Prova di Matematica : Disequazioni

17.10.2013
prof. Mimmo Corrado

Alunno: ______________________________________ *Classe: 2 C*

1. Quale delle seguenti equazioni è impossibile ? *(Motiva la risposta)*

A. $x - 1 < |x + 1|$

B. $|x - 2| = |x + 2|$

C. $|2x + 1| - 2 = 3$

D. $\frac{-1}{2}|x + 2| = 3$

2. Risolvi il seguente sistema di disequazioni:

$$\begin{cases} x - 8 < 0 \\ (x - 2)^2 > -3 \\ 4 - 2x \leq -(x - 8) \end{cases}$$

3. Risolvi le seguenti disequazioni :

$$3x^2 + x \geq 4$$

$$\frac{4}{x - 3} \geq 2 - \frac{10x - 8}{2x - 6}$$

$$\left|\frac{x + 1}{x}\right| - 3 \geq 0$$

4. Il proprietario di un hotel di 50 stanze ha speso € 50.000 per manutenzione straordinaria e € 10.000 per manutenzione di inizio anno; inoltre, prevede di spendere € 20 per le pulizie di ogni stanza occupata quotidianamente. La stagione turistica durerà 100 giorni e, grazie a convenzioni con agenzie turistiche, il 60% delle stanze sarà sempre occupato. Qual è la cifra minima, da far pagare giornalmente per ogni stanza, per coprire almeno le spese sostenute ?

Valutazione	Esercizio	1	2	3	4	Totale
	Punti	8	12	45	15	80

Punti	*0 - 3*	*4 - 8*	*9 - 13*	*14 - 19*	*20 - 25*	*26 - 31*	*32 - 37*	*38 - 43*	*44 - 49*	*50 - 55*	*56 - 61*	*62 - 67*	*68 - 72*	*73 - 76*	*77 - 80*
Voto	*2*	*3*	*3 ½*	*4*	*4 ½*	*5*	*5½*	*6*	*6 ½*	*7*	*7 ½*	*8*	*8 ½*	*9*	*10*

Soluzione

1. Quale delle seguenti equazioni è impossibile ?

   A. $x - 1 < |x + 1|$

   B. $|x - 2| = |x + 2|$

   C. $|2x + 1| - 2 = 3$

   D. $\frac{-1}{2}|x + 2| = 3$

$\frac{-1}{2}|x + 2| = 3$ è impossibile.

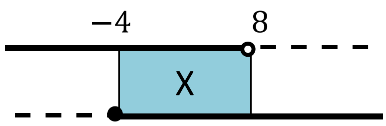
Infatti si ha: $-\frac{1}{2}|x + 2| = 3$; $\frac{1}{2}|x + 2| = -3$; $|x + 2| = -6$

Il valore assoluto è sempre una quantità positiva o nulla. Pertanto non può essere uguale ad un numero negativo.

2. Risolvi il seguente sistema di disequazioni:

$$\begin{cases} x - 8 < 0 \\ (x-2)^2 > -3 \\ 4 - 2x \leq -(x-8) \end{cases} \qquad \begin{cases} x < 8 \\ \forall x \in R \\ 4 - 2x \leq -x + 8 \end{cases} \qquad \begin{cases} x < 8 \\ \forall x \in R \\ -x \leq 8 - 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < 8 \\ \forall x \in R \\ -x \leq 4 \end{cases} \qquad \begin{cases} x < 8 \\ \forall x \in R \\ x \geq -4 \end{cases}$$



La rappresentazione dell'insieme delle soluzioni sulla retta reale è

$[-4, 8[$ $\qquad$ $-4 \leq x < 8$

3. Risolvi le seguenti disequazioni :

$3x^2 + x \geq 4$

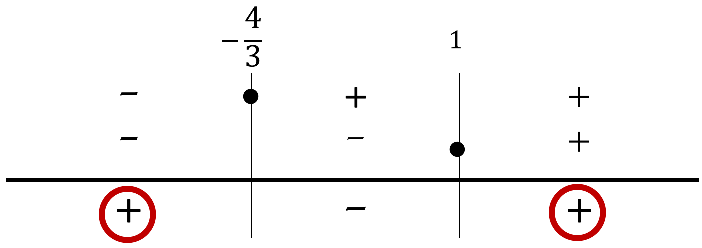
$3x^2 + x - 4 \geq 0$

$3x^2 + 4x - 3x - 4 \geq 0\,;$ $\qquad\qquad p = -12 \;\wedge\; s = 1$

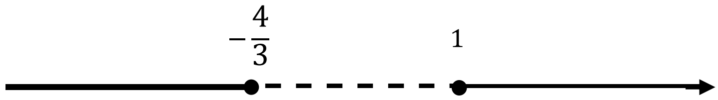
$x(3x+4) - (3x+4) \geq 0$

$(3x+4)(x-1) \geq 0$

$$\left|\begin{array}{c} 3x+4 \geq 0 \\ x-1 \geq 0 \end{array}\right| \begin{array}{c} x \geq -\dfrac{4}{3} \\ x \geq 1 \end{array}$$



La rappresentazione dell'insieme delle soluzioni sulla retta reale è



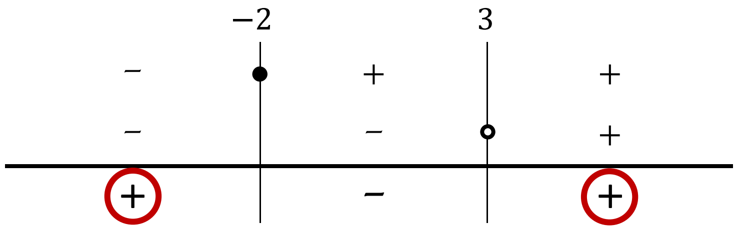
$x \leq -\dfrac{4}{3} \quad \vee \quad x \geq 1$ $\qquad\qquad \left]-\infty, -\dfrac{4}{3}\right] \;\cup\; [1, +\infty[$

$\dfrac{4}{x-3} \geq 2 - \dfrac{10x-8}{2x-6}$

$\dfrac{4}{x-3} - 2 + \dfrac{2(5x-4)}{2(x-3)} \geq 0\;;$ $\qquad \dfrac{4}{x-3} - 2 + \dfrac{5x-4}{x-3} \geq 0\;;$ $\qquad \dfrac{4 - 2(x-3) + 5x - 4}{x-3} \geq 0\;;$

$\dfrac{-2x+6+5x}{x-3} \geq 0\;;$ $\qquad \dfrac{3x+6}{x-3} \geq 0$

$$\begin{array}{ll} 3x+6 \geq 0 & \qquad x \geq -2 \\ x-3 > 0 & \qquad x > 3 \end{array}$$



La rappresentazione dell'insieme delle soluzioni sulla retta reale è

$x \leq -2 \quad \vee \quad x > 3$ $\qquad\qquad]-\infty, -2] \;\cup\;]3, +\infty[$

$$\left|\frac{x+1}{x}\right| - 3 \geq 0$$

$$\left|\frac{x+1}{x}\right| \geq 3 \ ;$$

$$\frac{x+1}{x} \leq -3 \qquad \vee \qquad \frac{x+1}{x} \geq +3$$

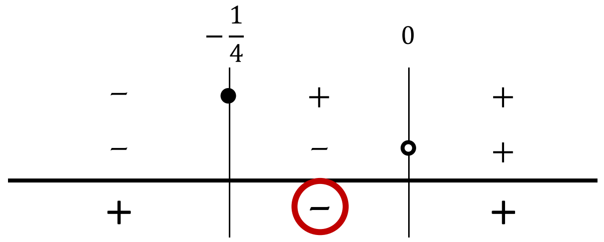
$$\frac{x+1}{x} + 3 \leq 0 \qquad \vee \qquad \frac{x+1}{x} - 3 \geq 0$$

$$\frac{x+1+3x}{x} \leq 0 \qquad \vee \qquad \frac{x+1-3x}{x} \geq 0$$

$$\frac{4x+1}{x} \leq 0 \qquad \vee \qquad \frac{1-2x}{x} \geq 0$$

Risolviamo la prima disequazione:

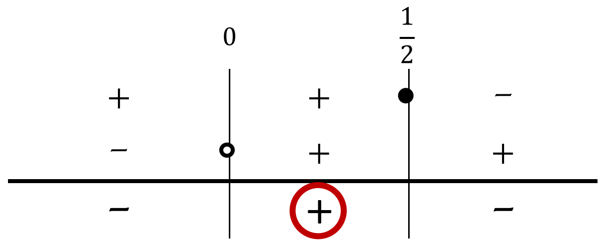
$$\frac{4x+1}{x} \leq 0 \qquad \begin{matrix} 4x+1 \geq 0 \\ x > 0 \end{matrix} \qquad \begin{matrix} x \geq -\dfrac{1}{4} \\ x > 0 \end{matrix}$$



La rappresentazione dell'insieme delle soluzioni sulla retta reale è

Risolviamo la seconda disequazione:

$$\frac{1-2x}{x} \geq 0 \qquad \begin{matrix} -2x \geq -1 \\ x > 0 \end{matrix} \qquad \begin{matrix} x \leq \dfrac{1}{2} \\ x > 0 \end{matrix}$$



La rappresentazione dell'insieme delle soluzioni sulla retta reale è

Unendo le due soluzioni si ottiene la soluzione della disequazione traccia:

La rappresentazione dell'insieme delle soluzioni sulla retta reale è

$$\left[-\frac{1}{4}, 0\right[\ \cup \ \left]0, \frac{1}{2}\right] \qquad\qquad -\frac{1}{4} \leq x < 0 \quad \vee \quad 0 < x \leq \frac{1}{2}$$

4. Il proprietario di un hotel di 50 stanze ha speso € 50.000 per manutenzione straordinaria e € 10.000 per manutenzione di inizio anno; inoltre, prevede di spendere € 20 per le pulizie di ogni stanza occupata quotidianamente. La stagione turistica durerà 100 giorni e, grazie a convenzioni con agenzie turistiche, il 60% delle stanze sarà sempre occupato. Qual è la cifra minima, da far pagare giornalmente per ogni stanza, per coprire almeno le spese sostenute ?

Soluzione

Indicando con $x = la\ cifra\ da\ far\ pagare\ giornalmente\ per\ ogni\ stanza$ *si ha:*

$60\% \cdot 50 \cdot 100\, x \ \geq 50.000 + 10.000 + 60\% \cdot 50 \cdot 20 \cdot 100$;

$30 \cdot 100\, x \ \geq 50.000 + 10.000 + 30 \cdot 20 \cdot 100$;

$3000\, x \ \geq 50.000 + 10.000 + 60.000$;

$3.000\, x \ \geq 120.000$; $\qquad x \ \geq \dfrac{120.000}{3.000}$; $\qquad x \ \geq 40$;

La cifra minima da far pagare giornalmente è di € 40 *.*