Alunno: ____ Classe: 1 B L. Scientifico

A. Sviluppa i seguenti prodotti notevoli:

$\left(\frac{1}{2}xy-\frac{2}{3}x^2\right)^2$ $\left(a^{2n}b^2-\frac{1}{2}ab^n\right)^2$ $\left(3x^2-\frac{1}{2}xy^3\right)^4$

B. Semplifica le seguenti espressioni:

$(2x-5y^2)^2-4(x+5y^2)(x-5y^2)$

$\left[\left(\frac{1}{3}x+\frac{2}{3}y\right)^3-\frac{1}{9}xy\cdot(2x+4y)-\frac{8}{27}y^3\right]\cdot 3x+\left(\frac{1}{3}x^2+y^2\right)\left(y^2-\frac{1}{3}x^2\right)$

C. Determina quoziente e resto delle seguenti divisioni ed effettua la verifica.

$(3x^4+8x^3-8x^2-1):(x^2+2x-1)$ $(4z^3-3z+4):(2z+1)$ $(x^4-9y^2):(x^2+3y)$

D. Dimostra che il prodotto fra il quadrato di un numero naturale pari e il suo successivo è un numero pari.

E. In un trapezio rettangolo la base minore misura x e l’altezza è pari al suo doppio. Il lato obliquo misura $y+2$, mentre la misura della base maggiore è uguale alla somma tra quella della base minore e del triplo dell’altezza. Esprimi con un polinomio ridotto la misura dell’area e del perimetro. In seguito calcola la misura dell’area e del perimetro per $x=\frac{2}{3}$ e $y=\frac{4}{5}$.

Soluzione

$\left(\frac{1}{2}xy-\frac{2}{3}x^2\right)^2=\frac{1}{4}x^2y^2+\frac{4}{9}x^4-\frac{2}{3}x^3y$

$\left(a^{2n}b^2-\frac{1}{2}ab^n\right)^2=a^{4n}b^4+\frac{1}{4}a^2b^{2n}-a^{2n+1}b^{n+2}$

$\left(3x^2-\frac{1}{2}xy^3\right)^4=$

$=1\cdot(3x^2)^4+4\cdot(3x^2)^3\cdot\left(-\frac{1}{2}xy^3\right)+6\cdot(3x^2)^2\cdot\left(-\frac{1}{2}xy^3\right)^2+4\cdot(3x^2)^1\cdot\left(-\frac{1}{2}xy^3\right)^3+1\cdot\left(-\frac{1}{2}xy^3\right)^4=$

$=81x^8+4\cdot27x^6\cdot\left(-\frac{1}{2}xy^3\right)+6\cdot9x^4\cdot\frac{1}{4}x^2y^6+4\cdot3x^2\cdot\left(-\frac{1}{8}x^3y^9\right)+\frac{1}{16}x^4y^{12}=$

$=81x^8-54x^7y^3+\frac{27}{2}x^6y^6-\frac{3}{2}x^5y^9+\frac{1}{16}x^4y^{12}$

B. Semplifica le seguenti espressioni:

$(2x-5y^2)^2-4(x+5y^2)(x-5y^2)\ =$

$=4x^2+25y^4-20xy^2-4(x^2-25y^2)\ =$

$=4x^2+25y^4-20xy^2-4x^2+100y^4\ =$

$=125y^4-20xy^2\ .$

$\left[\left(\frac{1}{3}x+\frac{2}{3}y\right)^3-\frac{1}{9}xy\cdot(2x+4y)-\frac{8}{27}y^3\right]\cdot3x+\left(\frac{1}{3}x^2+y^2\right)\left(y^2-\frac{1}{3}x^2\right)\ =$

$=\ \left[\frac{1}{27}x^3+\frac{8}{27}y^3+\frac{2}{9}x^2y+\frac{4}{9}xy^2-\frac{2}{9}x^2y-\frac{4}{9}xy^2-\frac{8}{27}y^3\right]\cdot3x+y^4-\frac{1}{9}x^4\ =$

$=\ \frac{1}{9}x^4+\frac{8}{9}xy^3+\frac{2}{3}x^3y+\frac{4}{3}x^2y^2-\frac{2}{3}x^3y-\frac{4}{3}x^2y^2-\frac{8}{9}xy^3+y^4-\frac{1}{9}x^4\ =$

$=\ y^4\ .$

C. Determina quoziente e resto delle seguenti divisioni ed effettua la verifica.

$$
\begin{array}{rrrrr|l}
+3x^4 & +8x^3 & -8x^2 & & -1 & x^2+2x-1 \\ \cline{6-6}
-3x^4 & -6x^3 & +3x^2 & & & 3x^2+2x-9 \\ \cline{1-3}
 & 2x^3 & -5x^2 & & & \\
 & -2x^3 & -4x^2 & +2x & & \\ \cline{2-5}
 & & -9x^2 & +2x & & \\
 & & +9x^2 & +18x & -9 & \\ \cline{2-5}
 & & & +20x & -10 &
\end{array}
$$

$Q=3x^2+2x-9\qquad R=20x-10$

Prova

$$Quoziente \cdot Divisore + Resto = Dividendo$$

$$(3x^2+2x-9)\cdot(x^2+2x-1)+20x-10 =$$

$$= 3x^4+6x^3-3x^2+2x^3+4x^2-2x-9x^2-18x+9+20x-10 =$$

$$= 3x^4+8x^3-8x^2-1 \ .$$

$(4z^3-3z+4):(2z+1)$

Soluzione

Dividendo tutti i termini per 2 si ha:

$$\left(2z^3-\frac{3}{2}z+2\right):\left(z+\frac{1}{2}\right)$$

Applicando la regola di Ruffini si ha:

$$\begin{array}{c|ccc|c} & 2 & 0 & -\frac{3}{2} & 2 \\ -\frac{1}{2} & & -1 & +\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \hline & 2 & -1 & -1 & \frac{5}{2} \end{array}$$

$$Q=2z^2-z-1 \qquad R=\frac{5}{2}\cdot 2=5$$

Prova

$$Quoziente \cdot Divisore + Resto = Dividendo$$

$$(2z^2-z-1)\cdot(2z+1)+5 =$$

$$= 4z^3-2z^2-2z+2z^2-z-1+5 =$$

$$= 4z^3-3z+4 \ .$$

$(x^4-9y^2):(x^2+3y)=(x^2-3y)$

Senza effettuare la divisione, basta applicare il prodotto notevole: $(I+II)\cdot(I-II)=I^2-II^2$

D. Dimostra che il prodotto fra il quadrato di un numero naturale pari e il suo successivo è un numero pari.

Dimostrazione

Un numero pari può essere scritto nella forma: $2n$

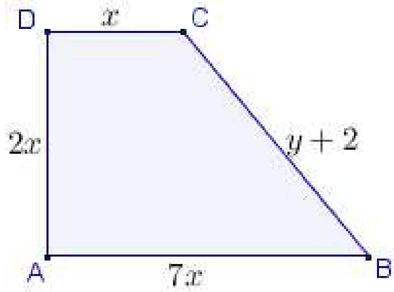
Il suo quadrato è: $(2n)^2=4n^2$

Il suo successivo è: $2n+1$

Sviluppando i calcoli si ottiene: $4n^2\cdot(2n+1)= 8n^3+4n^2$

Il numero ottenuto è un numero pari, perché è la somma di due numeri pari $8n^3$ e $4n^2$.

E. In un trapezio rettangolo la base minore misura x e l'altezza è pari al suo doppio. Il lato obliquo misura $y+2$, mentre la misura della base maggiore è uguale alla somma tra quella della base minore e del triplo dell'altezza. Esprimi con un polinomio ridotto la misura dell'area e del perimetro. In seguito calcola la misura dell'area e del perimetro per $x = \frac{2}{3}$ e $y = \frac{4}{5}$.



$$\begin{cases} \overline{AD} = 2x \\ \overline{DC} = x \\ \overline{BC} = y+2 \\ \overline{AB} = x + 6x = 7x \end{cases}$$

Soluzione

$p \;=\; \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{DC} + \overline{AD} \;=\; 7x + y + 2 + x + 2x \;=\; 10x + y + 2$.

$S = \dfrac{\overline{AB} + \overline{DC}}{2} \cdot \overline{AD} \;=\; \dfrac{1}{2} \cdot (7x + x) \cdot 2x \;=\; 8x^2$.

$p\left(x = \frac{2}{3} \,;\, y = \frac{4}{5}\right) \;=\; 10 \cdot \frac{2}{3} + \frac{4}{5} + 2 \;=\; \frac{20}{3} + \frac{4}{5} + 2 \;=\; \frac{100+12+30}{15} \;=\; \frac{142}{15}$.

$S\left(x = \frac{2}{3} \,;\, y = \frac{4}{5}\right) \;=\; 8\left(\frac{2}{3}\right)^2 \;=\; 8 \cdot \frac{4}{9} \;=\; \frac{32}{9}$.