

Prova di Matematica : Polinomi

Alunno: _____ Classe: IV B L. Classico

07.03.2014
prof. Mimmo Corrado
Durata 60 minuti

A. Scrivi in simboli le regole dei seguenti prodotti notevoli:

Prodotto della somma per la differenza di due monomi	$(I + II) \cdot (I - II) =$
Quadrato di un binomio	$(I + II)^2 =$
Cubo di un binomio	$(I + II)^3 =$
Quadrato di un trinomio	$(I + II + III)^2 =$

B. Sviluppa i seguenti prodotti notevoli:

$$\left(5x^2 + \frac{4}{3}xy\right)\left(5x^2 + \frac{4}{3}xy\right)$$

$$(4a^2 - 5bc)^2$$

$$\left(3a - \frac{3}{2}ab + 4b^2\right)^2$$

$$(3x^2 - 2xy)^3$$

C. Semplifica le seguenti espressioni:

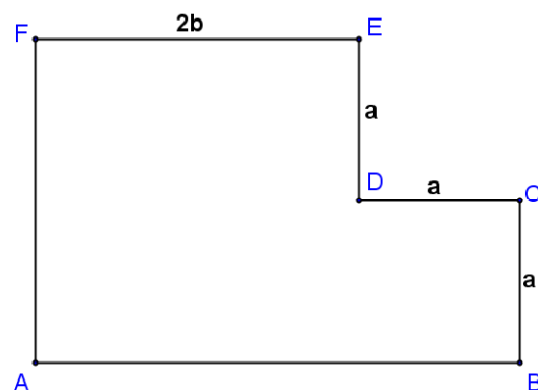
$$\left\{\left(\frac{3}{7}xy^3 + \frac{5}{21}xy^3\right) \cdot \left(-\frac{3}{4}x^2y\right) : \left[\left(-\frac{2}{3}xy\right)^2 + \frac{5}{9}x^2y^2\right] + \frac{3}{4}xy^2\right\} \cdot (-2x^2y) + \frac{1}{2}x^3y^3$$

$$(x + 3y) \cdot [(x - y)(2x + y) + 3x(x - y)] + xy \cdot (13y - 11x)$$

$$(x^3 + 1)^2 - (x^2 + 1)^3 + 6x^4 - 3x^2 \cdot (x - 1) \cdot (x + 1)$$

D. Traduci in espressione la seguente frase e sviluppa i calcoli: "Al quadrato della somma del cubo di un numero x e del suo doppio togli il cubo della somma del quadrato del numero e $\frac{4}{3}$ ".

E. Esprimi mediante polinomi ridotti la misura dell'area e del perimetro della figura a lato. In seguito calcola la misura dell'area e del perimetro per $a = \frac{1}{2}$ e $b = \frac{3}{4}$.



Valutazione	Esercizio	A	B	C	D	E	Totale
	Punti	6	12	24	10	18	70

Punti	0 - 2	3 - 7	8 - 12	13 - 17	18 - 22	23 - 27	28 - 32	33 - 37	38 - 42	43 - 47	48 - 52	53 - 57	58 - 62	63 - 67	68 - 70
Voto	3	3 ½	4	4 ½	5	5 ½	6	6 ½	7	7 ½	8	8 ½	9	9 ½	10

Soluzione

1. Scrivi in simboli le regole dei seguenti prodotti notevoli:

Prodotto della somma per la differenza di due monomi	$(I + II) \cdot (I - II) = I^2 - II^2$
Quadrato di un binomio	$(I + II)^2 = I^2 + II^2 + 2 \cdot I \cdot II$
Cubo di un binomio	$(I + II)^3 = I^3 + II^3 + 3 \cdot I^2 \cdot II + 3 \cdot I \cdot II^2$
Quadrato di un trinomio	$(I + II + III)^2 = I^2 + II^2 + III^2 + 2 \cdot I \cdot II + 2 \cdot I \cdot III + 2 \cdot II \cdot III$

B. Sviluppa i seguenti prodotti notevoli:

$$\left(5x^2 + \frac{4}{3}xy\right)\left(5x^2 + \frac{4}{3}xy\right) = 25x^4 - \frac{16}{9}x^2y^2$$

$$(4a^2 - 5bc)^2 = 16a^4 + 25b^2c^2 - 40a^2bc$$

$$\left(3a - \frac{3}{2}ab + 4b^2\right)^2 = 9a^2 + \frac{9}{4}a^2b^2 + 16b^4 - 9a^2b + 24ab^2 - 12ab^3$$

$$(3x^2 - 2xy)^3 = 27x^6 - 8x^3y^3 - 36x^5y + 24x^4y^2$$

3. Semplifica le seguenti espressioni:

$$\begin{aligned} & \left\{ \left(\frac{3}{7}xy^3 + \frac{5}{21}xy^3 \right) \cdot \left(-\frac{3}{4}x^2y \right) : \left[\left(-\frac{2}{3}xy \right)^2 + \frac{5}{9}x^2y^2 \right] + \frac{3}{4}xy^2 \right\} \cdot (-2x^2y) + \frac{1}{2}x^3y^3 = \\ & = \left\{ \left(\frac{9+5}{21}xy^3 \right) \cdot \left(-\frac{3}{4}x^2y \right) : \left[\frac{4}{9}x^2y^2 + \frac{5}{9}x^2y^2 \right] + \frac{3}{4}xy^2 \right\} \cdot (-2x^2y) + \frac{1}{2}x^3y^3 = \\ & = \left\{ \left(\frac{14}{21}xy^3 \right) \cdot \left(-\frac{3}{4}x^2y \right) : \left[\frac{4+5}{9}x^2y^2 \right] + \frac{3}{4}xy^2 \right\} \cdot (-2x^2y) + \frac{1}{2}x^3y^3 = \\ & = \left\{ -\frac{1}{2}x^3y^4 : x^2y^2 + \frac{3}{4}xy^2 \right\} \cdot (-2x^2y) + \frac{1}{2}x^3y^3 = \\ & = \left\{ -\frac{1}{2}xy^2 + \frac{3}{4}xy^2 \right\} \cdot (-2x^2y) + \frac{1}{2}x^3y^3 = \\ & = \left\{ \frac{-2+3}{4}xy^2 \right\} \cdot (-2x^2y) + \frac{1}{2}x^3y^3 = \\ & = \frac{1}{4}xy^2 \cdot (-2x^2y) + \frac{1}{2}x^3y^3 = \\ & = \frac{1}{2}x^3y^3 + \frac{1}{2}x^3y^3 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & [3x(x - y) + (x - y)(2x + y)] \cdot (x + 3y) - xy \cdot (11x - 13y) = \\ & = [3x^2 - 3xy + 2x^2 + xy - 2xy - y^2] \cdot (x + 3y) - 11x^2y + 13xy^2 = \\ & = [4x^2 - 4xy - y^2] \cdot (x + 3y) - 11x^2y + 13xy^2 = \\ & = 5x^3 - 4x^2y - xy^2 + 15x^2y - 12xy^2 - 3y^3 - 11x^2y + 13xy^2 = \\ & = 5x^3 - 3y^3 . \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (x^2 + 1)^3 - (x^3 + 1)^2 + 3x^2 \cdot (x + 1) \cdot (x - 1) = \\
& = x^6 + 1 + 3x^4 + 3x^2 - (x^6 + 1 + 2x^3) + 3x^2 \cdot (x^2 - 1) - 6x^4 = \\
& = x^6 + 1 + 3x^4 + 3x^2 - x^6 - 1 - 2x^3 + 3x^4 - 3x^2 = \\
& = -2x^3 + 6x^4 .
\end{aligned}$$

4. Traduci in espressione la seguente frase e sviluppa i calcoli: "Al quadrato della somma del cubo di un numero x e del suo doppio togli il cubo della somma del quadrato del numero e $\frac{4}{3}$."

$$\begin{aligned}
& (x^3 + 2x)^2 - \left(x^2 + \frac{4}{3}\right)^3 = \\
& = x^6 + 4x^2 + 4x^4 - \left(x^6 + \frac{64}{27} + 4x^4 + \frac{16}{3}x^2\right) = \\
& = x^6 + 4x^2 + 4x^4 - x^6 - \frac{64}{27} - 4x^4 - \frac{16}{3}x^2 = \\
& = \frac{12 - 16}{3}x^2 - \frac{64}{27} = \\
& = -\frac{4}{3}x^2 - \frac{64}{27} .
\end{aligned}$$

E. Esprimi mediante polinomi ridotti la misura dell'area e del perimetro della figura a lato. In seguito calcola la misura dell'area e del perimetro per $a = \frac{1}{2}$ e $b = \frac{3}{4}$.

Soluzione

$$S = 2a \cdot 2b + a \cdot a = 4ab + a^2$$

$$S = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{2} + \frac{1}{4} = \frac{6 + 1}{4} = \frac{7}{4}$$

$$2p = 2b + a + a + a + a + 2b + a + a = 6a + 4b$$

$$2p = 6 \cdot \frac{1}{2} + 4 \cdot \frac{3}{4} = 3 + 3 = 6 .$$

