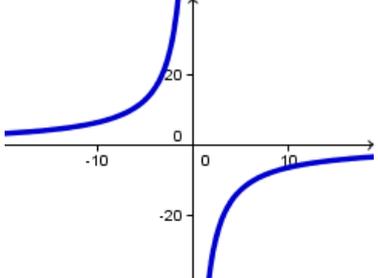
5. Stabilisci, aiutandoti con una rappresentazione sagittale, se la relazione $f : A \rightarrow B$ con $A = \{1, 2, 3, 4\}$ e $B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$ individuata dalle seguenti coppie di valori $(1; 3), (2; 4), (3; 5), (4; 6)$ è una funzione, e in caso affermativo indicane il tipo.

Soluzione

La relazione è una funzione perché soddisfa la definizione di funzione, cioè ogni $x \in A$ è associato a un solo $y \in B$.

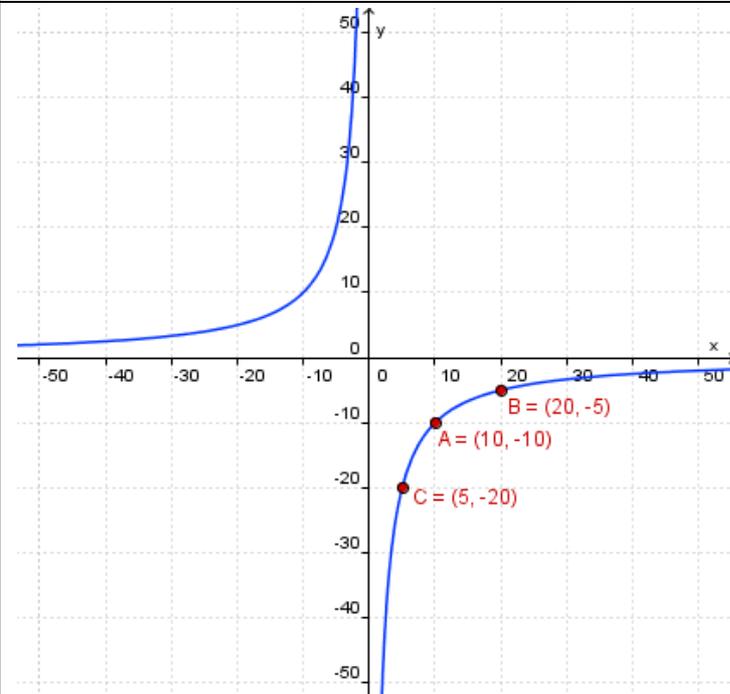
È una funzione iniettiva ma non suriettiva, perché ogni elemento dell'insieme di arrivo B è immagine al più di un elemento del dominio A .

6. Individua quali, dei grafici sottostanti, rappresentano funzioni $f: R \rightarrow R$. Determina: il tipo, il dominio e il codominio.

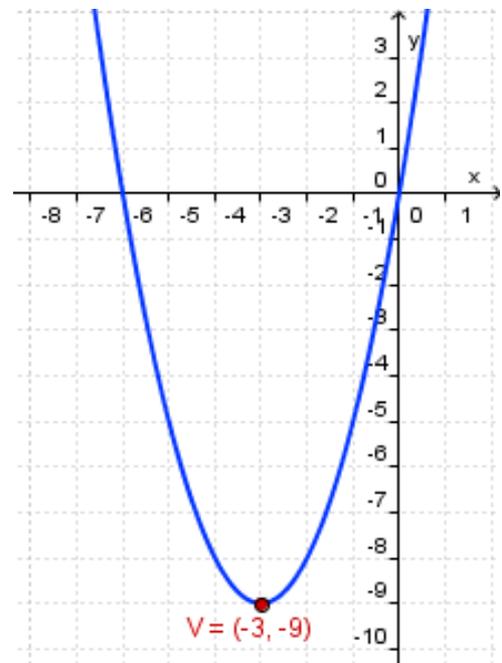
				
Funzione	<input checked="" type="checkbox"/> SI NO	<input checked="" type="checkbox"/> SI NO	<input checked="" type="checkbox"/> SI NO	<input checked="" type="checkbox"/> SI NO
Tipo	Non iniettiva Non suriettiva	Iniettiva ma non suriettiva	Biunivoca	iniettiva Non suriettiva
Dominio	$]-\infty, +\infty[$	$]-\infty, +\infty[$	$]-\infty, +\infty[$	$]-\infty, 0[\cup]0, +\infty[$
Codominio	$]-\infty, 2]$	$]-\infty, -4[\cup]-2, +\infty[$	$]-\infty, +\infty[$	$]-\infty, 0[\cup]0, +\infty[$

7. Traccia il grafico delle seguenti funzioni:

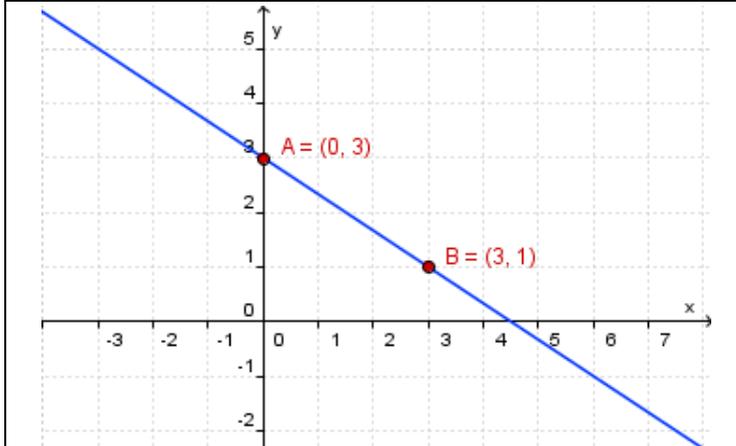
$$y = -\frac{100}{x}$$



$$y = x^2 + 6x$$



$$y = -\frac{2}{3}x + 3$$



9. Traccia il grafico di una funzione suriettiva ma non iniettiva avente per dominio $D = [-2, 7]$ e per codominio $D = [-1, 5]$

