Liceo Classico Alessio di Turi Trebisacce

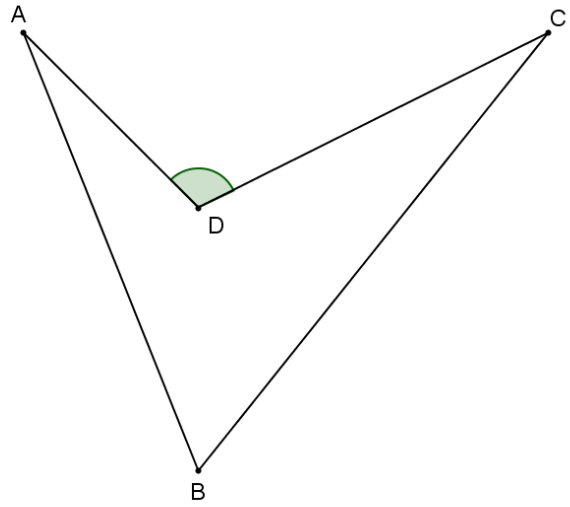
Anno Scolastico 2011-2012

Prova di Matematica : Radicali

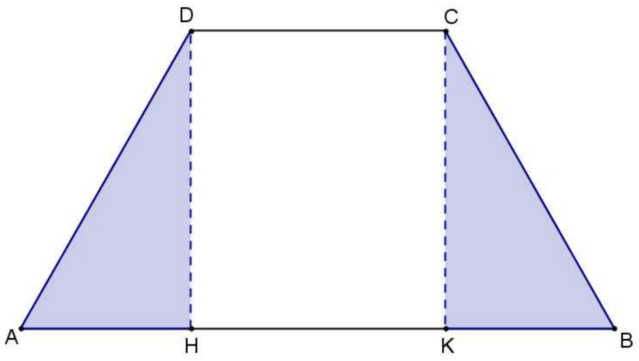
10.04.2012
prof. Mimmo Corrado

Alunno: ______________________________________ Classe: 5 B

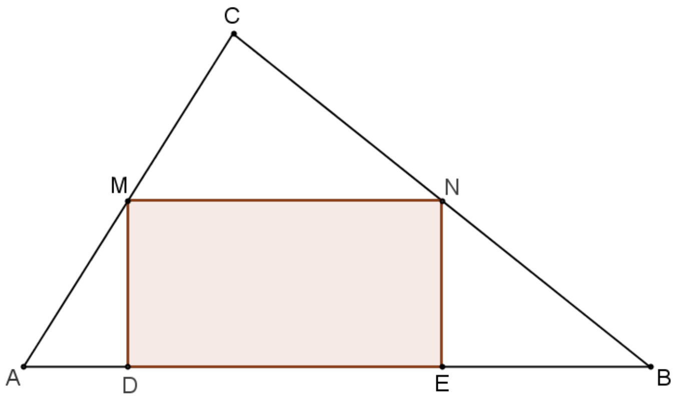
1. Dimostra che la somma degli angoli esterni di un quadrilatero è congruente a un angolo giro.



2. Considera un quadrilatero concavo ABCD avente l'angolo $\widehat{D}$ concavo. Dimostra che l'angolo convesso $A\widehat{D}C$ è congruente alla somma degli angoli $\widehat{A}$, $\widehat{B}$, $\hat{C}$ del quadrilatero.



3. Dimostra che in un trapezio isoscele gli angoli adiacenti a ciascuna base sono congruenti.



4. Considera un triangolo ABC e i punti medi M ed N dei due lati AC e BC. Traccia il segmento MN e le perpendicolari al terzo lato condotte da M e da N. Dimostra che il rettangolo che si forma è equivalente alla metà del triangolo.

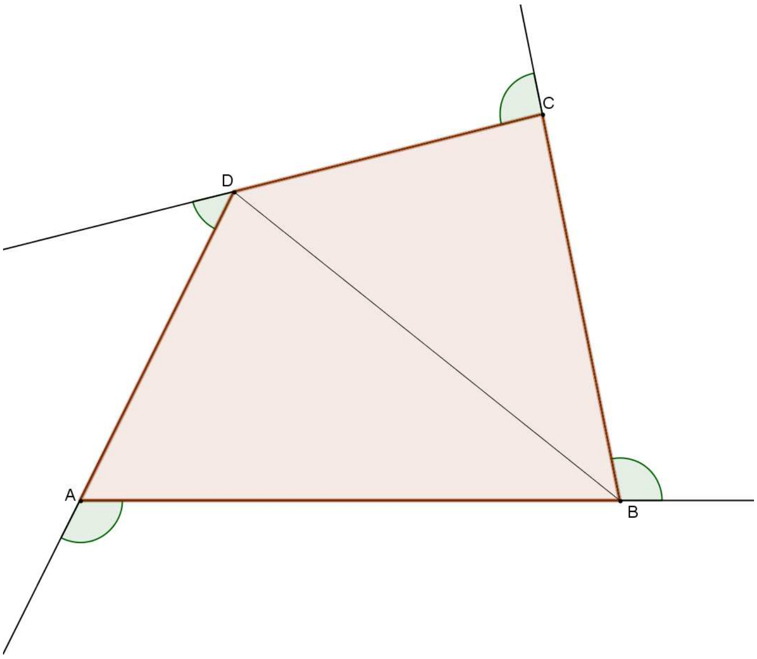
Valutazione	Esercizio	1	2	3	4	Totale
	Punti	20	20	20	20	80

Punti	*0 - 3*	*4 - 8*	*9 - 13*	*14 - 19*	*20 - 25*	*26 - 31*	*32 - 37*	*38 - 43*	*44 - 49*	*50 - 55*	*56 - 61*	*62 - 67*	*68 - 72*	*73 - 76*	*77 - 80*
Voto	*2*	*3*	*3 ½*	*4*	*4 ½*	*5*	*5½*	*6*	*6 ½*	*7*	*7 ½*	*8*	*8 ½*	*9*	*10*

Soluzione

1. Dimostra che la somma degli angoli esterni di un quadrilatero è congruente a un angolo giro.

   Dimostrazione



   La diagonale del quadrilatero divide il quadrilatero in due triangoli.

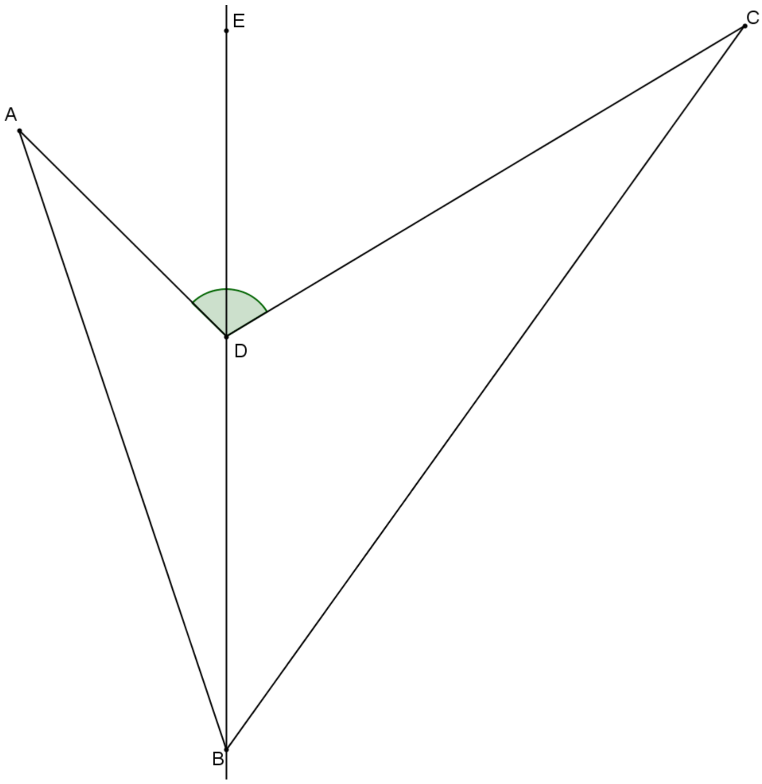
   Essendo la somma degli angoli interni di un triangolo congruente a un angolo piatto, si ha che la somma degli angoli interni del quadrilatero è congruente a 2 angoli piatti.

   Inoltre, come si evince dal grafico, la somma di un qualsiasi angolo esterno con l'angolo interno ad esso adiacente è congruente a un angolo piatto.

   Pertanto la somma di tutti gli angoli interni e di tutti gli angoli esterni del quadrilatero è pari a 4 angoli piatti.

   Si conclude perciò, che la somma degli angoli esterni di un quadrilatero è congruente a 2 angoli piatti, cioè a un angolo giro.

2. Considera un quadrilatero concavo ABCD avente l'angolo $\hat{D}$ concavo. Dimostra che l'angolo convesso $A\hat{D}C$ è congruente alla somma degli angoli $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\hat{C}$ del quadrilatero.



   Dimostrazione

   Tracciamo la retta BD.

   Consideriamo il triangolo ABD.

   Ricordando che la somma degli angoli interni di un triangolo è 180°, si ha:

   $\hat{A} + A\hat{B}D \cong 180° - A\hat{D}B$

   Ma $A\hat{D}E \cong 180° - A\hat{D}B$

   Pertanto: $A\hat{D}E \cong \hat{A} + A\hat{B}D$

   Consideriamo il triangolo BDC.

   $\hat{C} + D\hat{B}C \cong 180° - B\hat{D}C$

   Ma $E\hat{D}C \cong 180° - B\hat{D}C$

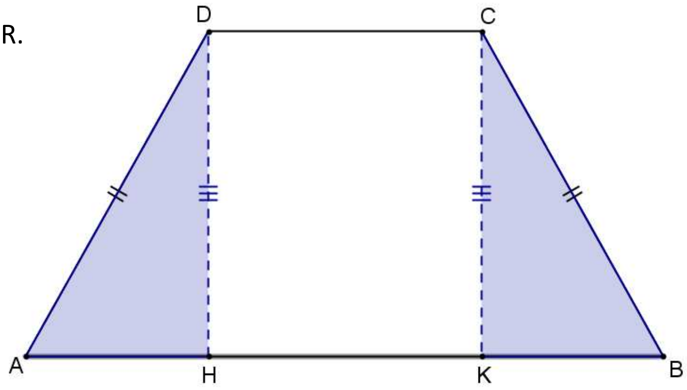
   Pertanto: $E\hat{D}C \cong \hat{C} + D\hat{B}C$

   Si conclude quindi che l'angolo convesso:

   $A\hat{D}C \;\cong\; A\hat{D}E + E\hat{D}C \;\cong\; \hat{A} + A\hat{B}D + \hat{C} + D\hat{B}C \;\cong\; \hat{A} + \hat{B} + \hat{C}$.

3. Dimostra che in un trapezio isoscele gli angoli adiacenti a ciascuna base sono congruenti.

Dimostrazione



I due triangoli ADH e BCK sono congruenti per il IV C.C.T.R.
Infatti:
$\mathrm{AD} \cong \mathrm{BC}$ per ipotesi
$DH \cong CK$ perché altezze del trapezio

Pertanto gli angoli $\hat{A}$ e $\hat{B}$ adiacenti alla base maggiore sono congruenti.

Anche gli angoli $\widehat{D}$ e $\hat{C}$ adiacenti alla base minore sono congruenti, perché somma di angoli congruenti.

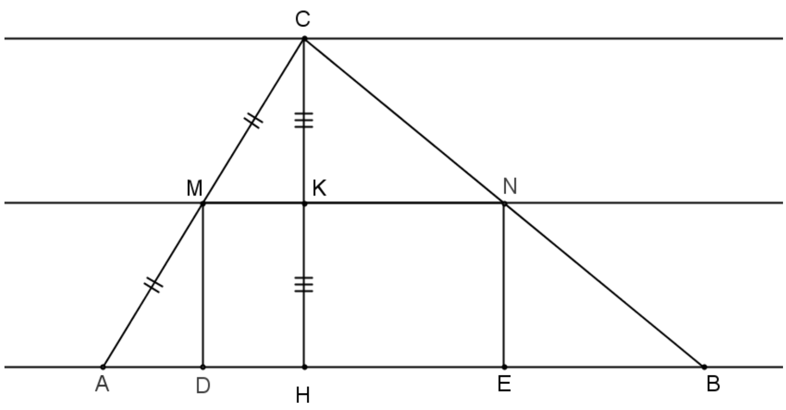
Infatti:
$A\widehat{D}H \cong K\hat{C}B$ per la dimostrazione precedente.
$H\widehat{D}C \cong D\hat{C}K \cong 90°$ perché le altezze sono perpendicolari alle basi.

4. Considera un triangolo ABC e i punti medi M ed N di due lati. Traccia il segmento MN e le perpendicolari al terzo lato condotte da M e da N. Dimostra che il rettangolo che si forma è equivalente alla metà del triangolo.

Dimostrazione

Ricordando il teorema (pag. 291 Ghisetti vol.2):

In un triangolo qualsiasi il segmento congiungente i punti medi di due lati è parallelo al terzo lato e congruente alla sua metà.



Si ha che: $MN \cong \frac{1}{2}AB$

Inoltre per il teorema di Talete si ha:

$\mathrm{CK} \cong \mathrm{HK}$

Pertanto il triangolo ABC ha:

la base congruente al doppio della base del rettangolo MNED;

l'altezza congruente al doppio dell'altezza del rettangolo MNED.

Si conclude pertanto che il rettangolo MNED è equivalente alla metà del triangolo ABC.