

Prova di Matematica : Equazioni di II grado

Alunno: _____ Classe: 2 C

30.04.2014
prof. Mimmo Corrado
Tempo 75 minuti

1. Risolvi le seguenti equazioni:

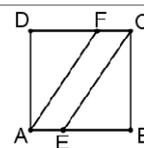
$16x^8 - 17x^4 + 1 = 0$	$3x^5 + 2x^6 - 27x^3 = 18x^4$
$4x^4 - 17x^3 + 17x - 4 = 0$	$6x^5 - x^4 - 43x^3 + 43x^2 + x - 6 = 0$

2. Risolvi le seguenti disequazioni:

$x > -x^2$	$5 + x^2 < 0$	$(x - 3)^2 \leq 0$
$28a - 4a^2 \geq 45$	$4y^2 \geq 45$	$\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2} + x\right) > \frac{x}{12}(\sqrt{6} - 1)(1 + \sqrt{6})$

3. Considera il quadrato $ABCD$ il cui lato misura 6 cm . AE e FC misurano ciascuno 2 cm . Quanto misura la superficie del quadrilatero $AECF$?

[Prova Invalsi 2012-2013]



4. In un triangolo ABC isoscele sulla base AB , il lato obliquo è $\frac{5}{3}$ dell'altezza relativa alla base AB . Determina l'area del triangolo, sapendo che il suo perimetro è 144 cm .

5. In un triangolo rettangolo un cateto è $\frac{5}{4}$ della sua proiezione sull'ipotenusa. Determina l'area del triangolo, sapendo che il perimetro del triangolo è 48 cm .

Valutazione	Esercizio	1	2	3	4	5	Totale
	Punti	12	4+3+3+4+4+6	4	15	15	70

Punti	0 - 2	3 - 7	8 - 12	13 - 17	18 - 22	23 - 27	28 - 32	33 - 37	38 - 42	43 - 47	48 - 52	53 - 57	58 - 62	63 - 67	68 - 70
Voto	3	3 ½	4	4 ½	5	5 ½	6	6 ½	7	7 ½	8	8 ½	9	9 ½	10

Soluzione

1. Risolvi le seguenti equazioni:

$$16x^8 - 17x^4 + 1 = 0 ;$$

$$\left[\mp 1 ; \mp \frac{1}{2} \right]$$

$$3x^5 + 2x^6 - 27x^3 = 18x^4 ;$$

$$\left[0 ; -\frac{3}{2} ; \mp 3 \right]$$

$$4x^4 - 17x^3 + 17x - 4 = 0 ;$$

$$\left[\frac{1}{4} ; 4 ; \mp 1 \right]$$

$$6x^5 - x^4 - 43x^3 + 43x^2 + x - 6 = 0$$

$$\left[\frac{1}{2} ; 2 ; -\frac{1}{3} ; -3 ; 1 \right]$$

2. Risolvi le seguenti disequazioni

$$x > -x^2$$

$$x^2 + x > 0 ; \quad x^2 + x = 0 ; \quad x \cdot (x + 1) = 0 ; \quad \begin{array}{l} x_1 = 0 \\ x_2 = -1 \end{array} \quad x < -1 \quad \vee \quad x > 0 .$$

$$5 + x^2 < 0 ; \quad \nexists x \in R .$$

$$(x - 3)^2 \leq 0 ; \quad x - 3 = 0 ; \quad x = 3 .$$

$$28a - 4a^2 \geq 45$$

$$4a^2 - 28a + 45 \leq 0 ; \quad 4a^2 - 28a + 45 = 0 ; \quad \frac{\Delta}{4} = 196 - 180 = 16 ;$$

$$a_{1,2} = \frac{14 \pm \sqrt{16}}{4} = \begin{array}{l} a_1 = \frac{14 - 4}{4} = \frac{5}{2} \\ a_2 = \frac{14 + 4}{4} = \frac{9}{2} \end{array} \quad \frac{5}{2} \leq a \leq \frac{9}{2} .$$

$$4y^2 \geq 45$$

$$4y^2 - 45 \geq 0 ; \quad 4y^2 - 45 = 0 ; \quad y^2 = \frac{45}{4} ; \quad y = \mp \sqrt{\frac{45}{4}} = \mp \frac{3}{2} \sqrt{5} \quad y \leq -\frac{3}{2} \sqrt{5} \quad \vee \quad y \geq \frac{3}{2} \sqrt{5} .$$

$$\left(x - \frac{1}{2}\right) \left(\frac{1}{2} + x\right) > \frac{x}{12} (\sqrt{6} - 1)(1 + \sqrt{6})$$

$$x^2 - \frac{1}{4} > \frac{x}{12} (6 - 1) ; \quad x^2 - \frac{1}{4} > \frac{5}{12} x ; \quad 12x^2 - 5x - 3 > 0 ;$$

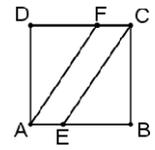
$$12x^2 - 5x - 3 = 0 ; \quad \Delta = 25 + 144 = 169 ;$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{169}}{2 \cdot 12} = \begin{array}{l} x_1 = \frac{5 - 13}{24} = \frac{-8}{24} = -\frac{1}{3} \\ x_2 = \frac{5 + 13}{24} = \frac{18}{24} = \frac{3}{4} \end{array} \quad x < -\frac{1}{3} \quad \vee \quad x > \frac{3}{4} .$$

3. Considera il quadrato $ABCD$ il cui lato misura 6 cm . AE e FC misurano ciascuno 2 cm . Quanto misura la superficie del quadrilatero $AECF$?

$$S = \overline{AE} \cdot \overline{BC} = 2 \cdot 6\text{ cm}^2 = 12\text{ cm}^2. \quad \text{oppure}$$

$$S = \overline{AB}^2 - 2 \cdot \overline{EB} \cdot \overline{BC} = \left(-6^2 - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 6\right)\text{ cm}^2 = 12\text{ cm}^2.$$



4. In un triangolo ABC isoscele sulla base AB , il lato obliquo è $\frac{5}{3}$ dell'altezza relativa alla base AB . Determina l'area del triangolo, sapendo che il suo perimetro è 144 cm .

Soluzione

Ricaviamo le misure dei tre lati in funzione di x per sfruttare l'unico dato certo che è la misura del perimetro.

$$\text{Si pone } \overline{CH} = x \Rightarrow \overline{AC} = \frac{5}{3}x \quad \text{con } x > 0.$$

$$\overline{AH} = \sqrt{\overline{AC}^2 - \overline{CH}^2} = \sqrt{\left(\frac{5}{3}x\right)^2 - x^2} = \sqrt{\frac{25}{9}x^2 - x^2} = \sqrt{\frac{16}{9}x^2} = \frac{4}{3}x.$$

$$\overline{AB} = 2 \cdot \overline{AH} = 2 \cdot \frac{4}{3}x = \frac{8}{3}x.$$

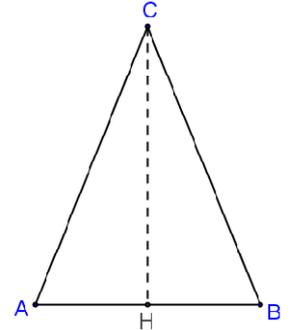
Sfruttiamo la conoscenza della misura del perimetro.

$$\overline{AB} + 2 \cdot \overline{AC} = 144; \quad \frac{8}{3}x + 2 \cdot \frac{5}{3}x = 144; \quad 8x + 10x = 432; \quad 18x = 432; \quad x = \frac{432}{18} = 24.$$

Pertanto:

$$\overline{CH} = 24\text{ cm}; \quad \overline{AB} = \frac{8}{3} \cdot 24\text{ cm} = 64\text{ cm}.$$

$$\text{L'area del triangolo è: } S = \frac{1}{2} \overline{AB} \cdot \overline{CH} = \frac{1}{2} \cdot 64 \cdot 24 = 768\text{ cm}^2.$$



5. In un triangolo rettangolo un cateto è $\frac{5}{4}$ della sua proiezione sull'ipotenusa. Determina l'area del triangolo, sapendo che il perimetro del triangolo è 48 cm .

Soluzione

Ricaviamo le misure dei tre lati in funzione di x per sfruttare l'unico dato certo che è la misura del perimetro.

$$\text{Si pone } \overline{BH} = x \Rightarrow \overline{AB} = \frac{5}{4}x \quad \text{con } x > 0.$$

Applicando il 1° teorema di Euclide:

$$\overline{AB}^2 = \overline{BC} \cdot \overline{BH}; \quad \overline{BC} = \frac{\overline{AB}^2}{\overline{BH}} = \frac{\left(\frac{5}{4}x\right)^2}{x} = \frac{25}{16}x.$$

Applicando il teorema di Pitagora:

$$\overline{AC} = \sqrt{\overline{BC}^2 - \overline{AB}^2} = \sqrt{\left(\frac{25}{16}x\right)^2 - \left(\frac{5}{4}x\right)^2} = \sqrt{\frac{625}{256}x^2 - \frac{25}{16}x^2} = \sqrt{\frac{625 - 400}{256}x^2} = \sqrt{\frac{225}{256}x^2} = \frac{15}{16}x.$$

Sfruttiamo la conoscenza della misura del perimetro.

$$\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC} = 48; \quad \frac{5}{4}x + \frac{25}{16}x + \frac{15}{16}x = 48; \quad 20x + 25x + 15x = 768; \quad 60x = 768; \quad x = \frac{768}{60} = \frac{192}{15}.$$

Pertanto:

$$\overline{BH} = \frac{192}{15}\text{ cm}; \quad \overline{AB} = \frac{5}{4} \cdot \frac{192}{15}\text{ cm} = 16\text{ cm}; \quad \overline{BC} = \frac{25}{16} \cdot \frac{192}{15}\text{ cm} = 20\text{ cm}; \quad \overline{AC} = \frac{15}{16} \cdot \frac{192}{15}\text{ cm} = 12\text{ cm}.$$

$$\text{L'area del triangolo è: } S = \frac{1}{2} \overline{AB} \cdot \overline{AC} = \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 12\text{ cm} = 96\text{ cm}^2.$$

