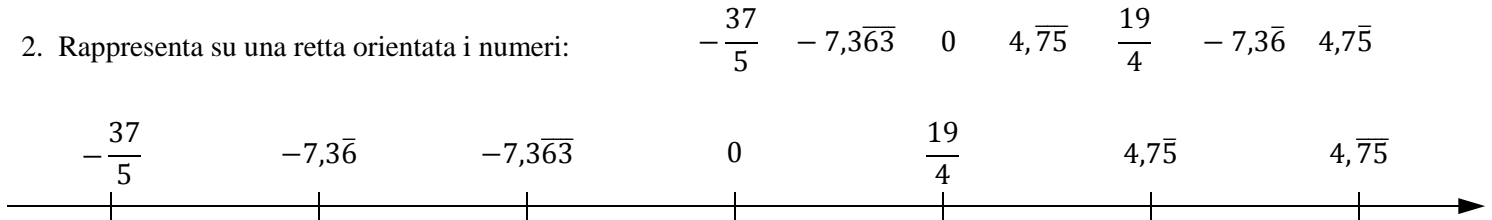


Soluzione

1. Compila la tabella a lato

a	b	$a + b$	$a - b$	$a \cdot b$	$a : b$	b^2	b^3	b^{-2}
$-\frac{3}{4}$	$-\frac{5}{6}$	$-\frac{19}{12}$	$+\frac{1}{12}$	$+\frac{5}{8}$	$+\frac{9}{10}$	$+\frac{25}{36}$	$-\frac{125}{216}$	$+\frac{36}{25}$

2. Rappresenta su una retta orientata i numeri:



3. L'espressione $\frac{9}{10} + \frac{8}{10^2} + \frac{2}{10^5} + \frac{7}{10^4}$ quale numero decimale rappresenta ?

[Invalsi 2011]

$$\frac{9}{10} + \frac{8}{10^2} + \frac{2}{10^5} + \frac{7}{10^4} = 0,9 + 0,08 + 0,00002 + 0,0007 = 0,98072$$

4. Considera l'affermazione: "Per ogni numero naturale n , $2^n + 1$ è un numero primo".
Mostra con un esempio che l'affermazione è falsa.

[Invalsi 2011]

$$2^3 + 1 = 9$$

5. Qual è la metà del numero $\left(\frac{1}{2}\right)^{50}$

[Invalsi 2011]

$$\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{50} = \left(\frac{1}{2}\right)^{51}$$

6. Calcola il valore delle seguenti espressioni:

$$\begin{aligned} & \left\{ \left[\left(\frac{7}{15} - \frac{4}{21} \cdot \frac{7}{4} \right) \cdot \left(1 - \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5} \right) + \left(\frac{1}{6} + \frac{2}{3} + 2 - \frac{3}{4} \right) \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{10} \right) \right] - \left(\frac{3}{25} + \frac{21}{100} \right) \right\} \cdot \left(\frac{3}{4} - \frac{4}{3} + \frac{1}{2} \right) = \\ & = \left\{ \left[\left(\frac{7}{15} - \frac{1}{3} \right) \cdot \left(1 - \frac{2}{5} \right) + \left(\frac{2+8+24-9}{12} \right) \cdot \left(\frac{5+1}{10} \right) \right] - \left(\frac{12+21}{100} \right) \right\} \cdot \left(\frac{9-16+6}{12} \right) = \\ & = \left\{ \left[\left(\frac{7-5}{15} \right) \cdot \left(\frac{5-2}{5} \right) + \frac{25}{12} \cdot \frac{6}{10} \right] - \frac{33}{100} \right\} \cdot \left(-\frac{1}{12} \right) = \\ & = \left\{ \left[\frac{2}{15} \cdot \frac{3}{5} + \frac{5}{4} \right] - \frac{33}{100} \right\} \cdot \left(-\frac{1}{12} \right) = \\ & = \left\{ \left[\frac{2}{25} + \frac{5}{4} \right] - \frac{33}{100} \right\} \cdot \left(-\frac{1}{12} \right) = \\ & = \left\{ \left[\frac{8+125}{100} \right] - \frac{33}{100} \right\} \cdot \left(-\frac{1}{12} \right) = \\ & = \left\{ \frac{133}{100} - \frac{33}{100} \right\} \cdot \left(-\frac{1}{12} \right) = \\ & = \left\{ \frac{133-33}{100} \right\} \cdot \left(-\frac{1}{12} \right) = \\ & = 1 \cdot \left(-\frac{1}{12} \right) = \\ & = -\frac{1}{12} . \end{aligned}$$

7. Trasforma in una espressione letterale la seguente frase: “il prodotto fra il quadrato della differenza fra il doppio di a e il cubo di b e la somma fra il quadrato di a e il quadrato b ”. Calcola poi, il suo valore per $a = -1$ e $b = 2$.

Soluzione

$$(2a - b^3)^2 \cdot (a^2 + b^2)$$

Per $a = -1$ e $b = 2$ l'espressione vale:

$$\begin{aligned} & [2 \cdot (-1) - 2^3]^2 \cdot [(-1)^2 + 2^2] = \\ & = [-2 - 8]^2 \cdot [1 + 4] = \\ & = [-10]^2 \cdot 5 = \\ & = 100 \cdot 5 = \\ & = 500 . \end{aligned}$$

8. Un'enciclopedia potrebbe essere stampata in 30 volumi, di 1000 pagine l'uno, ognuna delle quali comprende 40 righe. Quante pagine dovrebbe avere ciascun volume se i volumi fossero 20 e si stampassero 30 righe per pagina con un carattere di dimensione doppia ?

Soluzione

Il testo del problema si traduce nella seguente tabella:

Volume (n°)	Pagine (n° pagine / V)	Righe (n° righe / pagina)	Dimensione carattere (pt)
↓ 30	↑ 1000	↓ 40	↑ 1
↓ 20	↑ x	↓ 30	↑ 2

Le frecce si ottengono confrontando la grandezza incognita con le altre grandezze, prese una alla volta.

Le frecce equiverse indicano grandezze direttamente proporzionali.

Le frecce con versi opposti indicano grandezze inversamente proporzionali.

Seguendo le frecce si ottiene:

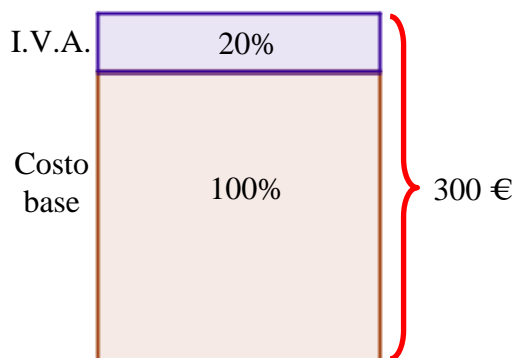
$$x = 1000 \cdot \frac{30}{20} \cdot \frac{40}{30} \cdot \frac{2}{1} = 1000 \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{2}{1} = 4000 \text{ pagine per volume}$$

9. Per l'acquisto di un computer sono stati spesi 300 €. Il prezzo è composto dal costo base più l'IVA, pari al 20% del costo base. Quanto è stato pagato di IVA ?

Soluzione

$$20:120 = x:300$$

$$x = \frac{20 \cdot 300}{120} = 50 \text{ €}$$



10. Un leone si trova in un pozzo profondo 50 palmi. Durante il giorno risale il pozzo di $\frac{1}{7}$ di palmo, ma durante la notte scivola giù di $\frac{1}{9}$ di palmo. Dopo quanti giorni il leone riuscirà a raggiungere per la prima volta la cima del pozzo ?

Soluzione

Tra salita e discesa, ogni giorno il leone sale verso l'alto di $\frac{1}{7} - \frac{1}{9} = \frac{9-7}{63} = \frac{2}{63}$ di palmo.

Per calcolare il numero di giorni per giungere alla cima del pozzo, occorre effettuare la divisione:

$$50 : \frac{2}{63} = 1575 \text{ giorni .}$$

Ma così facendo si commette un errore, perché in tale calcolo è conteggiato l'ultimo scivolamento in giù di $\frac{1}{9}$ di palmo.

In realtà, il leone raggiunge la cima del pozzo prima.

Il calcolo esatto è il seguente:

$$\left(50 - \frac{1}{9}\right) : \frac{2}{63} = \frac{450-1}{9} : \frac{2}{63} = \frac{449}{9} \cdot \frac{63}{2} = 1571,5 \text{ giorni .}$$

Si conclude che il leone riuscirà a raggiungere per la prima volta la cima del pozzo nel corso del 1572° giorno .