

Simulazione Prova di Matematica : Parabola + Disequazioni

prof. Mimmo Corrado

1. Risolvi le seguenti equazioni :

$$|3x - 5| = -2$$

$$|x^2 - 1| = x + 1$$

$$|x - x^2| + x|x| = 1$$

$$3|4 - 2x| - 5|x| - |3 + x| = 0$$

2. Risolvi le seguenti disequazioni :

$$\frac{1}{2}x^2 - 5x + 8 \leq 0$$

$$-\frac{1}{2}x^2 + 8 > 0$$

$$x^2 - 6x < 0$$

$$x^5 - x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 8 < 0$$

$$|x| - |5x + 2| - 3x + 4 \geq 0$$

$$x^6 - 10x^3 + 16 > 0$$

$$\frac{x^3 - 2x^2 - 5x + 6}{x^2 + 4x + 4} \leq 0$$

$$\frac{7x - 4}{x^2 - 4} - \frac{2}{x - 2} \leq \frac{7}{x + 2}$$

$$\left| \frac{3x - 1}{x + 2} \right| \leq 2$$

3. Risolvi i seguenti sistemi di disequazioni :

$$\begin{cases} 5x - x^2 < 0 \\ x^2 + x - 20 \leq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{1}{4} < \frac{1}{(x+2)^2} \\ \frac{2x^2}{x^2-9} + \frac{1}{3+x} \geq 0 \end{cases}$$

4. Dopo aver determinato il vertice e le intersezioni con gli assi cartesiani, traccia il grafico delle seguenti parabole:

$$y = \frac{1}{2}x^2 - 5x + 8$$

$$y = -\frac{1}{2}x^2 + 8$$

$$y = x^2 - 6x$$

5. Rappresenta graficamente la regione di piano soluzione del seguente sistema di disequazioni:
$$\begin{cases} x - y < 3 \\ y - 4 < 0 \\ x + 2y > 0 \end{cases}$$
6. Determina l'equazione della parabola avente fuoco in $F\left(2; \frac{1}{4}\right)$ e direttrice $y = -\frac{1}{4}$ 7. Determina l'equazione della parabola con asse parallelo all'asse y passante per i punti $A(0; 3)$ $B(1; 8)$ $C(-2; -1)$.8. Determina l'equazione della retta tangente alla parabola $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x$ nel suo punto di ascissa $x = -4$.9. Determina le equazioni delle rette tangenti alla parabola $y = x^2 - 4x$ condotte dal punto $P(0; -1)$.10. Traccia il grafico della seguente funzione: $y = x|x - 4| - 3$ 11. Determina le intersezioni A e B della parabola $y = x^2 - 5x - 1$ con la retta di equazione $x - y - 6 = 0$.
Determina inoltre l'area del triangolo ABV, con V vertice della parabola.

SOLUZIONI

1. Risolvi le seguenti equazioni :

$$|3x - 5| = -2$$

nessuna soluzione

$$|x^2 - 1| = x + 1$$

- 1; 0; 2

$$|x - x^2| + x|x| = 1$$

- 1; +1

$$3|4 - 2x| - 5|x| - |3 + x| = 0$$

$\frac{3}{4}$

2. Risolvi le seguenti disequazioni :

$$\frac{1}{2}x^2 - 5x + 8 \leq 0$$

$2 \leq x \leq 8$

$$-\frac{1}{2}x^2 + 8 > 0$$

$-4 < x < +4$

$$x^2 - 6x < 0$$

$0 < x < 6$

$$x^5 - x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 8 < 0$$

$x < -2 \quad \vee \quad -1 < x < 2$

$$|x| - |5x + 2| - 3x + 4 \geq 0$$

$-6 \leq x \leq \frac{2}{7}$

$$x^6 - 10x^3 + 16 > 0$$

$x < \sqrt[3]{2} \quad \vee \quad x > 2$

$$\frac{x^3 - 2x^2 - 5x + 6}{x^2 + 4x + 4} \leq 0$$

$x < -2 \quad \vee \quad 1 \leq x \leq 3$

$$\frac{7x - 4}{x^2 - 4} - \frac{2}{x - 2} \leq \frac{7}{x + 2}$$

$-2 < x < 2 \quad \vee \quad x \geq 3$

$$\left| \frac{3x - 1}{x + 2} \right| \leq 2$$

$-\frac{3}{5} \leq x \leq 5$

3. Risolvi i seguenti sistemi di disequazioni :

$$\begin{cases} 5x - x^2 < 0 \\ x^2 + x - 20 \leq 0 \end{cases}$$

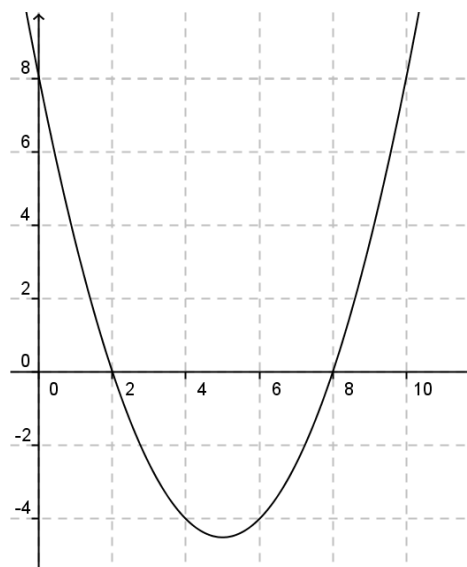
$[-5, 0[$

$$\begin{cases} \frac{1}{4} < \frac{1}{(x+2)^2} \\ \frac{2x^2}{x^2-9} + \frac{1}{3+x} \geq 0 \end{cases}$$

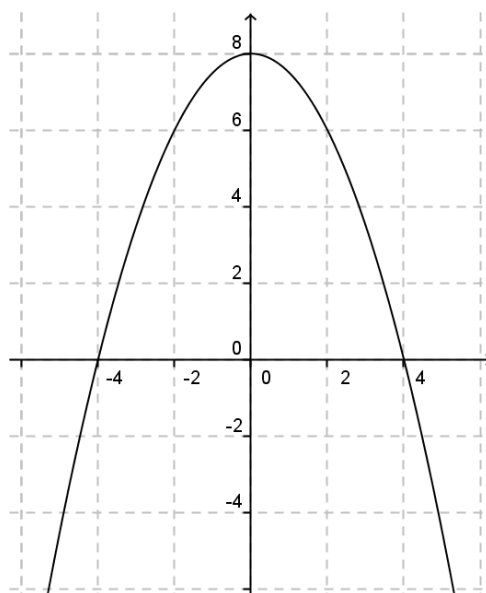
$] -4, -3[\cup \left[-\frac{3}{2}, 0[\right.$

4. Dopo aver determinato il vertice e le intersezioni con gli assi cartesiani, traccia il grafico delle seguenti parabole:

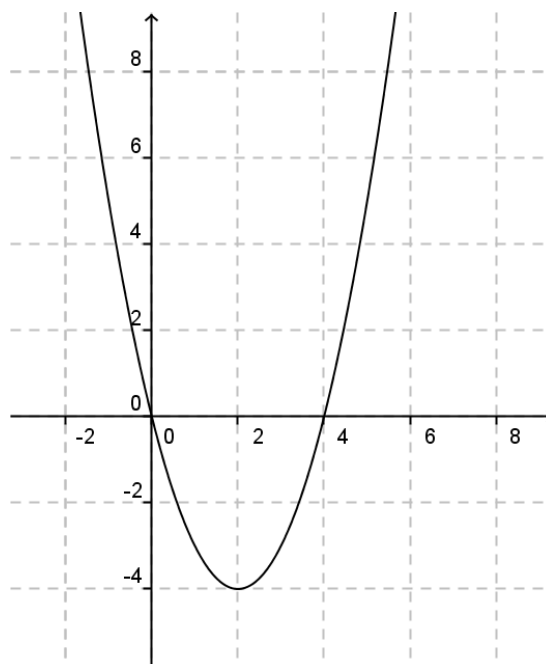
$$y = \frac{1}{2}x^2 - 5x + 8$$



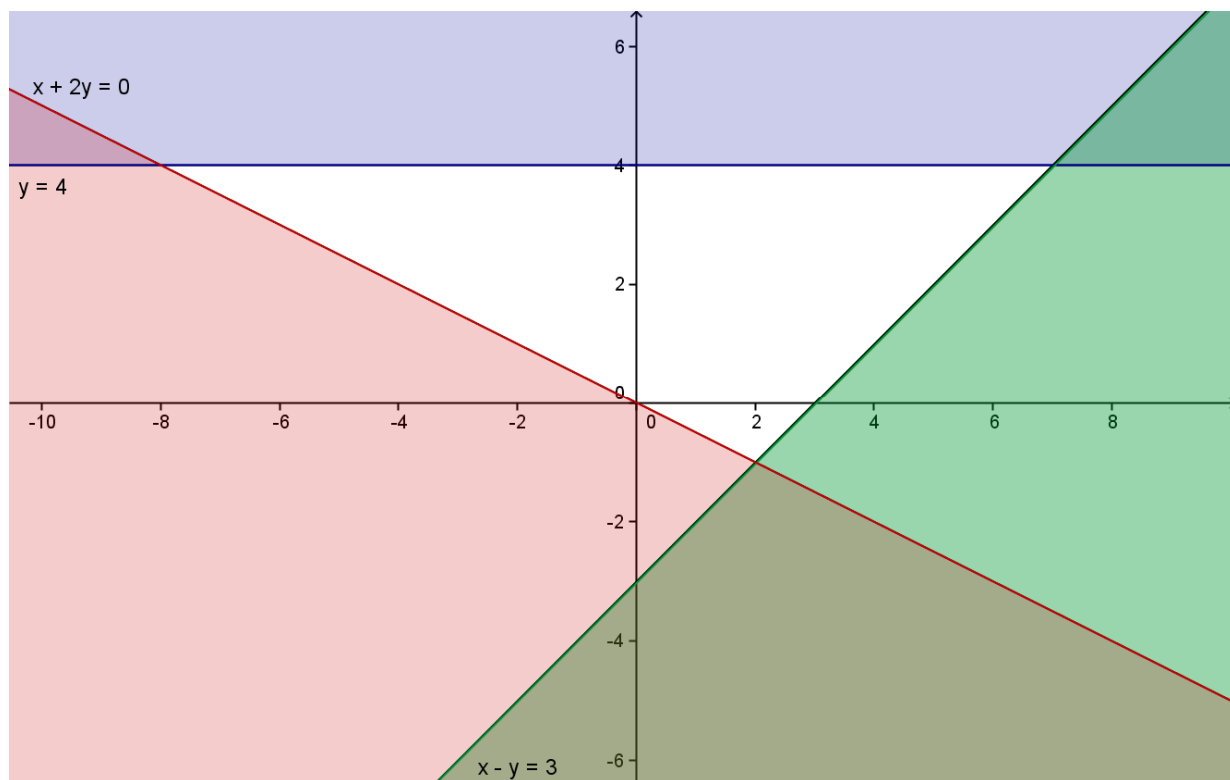
$$y = -\frac{1}{2}x^2 + 8$$



$$y = x^2 - 4x$$



5. Rappresenta graficamente la regione di piano soluzione del seguente sistema di disequazioni: $\begin{cases} x - y < 3 \\ y - 4 < 0 \\ x + 2y > 0 \end{cases}$



6. Determina l'equazione della parabola avente fuoco in $F\left(2; \frac{1}{4}\right)$ e direttrice $y = -\frac{1}{4}$

$$[y = x^2 - 4x + 4]$$

7. Determina l'equazione della parabola con asse parallelo all'asse y passante per i punti $A(0; 3)$ $B(1; 8)$ $C(-2; -1)$.

$$[y = x^2 + 4x + 3]$$

8. Determina l'equazione della retta tangente alla parabola $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x$ nel suo punto di ascissa $x = -4$.

$$[y = -2x - 8]$$

9. Determina le equazioni delle rette tangenti alla parabola $y = x^2 - 4x$ condotte dal punto $P(0; -1)$.

$$[y = -6x - 1]$$

$$[y = -2x - 1]$$

10. Traccia il grafico della funzione: $y = x|x - 4| - 3$

Ricordando la definizione di valore assoluto: $|A| = \begin{cases} +A & \text{se } A \geq 0 \\ -A & \text{se } A < 0 \end{cases}$

la funzione $y = x|x - 4| - 3$ si sdoppia in due funzioni, ognuna da studiare nel proprio dominio.

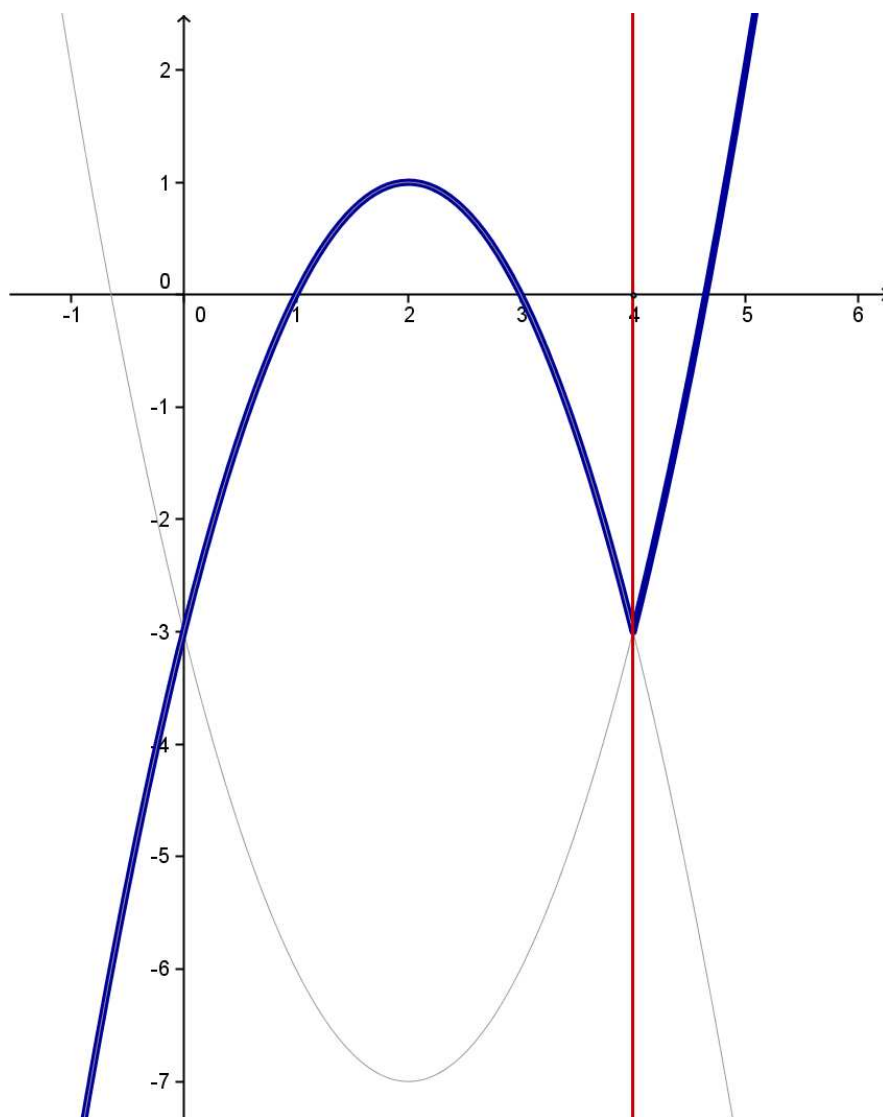
$$y = x|x - 4| - 3 = \begin{cases} x \cdot [(x - 4)] - 3 & \text{se } x \geq 4 \\ x \cdot [-(x - 4)] - 3 & \text{se } x < 4 \end{cases}$$

cioè:

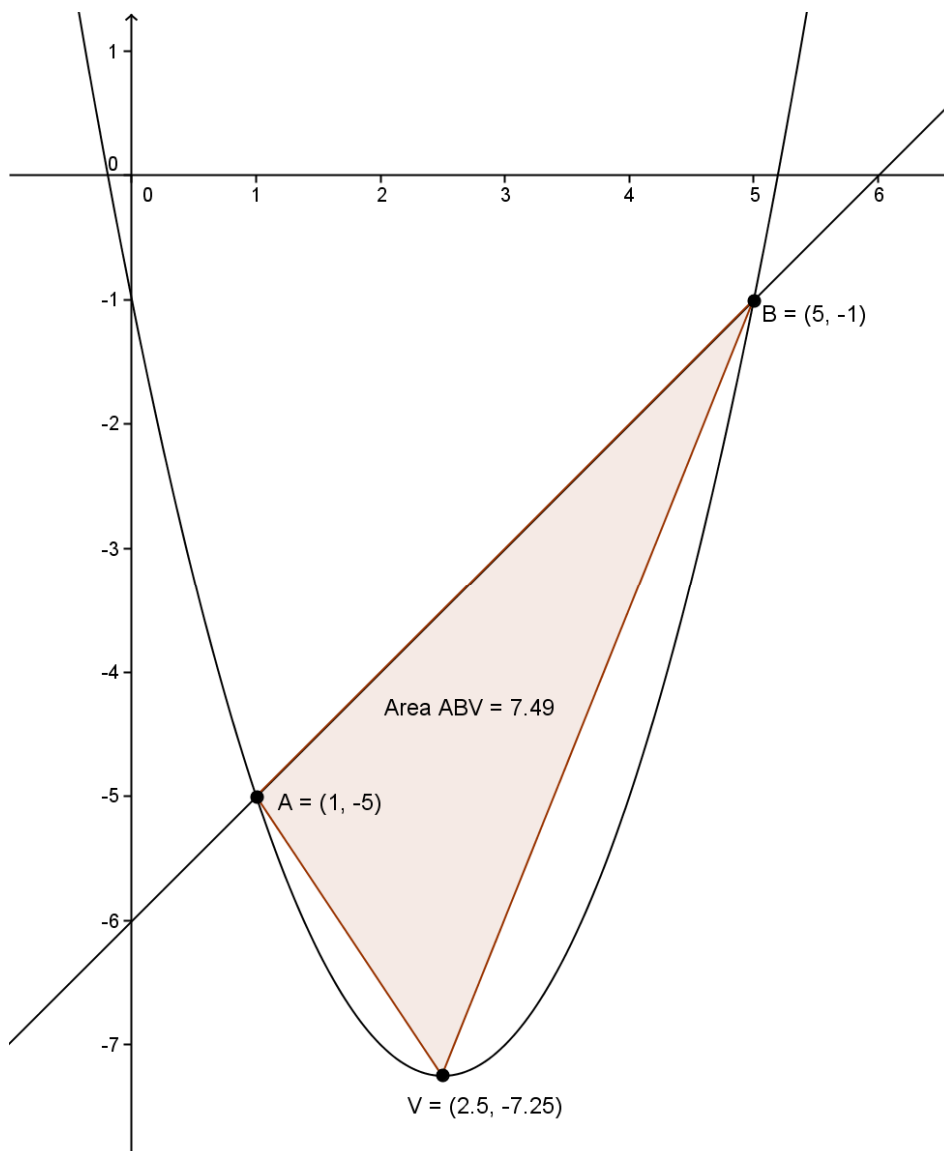
$$y = \begin{cases} x^2 - 4x - 3 & \text{se } x \geq 4 \\ -x^2 + 4x - 3 & \text{se } x < 4 \end{cases}$$

Pertanto, nell'intervallo $]-\infty, 4[$, occorre tracciare il grafico della parabola $y = -x^2 + 4x - 3$

Mentre, nell'intervallo $[4, +\infty[$, occorre tracciare il grafico della parabola $y = x^2 - 4x - 3$



11. Determina le intersezioni A e B della parabola $y = x^2 - 5x - 1$ con la retta di equazione $x - y - 6 = 0$.
Determina inoltre l'area del triangolo ABV, con V vertice della parabola.



Altri esercizi

$$-3x^5 + 2x^4 + 48x - 32 \geq 0$$

$$x^4 - 11x^2 + 18 > 0$$

$$x^3 - 8 < 0$$