

Prova di Matematica: **Funzioni**

Alunno: _____ Classe: **5B L. Classico**

prof. Mimmo Corrado
Tempo 60 minuti

1. Traccia il grafico della funzione $f(x) = \begin{cases} -1 & \text{se } x \leq 0 \\ 2x-1 & \text{se } 0 < x \leq 1 \\ 2-x^2 & \text{se } x > 1 \end{cases}$

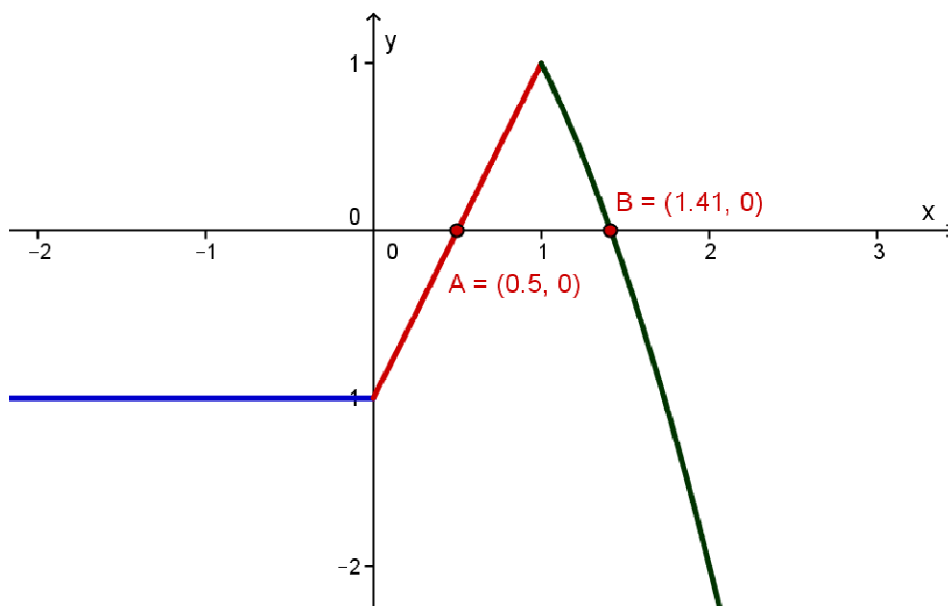
In seguito determina:

- ✚ il dominio
- ✚ il codominio
- ✚ Il tipo (iniettiva, suriettiva, biunivoca)
- ✚ gli intervalli dove è crescente
- ✚ gli intervalli dove è decrescente
- ✚ gli intervalli dove è costante
- ✚ gli zeri
- ✚ il segno

2. Determina il dominio, gli zeri e il segno della funzione $f(x) = \frac{2x-3}{x \cdot (x-1)^2}$

3. Determina l'espressione della funzione inversa della seguente funzione e il relativo dominio: $f(x) = \frac{4x+5}{2x+6}$

Soluzione



Il dominio è $D = \mathbb{R}$.

Il codominio è $C =]-\infty, 1]$.

La funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow]-\infty, 1]$ è suriettiva ma non iniettiva.

La funzione è strettamente crescente in $(0, 1)$

La funzione è strettamente decrescente in $(1, +\infty)$

La funzione è costante in $(-\infty, 0)$

$f(x) = 0$ in $x = \frac{1}{2}$ e $x = \sqrt{2}$

$f(x) > 0$ in $(\frac{1}{2}, \sqrt{2})$

$f(x) < 0$ in $] -\infty, \frac{1}{2}[\cup]\sqrt{2}, +\infty[$

2. Determina il dominio, gli zeri e il segno della funzione $f(x) = \frac{2x - 3}{x \cdot (x - 1)^2}$

Il dominio è $D = \{x \in R / x \neq 0 \wedge x \neq 1\}$.

Infatti: $x \cdot (x - 1)^2 = 0$; $x = 0$ $x = 0$
 $(x - 1)^2 = 0$ $x = 1$

$f(x) = 0$ in $x = \frac{3}{2}$.

Infatti: $\frac{2x-3}{x \cdot (x-1)^2} = 0$; $2x - 3 = 0$; $2x = 3$; $x = \frac{3}{2}$.

$f(x) > 0$ in $]-\infty, 0[\cup]\frac{3}{2}, +\infty[$

$f(x) < 0$ in $]0, \frac{3}{2}[$

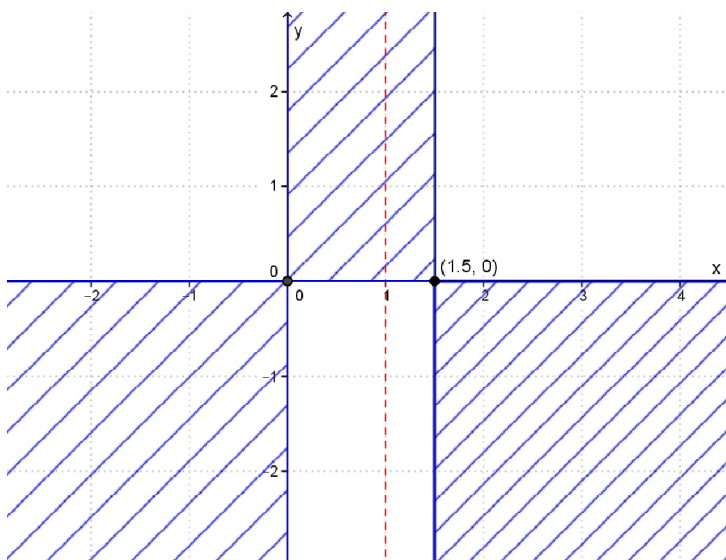
Infatti:

$2x - 3 > 0$; $x > \frac{3}{2}$

$x > 0$; $x > 0$

$(x - 1)^2 > 0$; $x \neq 1$

	0	1	$\frac{3}{2}$	
-		-		+
-		+		+
+		+		+
+		-		+



3. Determina l'espressione della funzione inversa della seguente funzione e il relativo dominio:

$f(x) = \frac{4x + 5}{2x + 6}$

Soluzione

La funzione $y = \frac{4x+5}{2x+6}$ ha per dominio l'insieme $D_f = \{x \in R / x \neq -3\}$.

Determiniamo la funzione inversa ricavando la variabile x :

$y = \frac{4x + 5}{2x + 6}$; $(2x + 6)y = 4x + 5$; $2xy + 6y - 4x - 5 = 0$;

$(2y - 4)x = 5 - 6y$; $x = \frac{5 - 6y}{2y - 4}$.

Scambiando le variabili x e y si ottiene l'espressione della funzione inversa: $f^{-1}(x) = \frac{5 - 6x}{2x - 4}$

Il dominio della funzione inversa $f^{-1}(x)$ è l'insieme $D_{f^{-1}} = \{x \in R / x \neq 2\}$.

Esso rappresenta il codominio della funzione $f(x)$.