

Prova di Matematica : Frazioni algebriche

Alunno: _____ Classe: 1B L. Scientifico

A. Scomponi in fattori i seguenti polinomi:

1. $36x^7y - 48x^5y^2 + 16x^3y^3$

2. $4x^7 + 4x^4y - 24xy^2$

3. $x^5 - x^2y^6 - 4x^3y^2 + 4y^8$

4. $12a^2x^3 + 4a^2x^2 - 80a^2x + 48a^2$

B. Semplifica le seguenti espressioni contenenti frazioni algebriche:

$$\frac{x^2 - 4x + 4}{3x^2 + 5x + 2} \cdot \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 + x - 6} : \frac{3x^2 + 2x}{x^2 - 4}$$

$$\left(\frac{1}{a-3} + \frac{1}{2a^2 - 3a - 9} \right) \cdot \frac{2a+3}{a^2+2a} + \left(\frac{1}{a^2-9} - \frac{1}{a^2-3a} \right) : \frac{1}{a+3}$$

C. Il prezzo della benzina è p euro al litro e Graziano ne acquista 60 € per la sua auto.

- Se il prezzo della benzina aumenta del 10% , quanti litri di benzina, in funzione di p , acquisterà Graziano con 60€;

- Se il prezzo della benzina aumenta del 10% , che percentuale di benzina in meno acquisterà Graziano con 60€;

- Se il prezzo della benzina aumenta di 10 centesimi al litro, quanti litri di benzina in meno acquisterà Graziano con 60€.

Soluzione

A. Scomponi in fattori i seguenti polinomi:

$$1. \quad 36x^7y - 48x^5y^2 + 16x^3y^3 = 4x^3y \cdot (9x^4 - 12x^2y + 4y^2) = 4x^3y \cdot (3x^2 - 2y)^2.$$

$$2. \quad 4x^7 + 4x^4y - 24xy^2 = 4x \cdot (x^6 + x^3y - 6y^2) =$$

$$= 4x \cdot (x^3 - 2y)(x^3 + 3y).$$

$p = -6y^2$		$s = +y$
-2y	+3y	+y

$$3. \quad x^5 - x^2y^6 - 4x^3y^2 + 4y^8 = x^2(x^3 - y^6) - 4y^2(x^3 - y^6) = (x^3 - y^6)(x^2 - 4y^2) =$$

$$= (x - y^2)(x^2 + xy^2 + y^4)(x + 2y)(x - 2y)$$

$$4. \quad 12a^2x^3 + 4a^2x^2 - 80a^2x + 48a^2 = 4a^2 \cdot (3x^3 + x^2 - 20x + 12) \quad D_{12} = \{\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 4; \pm 6; \pm 12\}$$

$$= 4a^2 \cdot (x - 2)(3x^2 + 7x - 6) =$$

	3	+1	-20		+12
+2		+6	+14		-12
	3	+7	-6		=

$$= 4a^2 \cdot (x - 2)(x + 3)(3x - 2).$$

	3	+7		-6
-3		-9		+6
	3	-2		=

B. Semplifica le seguenti espressioni contenenti frazioni algebriche:

$$1. \quad \frac{x^2 - 4x + 4}{3x^2 + 5x + 2} \cdot \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 + x - 6} : \frac{3x^2 + 2x}{x^2 - 4} =$$

$$C.E.: x \neq -\frac{2}{3} \wedge x \neq 0 \wedge x \neq -1 \wedge x \neq \pm 2 \wedge x \neq -3.$$

$$= \frac{(x - 2)^2}{(3x + 2)(x + 1)} \cdot \frac{(x + 2)(x + 1)}{(x - 2) \cdot (x + 3)} \cdot \frac{(x + 2)(x - 2)}{x \cdot (3x + 2)} =$$

$$= \frac{(x - 2)^2 \cdot (x + 2)^2}{x \cdot (x + 3)(3x + 2)^2} =$$

$$= \frac{(x^2 - 4)^2}{x \cdot (x + 3)(3x + 2)^2}.$$

ZANICHELLI 480.811

$$\left(\frac{1}{a - 3} + \frac{1}{2a^2 - 3a - 9} \right) \cdot \frac{2a + 3}{a^2 + 2a} + \left(\frac{1}{a^2 - 9} - \frac{1}{a^2 - 3a} \right) : \frac{1}{a + 3} =$$

$$C.E.: a \neq -\frac{3}{2} \wedge a \neq 0 \wedge a \neq -2 \wedge a \neq \pm 3.$$

$$= \left(\frac{1}{a - 3} + \frac{1}{(a - 3)(2a + 3)} \right) \cdot \frac{2a + 3}{a(a + 2)} + \left(\frac{1}{(a + 3)(a - 3)} - \frac{1}{a(a - 3)} \right) : \frac{1}{a + 3} =$$

$$= \left(\frac{2a + 3 + 1}{(a - 3)(2a + 3)} \right) \cdot \frac{2a + 3}{a(a + 2)} + \left(\frac{a - (a + 3)}{a(a + 3)(a - 3)} \right) : \frac{1}{a + 3} =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{2(a+2)}{(a-3)(2a+3)} \cdot \frac{2a+3}{a(a+2)} + \left(\frac{-3}{a(a+3)(a-3)} \right) : \frac{1}{a+3} = \\
&= \frac{2}{a(a-3)} - \frac{3}{a(a+3)(a-3)} : \frac{1}{a+3} = \\
&= \frac{2}{a(a-3)} - \frac{3}{a(a+3)(a-3)} \cdot \frac{a+3}{1} = \\
&= \frac{2}{a(a-3)} - \frac{3}{a(a-3)} = \\
&= \frac{2-3}{a(a-3)} = \\
&= \frac{-1}{a(a-3)} = \\
&= \frac{1}{a(3-a)}.
\end{aligned}$$

C. Il prezzo della benzina è p euro al litro e Graziano ne acquista 60 € per la sua auto.

- Se il prezzo della benzina aumenta del 10%, quanti litri di benzina, in funzione di p , acquisterà Graziano con 60€;

- Se il prezzo della benzina aumenta del 10%, che percentuale di benzina in meno acquisterà Graziano con 60€;

- Se il prezzo della benzina aumenta di 10 centesimi al litro, quanti litri di benzina in meno acquisterà Graziano con 60€.

Soluzione

Graziano, con 60 €, acquista $\frac{60}{p}$ litri di benzina.

Se il prezzo della benzina aumenta del 10%, il prezzo rincarato è:

$$p_{R1} = p + 10\% \cdot p = p + \frac{10}{100} \cdot p = \frac{11}{10}p$$

Graziano potrà acquistare: $\frac{60}{\frac{11p}{10}} = 60 \cdot \frac{10}{11p} = \frac{600}{11p}$ litri di benzina.

Se il prezzo della benzina aumenta del 10%, la percentuale di benzina in meno che acquista Graziano si ottiene risolvendo la proporzione:

$(\text{Quantità benzina a prezzo } p - \text{Quantità benzina a prezzo } p_{R1}) : \text{Quantità benzina a prezzo } p = x : 100$

$$\left(\frac{60}{p} - \frac{600}{11p} \right) : \frac{60}{p} = x : 100 ; \quad x = \frac{\left(\frac{60}{p} - \frac{600}{11p} \right) \cdot 100}{\frac{60}{p}} = \frac{\left(\frac{660-600}{11p} \right) \cdot 100}{\frac{60}{p}} = \frac{60}{11p} \cdot 100 \cdot \frac{p}{60} = \frac{100}{11} = 9.09\% .$$

Se il prezzo della benzina aumenta di 10 centesimi al litro, il prezzo rincarato è:

$$p_{R2} = p + \frac{10}{100} = p + \frac{1}{10} = \frac{10p+1}{10}$$

Graziano potrà acquistare: $\frac{60}{\frac{10p+1}{10}} = 60 \cdot \frac{10}{10p+1} = \frac{600}{10p+1}$ litri di benzina. Pertanto

Graziano potrà acquistare: $\frac{60}{p} - \frac{600}{10p+1} = \frac{60 \cdot (10p+1) - 600p}{p(10p+1)} = \frac{600p+60-600p}{p(10p+1)} = \frac{60}{p(10p+1)}$ litri di benzina in più.