***Liceo Scientifico "G. Galilei" Trebisacce***

*Anno Scolastico 2011-2012*

# Prova di Matematica : Equazioni di grado superiore al I

12.01.2012

*prof. Mimmo Corrado*

Alunno: ________________________________________ Classe: 2 B

1. Risolvi le seguenti equazioni:

| | |
|---|---|
| $4x^2-8=0$ | $7x^2-5x-2=0$ |
| $2x^3-x^2+6x-3=0$ | $9x^4-1=0$ |
| $x^5-5x^3+3x^2-15=0$ | $2x^3+1=0$ |
| $2x^{10}-10x^6+8x^2=0$ | $x^6+3x^3+2=0$ |
| $\frac{-2x^2+x-3}{2x^2+7x+3}+\frac{6x^2-5x+1}{6x^2+x-1}=0$ | $4(x-1)^4-25=0$ |

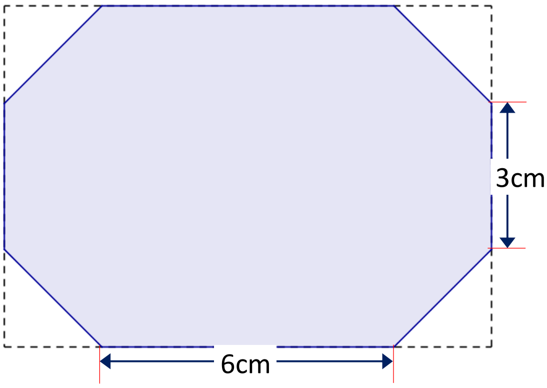
2. Determina per quali valori del parametro $k$ l'equazione: $(k-3)x^2-2(k+1)x+k=0$
   - a. *ha radici reali*
   - b. *ha due radici la cui somma è* $-5$
   - c. *ha due radici reali e opposte*
   - d. *ha una radice uguale a 0*
   - e. *ha due radici in cui una è l'opposto del reciproco dell'altra*
   - f. *ha due radici, la somma dei cui reciproci è 4*

3. Effettua la discussione della seguente equazione letterale intera: $k(x^2+2x)-3x^2-4(2x+1)=0$

4. Effettua la discussione della seguente equazione letterale fratta:

$$\frac{a}{x^2+x-2ax-2a}=\frac{2}{x-2a}-\frac{1}{x+1}+\frac{2}{a}$$

5. Tagliando i quattro angoli di una tela rettangolare con quattro triangoli isosceli congruenti, come mostrato in figura, si ottiene una tela ottagonale di area $62\text{cm}^2$. Qual è l'area della superficie che è stata eliminata?




| Valutazione | Esercizio | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Totale |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Punti | 32 | 12 | 12 | 14 | 10 | 80 |

| *Punti* | *0 - 3* | *4 - 8* | *9 - 13* | *14 - 19* | *20 - 25* | *26 - 31* | *32 - 37* | *38 - 43* | *44 - 49* | *50 - 55* | *56 - 61* | *62 - 67* | *68 - 72* | *73 - 76* | *77 - 80* |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *Voto* | *2* | *3* | *3 ½* | *4* | *4 ½* | *5* | *5½* | *6* | *6 ½* | *7* | *7 ½* | *8* | *8 ½* | *9* | *10* |

# Soluzione

1. Risolvi le seguenti equazioni:

$4x^2 - 8 = 0$ ; $\qquad 4x^2 = 8$ ; $\qquad x^2 = 2$ ; $\qquad x = \mp\sqrt{2}$

*L'insieme delle soluzioni dell'equazione è* $\quad S = \{-\sqrt{2}\,, \sqrt{2}\}$

$7x^2 - 5x - 2 = 0$ ; $\qquad \Delta = b^2 - 4\,a\,c = 25 + 56 = 81$

$$x_{1,2} = \frac{-b \mp \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a} = \frac{5 \mp \sqrt{81}}{2 \cdot 7} = \frac{5 \mp 9}{14} = \begin{cases} x_1 = \dfrac{5-9}{14} = \dfrac{-4}{14} = -\dfrac{2}{7} \\[2ex] x_2 = \dfrac{5+9}{14} = \dfrac{14}{14} = 1 \end{cases}$$

*L'insieme delle soluzioni dell'equazione è* $\quad S = \left\{-\frac{2}{7}\,, 1\right\}$

$2x^3 - x^2 + 6x - 3 = 0 \qquad D_{\frac{3}{2}} = \left\{\mp 1\,, \mp\frac{1}{2}\,, \mp 3\,, \mp\frac{3}{2}\right\}$

Applicando la regola di Ruffini si ha:

$$\begin{array}{c|ccc|c} & 2 & -1 & +6 & -3 \\ \frac{1}{2} & & 1 & 0 & +3 \\ \hline & 2 & 0 & +6 & 0 \end{array}$$

$\left(x - \frac{1}{2}\right)(2x^2 + 6) = 0$ ; $\qquad x - \frac{1}{2} = 0$ ; $\quad x = \frac{1}{2}$

$\qquad 2x^2 + 6 = 0$ ; $\quad n.s.r.$

*L'insieme delle soluzioni dell'equazione è* $\quad S = \left\{\frac{1}{2}\right\}$

Per determinare anche le soluzioni complesse occorre risolvere l'equazione:

$2x^2 + 6 = 0$ ; $\qquad 2x^2 = -6$ ; $\qquad x^2 = -3$ ; $\qquad x_{2,3} = \mp\sqrt{-3} = \mp\sqrt{3}\,i$

$9x^4 - 1 = 0\,;\qquad 9x^4 = 1\,;\qquad x^4 = \frac{1}{9}\,;\qquad x_{1,2} = \mp\sqrt[4]{\frac{1}{9}} = \mp\frac{\sqrt[4]{1}}{\sqrt[4]{3^2}} = \mp\frac{1}{\sqrt{3}} = \mp\frac{\sqrt{3}}{3}$

*L'insieme delle soluzioni dell'equazione è* $\quad S = \left\{-\frac{\sqrt{3}}{3}\,, +\frac{\sqrt{3}}{3}\right\}$

Per determinare anche le soluzioni complesse occorre scomporre l'equazione:

$9x^4 - 1 = 0\,;\qquad (3x^2+1)(3x^2-1) = 0\,;$

$3x^2 + 1 = 0\,;\qquad 3x^2 = -1\,;\qquad x^2 = -\frac{1}{3}\,;\qquad x_{3,4} = \mp\sqrt{-\frac{1}{3}} = \mp\frac{\sqrt{3}}{3}\,i$

$x^5 - 5x^3 + 3x^2 - 15 = 0\,;\qquad x^3(x^2-5) + 3(x^2-5) = 0\,;$

$(x^2-5)(x^3+3) = 0\,;\qquad \begin{matrix} x^2 - 5 = 0 & x^2 = 5 & x_{1,2} = \mp\sqrt{5} \\ x^3 + 3 = 0 & x^3 = -3 & x = -\sqrt[3]{3} \end{matrix}$

*L'insieme delle soluzioni dell'equazione è* $\quad S = \{-\sqrt{5}\,, +\sqrt{5}\,, -\sqrt[3]{3}\}$

Per determinare anche le soluzioni complesse occorre scomporre ulteriormente l'equazione:

$\mathrm{x}^3 + 3 = 0\,;\qquad (\mathrm{x} + \sqrt[3]{3})(\mathrm{x}^2 - \sqrt[3]{3}\mathrm{x} + \sqrt[3]{9}) = 0$

$\mathrm{x}^2 - \sqrt[3]{3}\mathrm{x} + \sqrt[3]{9} = 0\,;\qquad \Delta = \mathrm{b}^2 - 4\,\mathrm{a\,c} = \sqrt[3]{9} - 4\sqrt[3]{9} = -3\sqrt[3]{9}$

$$\mathrm{x}_{4,5} = \frac{-\mathrm{b} \mp \sqrt{\Delta}}{2\cdot \mathrm{a}} = \frac{\sqrt[3]{3} \mp \sqrt{-3\sqrt[3]{9}}}{2\cdot 1} = \frac{\sqrt[3]{3} \mp \sqrt[6]{3^5}\,\mathrm{i}}{2}$$

$2x^3 + 1 = 0\,;\qquad 2x^3 = -1\,;\qquad x^3 = -\frac{1}{2}\,;\qquad x = \sqrt[3]{-\frac{1}{2}} = -\frac{\sqrt[3]{1}}{\sqrt[3]{2}} = -\frac{1}{\sqrt[3]{2}} = -\frac{1}{\sqrt[3]{2}}\cdot\frac{\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2^2}} = -\frac{\sqrt[3]{4}}{2}$

*L'insieme delle soluzioni dell'equazione è* $\quad \mathrm{S} = \left\{-\frac{\sqrt[3]{4}}{2}\right\}$

Per determinare anche le soluzioni complesse occorre scomporre l'equazione:

$2x^3 + 1 = 0\,;\qquad x^3 + \frac{1}{2} = 0\qquad \left(x + \sqrt[3]{\frac{1}{2}}\right)\left(x^2 - \sqrt[3]{\frac{1}{2}}x + \sqrt[3]{\frac{1}{4}}\right) = 0$

$\left(x + \frac{\sqrt[3]{4}}{2}\right)\left(x^2 - \frac{\sqrt[3]{4}}{2}x + \frac{\sqrt[3]{2}}{2}\right) = 0\,;$

$x^2 - \frac{\sqrt[3]{4}}{2}x + \frac{\sqrt[3]{2}}{2} = 0\qquad \Delta = b^2 - 4\,a\,c = \sqrt[3]{\frac{1}{4}} - 4\sqrt[3]{\frac{1}{4}} = -3\sqrt[3]{\frac{1}{4}}$

$$x_{2,3} = \frac{-b \mp \sqrt{\Delta}}{2\cdot a} = \frac{\frac{\sqrt[3]{4}}{2} \mp \sqrt{-3\sqrt[3]{\frac{1}{4}}}}{2\cdot 1} = \frac{\frac{\sqrt[3]{4}}{2} \mp \sqrt[6]{\frac{27}{4}}\,i}{2} = \frac{\sqrt[3]{4}}{4} \mp \frac{\frac{\sqrt[6]{27}}{\sqrt[6]{2^2}}\cdot\frac{\sqrt[6]{2^4}}{\sqrt[6]{2^4}}\,i}{2} = \frac{\sqrt[3]{4}}{4} \mp \frac{\frac{\sqrt[6]{432}}{2}\,i}{2} = \frac{\sqrt[3]{4}}{4} \mp \frac{\sqrt[6]{432}}{4}\,i$$

$2x^{10} - 10x^6 + 8x^2 = 0$

$2x^{10} - 10x^6 + 8x^2 = 0\ ;\qquad 2x^2(x^8 - 5x^4 + 4) = 0\ ;\qquad \begin{array}{l} 2x^2 = 0\ ;\quad x = 0\ \textit{soluzione doppia} \\ x^8 - 5x^4 + 4 = 0 \end{array}$

$x^8 - 5x^4 + 4 = 0$ si pone $x^4 = z \quad \Rightarrow \quad z^2 - 5z + 4 = 0$

$\Delta = b^2 - 4\,a\,c = 25 - 16 = 9$

$$z_{1,2} = \frac{-b \mp \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a} = \frac{5 \mp \sqrt{9}}{2 \cdot 1} = \frac{5 \mp 3}{2} = \begin{array}{l} z_1 = \dfrac{5-3}{2} = 1 \\ z_2 = \dfrac{5+3}{2} = 4 \end{array}$$

$$\Rightarrow \quad \begin{array}{ll} x^4 = 1 & x_{1,2} = \mp\sqrt{1} = \mp 1 \\ x^4 = 4 & x_{3,4} = \mp\sqrt[4]{2^2} = \mp\sqrt{2} \end{array}$$

*L'insieme delle soluzioni dell'equazione è* $S = \{0\,, -1\,, +1\,, -\sqrt{2}\,, +\sqrt{2}\}$

Per determinare anche le soluzioni complesse occorre scomporre ulteriormente l'equazione:

$$\begin{array}{llll} x^4 = 1 & x^4 - 1 = 0 & (x^2+1)(x^2-1) = 0 & \begin{array}{l} x_{5,6} = \mp\sqrt{-1} = \mp\, i \\ x_{1,2} = \mp\sqrt{1} = \mp 1 \end{array} \\ x^4 = 4 & x^4 - 4 = 0 & (x^2+2)(x^2-2) = 0 & \begin{array}{l} x_{7,8} = \mp\sqrt{-2} = \mp\sqrt{2}\, i \\ x_{3,4} = \mp\sqrt{1} = \mp\sqrt{2} \end{array} \end{array}$$

$x^6 + 3x^3 + 2 = 0$

$x^6 + 3x^3 + 2 = 0$ si pone $x^3 = z \quad \Rightarrow \quad z^2 + 3z + 2 = 0$

$\Delta = b^2 - 4\,a\,c = 9 - 8 = 1$

$$z_{1,2} = \frac{-b \mp \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a} = \frac{-3 \mp \sqrt{1}}{2 \cdot 1} = \frac{-3 \mp 1}{2} = \begin{array}{l} z_1 = \dfrac{-3-1}{2} = -2 \\ z_2 = \dfrac{-3+1}{2} = -1 \end{array}$$

$$\Rightarrow \quad \begin{array}{ll} x^3 = -2 & x_1 = -\sqrt[3]{2} \\ x^3 = -1 & x_2 = -\sqrt[3]{1} = -1 \end{array}$$

*L'insieme delle soluzioni dell'equazione è* $S = \{-1\,, -\sqrt[3]{2}\}$

Per determinare anche le soluzioni complesse occorre scomporre ulteriormente l'equazione:

$$\begin{array}{lll} x^3 = -2 & x^3 + 2 = 0 & \left(x + \sqrt[3]{2}\right)\left(x^2 - \sqrt[3]{2}x + \sqrt[3]{4}\right) = 0 \\ x^3 = -1 & x^3 + 1 = 0 & (x+1)(x^2 - x + 1) = 0 \end{array}$$

$x^2 - \sqrt[3]{2}x + \sqrt[3]{4} = 0\ ;\qquad \Delta = b^2 - 4\,a\,c = \sqrt[3]{4} - 4\sqrt[3]{4} = -3\sqrt[3]{4}$

$$x_{3,4} = \frac{-b \mp \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a} = \frac{\sqrt[3]{2} \mp \sqrt{-3\sqrt[3]{4}}}{2 \cdot 1} = \frac{\sqrt[3]{2} \mp \sqrt[6]{108}}{2}$$

$x^2 - x + 1 = 0\ ;\qquad \Delta = b^2 - 4\,a\,c = 1 - 4 = -3$

$$x_{5,6} = \frac{-b \mp \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a} = \frac{1 \mp \sqrt{-3}}{2 \cdot 1} = \frac{1 \mp \sqrt{3}\, i}{2}$$

$$\frac{-2x^2+x-3}{2x^2+7x+3}+\frac{6x^2-5x+1}{6x^2+x-1}=0$$

$$\frac{-2x^2+x-3}{(x+3)(2x+1)}+\frac{(2x-1)(3x-1)}{(2x+1)(3x-1)}=0 \qquad C.E.:\quad x\neq -3\,;\quad x\neq -\frac{1}{2}\,;\quad x\neq \frac{1}{3}$$

$$\frac{-2x^2+x-3}{(x+3)(2x+1)}+\frac{2x-1}{2x+1}=0$$

$$-2x^2+x-3+(x+3)(2x-1)=0$$

$$-2x^2+x-3+2x^2-x+6x-3=0$$

$$6x=6$$

$$x=1\quad Accettabile$$

$$4(x-1)^4-25=0$$

$$(x-1)^4=\frac{25}{4}\,;\qquad x-1=\mp\sqrt[4]{\frac{25}{4}}\,;\qquad x-1=\mp\sqrt{\frac{5}{2}}\,;\qquad x=1\mp\sqrt{\frac{5}{2}}\,;\qquad x_{1,2}=1\mp\frac{\sqrt{10}}{2}$$

$L'insieme\ delle\ soluzioni\ dell'equazione\ è \quad S=\left\{1-\frac{\sqrt{10}}{2}\,,\quad 1+\frac{\sqrt{10}}{2}\right\}$

Per determinare anche le soluzioni complesse occorre scomporre l'equazione:

$$4(x-1)^4-25=0\,;\qquad [2(x-1)^2+5]\cdot[2(x-1)^2-5]=0\,;$$

$$2(x-1)^2+5=0\,;\qquad (x-1)^2=-\frac{5}{2}\,;\qquad x-1=\mp\sqrt{-\frac{5}{2}}\,;\qquad x_{3,4}=1\mp\frac{\sqrt{10}}{2}\ i$$

2. Determina per quali valori del parametro $k$ l'equazione: $(k-3)x^2-2(k+1)x+k=0$

*a.* *ha radici reali*
*b.* *ha due radici la cui somma è* $-5$
*c.* *ha due radici reali e opposte*
*d.* *ha una radice uguale a 0*
*e.* *ha due radici in cui una è l'opposto del reciproco dell'altra*
*f.* *ha due radici, la somma dei cui reciproci è 4*

<u>*Soluzione*</u>

$(k-3)x^2-2(k+1)x+k=0$

| | | |
|---|---|---|
| $A=k-3$ | $B=-2(k+1)$ | $C=k$ |

*Innanzitutto* $k-3\neq 0$ *cioè* $k\neq 3$ *altrimenti l'equazione diventa di I grado* $(*)$

*a.* *ha radici reali*

$\frac{\Delta}{4}\geq 0$ ; $[-(k+1)]^2-k(k-3)\geq 0$

$k^2+1+2k-k^2+3k\geq 0$ ; $5k\geq -1$ ; $k\geq -\frac{1}{5}$ $(**)$

*b.* *ha due radici la cui somma è* $-5$

$-\frac{B}{A}=-5$ ; $-\frac{-2(k+1)}{k-3}=-5$ ; $2k+2=-5(k-3)$ ; $7k=13$ ;

$k=\frac{13}{7}$ *Accettabile* (perché $k\geq-\frac{1}{5}$ *e* $k\neq 3$)

*c.* *ha due radici reali e opposte*

$B=0$ ; $-2(k+1)=0$ ; $k=-1$ Non accettabile ( perché deve essere $k\geq-\frac{1}{5}$ )

*d.* *ha una radice uguale a 0*

$C=0$ ; $k=0$ *Accettabile* (perché $k\geq-\frac{1}{5}$ *e* $k\neq 3$)

*e.* *ha due radici in cui una è l'opposto del reciproco dell'altra*

$x_1=-\frac{1}{x_2}$ ; $x_1\cdot x_2=-1$ ; $\frac{c}{a}=-1$ ; $\frac{k}{k-3}=-1$ ; $k=-k+3$ ; $2k=3$

$k=\frac{3}{2}$ *Accettabile* (perché $k\geq-\frac{1}{5}$ *e* $k\neq 3$)

*f.* *ha due radici, la somma dei cui reciproci è 4*

$\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=4$ ; $\frac{x_2+x_1}{x_1x_2}=4$ ; $-\frac{b}{a}\cdot\frac{a}{c}=4$ ; $-\frac{b}{c}=4$ ; $-\frac{-2(k+1)}{k}=4$ ;

$2k+2=4k$ ; $2k=2$ ; $k=1$ *Accettabile* (perché $k\geq-\frac{1}{5}$ *e* $k\neq 3$)

3. Effettua la discussione della seguente equazione letterale intera: $k(x^2+2x)-3x^2-4(2x+1)=0$

*Soluzione*

Occorre trasformare l'equazione nella sua forma canonica: $Ax^2+Bx+C=0$ .

$k(x^2+2x)-3x^2-4(2x+1)=0$

$kx^2+2kx-3x^2-8x-4=0$

$\boxed{(k-3)x^2+2(k-4)x-4=0}$

| | | |
|---|---|---|
| $A=k-3$ | $B=2(k-4)$ | $C=-4$ |

$A=0$ *(Equazione di I grado)* $\Rightarrow$ $k=3$ $\Rightarrow$ $-2x-4=0\,;$ $x=-2$

$B=0$ *(Equazione Pura)* $\Rightarrow$ $k=4$ $\Rightarrow$ $x^2-4=0\,;$ $x^2=4\,;$ $x_{1,2}=\mp 2$

$C=0$ *(Equazione Spuria)* $\Rightarrow$ $-4=0$ *per nessun valore di a .*

$$\frac{\Delta}{4}=(k-4)^2+4(k-3)=k^2+16-8k+4k-12=k^2+4-4k=(k-2)^2$$

$\frac{\Delta}{4}=0;$ $(k-2)^2=0\,;$ $k-2=0\,;$ $k=2$ $\Rightarrow$ $-x^2-4x-4=0\,;$ $-(x+2)^2=0\,;$ $x=-2$ *doppia*

$\Delta<0$ $(a-1)^2<0$ per nessun valore di k.

$\Delta>0;$ $(k-2)^2>0\,;$ $k-2\neq 0\,;$ $k\neq 2$

$$x_{1,2}=\frac{-\frac{b}{2}\mp\sqrt{\frac{\Delta}{4}}}{a}=\frac{-(k-4)\mp\sqrt{(k-2)^2}}{k-3}=\frac{-k+4\mp(k-2)}{k-3}=$$

$$= \begin{cases} x_1=\dfrac{-k+4-k+2}{k-3}=\dfrac{-2k+6}{k-3}=\dfrac{-2(k-3)}{k-3}=-2 \\ x_2=\dfrac{-k+4+k-2}{k-3}=\dfrac{2}{k-3} \end{cases}$$

Riepilogando:

| **Valore del parametro** | **Tipo di Equazione** | **Soluzioni** |
|---|---|---|
| $k=3$ | *Equazione di I° grado* | $x=-2$ |
| $k=4$ | *Equazione Pura* | $x_{1,2}=\mp 2$ |
| *Per nessun valore di* $k$ | *Equazione Spuria* | |
| $k=2$ | *Equazione Completa con* $\Delta=0$ | $x_{1,2}=-2$ |
| *Per nessun valore di* $k$ | *Equazione Completa con* $\Delta<0$ | |
| $k\neq 3$ *e* $k\neq 2$ | *Equazione Completa con* $\Delta>0$ | $x_1=-2 \quad \wedge \quad x_2=\frac{2}{k-3}$ |

4. Effettua la discussione della seguente equazione letterale fratta:

$$\frac{a}{x^2+x-2ax-2a}=\frac{2}{x-2a}-\frac{1}{x+1}+\frac{2}{a}$$

$$\frac{a}{(x+1)(x-2a)}=\frac{2}{x-2a}-\frac{1}{x+1}+\frac{2}{a}$$

Il campo di esistenza del parametro è : $C.E.:\ a\neq 0\,.\quad Per\ a=0\ \ perde\ di\ significato.$

Il campo di accettabilità delle soluzioni è : $\text{C.A.}:\ x\neq -1\quad \wedge\quad x\neq 2a$

Moltiplicando per il $\ m.c.m.\ =\ a(x+1)(x-2a)$

$a^2\ =2a(x+1)-a(x-2a)+2(x+1)(x-2a)$

$a^2\ =2ax+2a-ax+2a^2+2x^2-4ax+2x-4a$

$2x^2-3ax+2x+a^2-2a=0$

| $2x^2+(2-3a)x+a^2-2a=0$ |
|---|

| $A=2$ | $B\ =2-3a$ | $C\ =a^2-2a$ |
|---|---|---|

$A=0$ *(Equazione di I grado)* $\Rightarrow\quad 2=0\quad$ per nessun valore di a

$B\ =0$ *(Equazione Pura)* $\Rightarrow\ 2-3a=0\qquad a=\frac{2}{3}\qquad\Rightarrow\qquad 2x^2+\frac{4}{9}-2\frac{2}{3}=0$

$2x^2-\frac{8}{9}=0\qquad x^2\ =\frac{4}{9}\qquad x_{1,2}\ =\mp\frac{2}{3}$

$C\ =0$ *(Equazione Spuria)* $\Rightarrow\qquad a^2-2a=0\,;\qquad a(a-2)=0\quad \begin{matrix} a=0\ \ perde\ di\ significato \\ a=2 \end{matrix}$

$a=2\qquad\Rightarrow\qquad 2x^2-4x=0\qquad x_1\ =0\ \ \wedge\ \ x_1\ =2$

$\Delta=\ (2-3a)^2-8(a^2-2a)=4+9a^2-12a-8a^2+16a=a^2+4a+4=(a+2)^2$

$\Delta=\ 0\qquad (a+2)^2\ =0\qquad a+2=0\qquad a=-2\qquad\Rightarrow\qquad 2x^2+8x+8=0$

$x^2+4x+4=0\qquad (x+2)^2=0\qquad x+2=0\qquad x_{1,2}\ =-2$

$\Delta<\ 0\qquad (a+2)^2<0\quad$ per nessun valore di a.

$\Delta>\ 0\qquad (a+2)^2>0\,;\qquad a\neq -2$

$$x_{1,2}\ =\ \frac{-b\mp\sqrt{\Delta}}{2\cdot a}\ =\ \frac{-2+3a\mp\sqrt{(a+2)^2}}{2\cdot 2}\ =\ \frac{-2+3a\mp(a+2)}{4}\ =$$

$$=\ \begin{matrix} x_1\ =\dfrac{-2+3a-a-2}{4}=\dfrac{2a-4}{4}\ =\ \dfrac{a-2}{2}\quad ? \\ x_2\ =\dfrac{-2+3a+a+2}{4}=\dfrac{4a}{4}\ =\ a\quad ? \end{matrix}$$

Queste soluzioni sono accettabili se rientrano nel campo di accettabilità $\ C.A.:\ x\neq -1\quad\wedge\quad x\neq 2a$

- $x_1\neq -1\quad\Leftrightarrow\quad \frac{a-2}{2}\neq -1\qquad a-2\neq -2\qquad a\neq 0\,.\ \ Se\ a=0\ \ l'equazione\ perde\ di\ significato.$
- $x_1\neq 2a\quad\Leftrightarrow\quad \frac{a-2}{2}\neq 2a\qquad a-2\neq 4a\qquad 3a\neq -2\qquad a\neq -\frac{2}{3}$

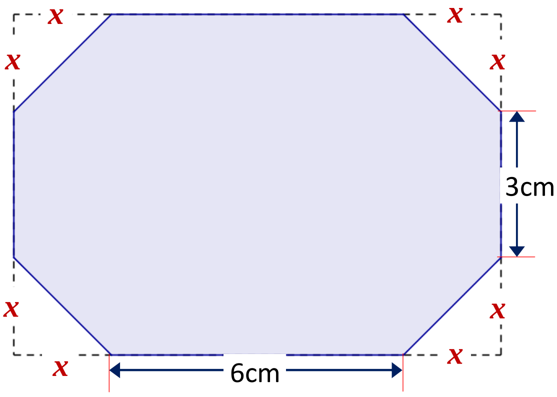
  $Se\ a=-\dfrac{2}{3}\quad la\ soluzione\ \ x_1=\dfrac{a-2}{2}\quad non\ è\ accettabile\ e\ l'equazione\ ha\ solo\ la\ soluzione\ \ x_2=a=-\dfrac{2}{3}$
- $x_2\neq -1\quad\Leftrightarrow\quad a\neq -1$

  $Se\ a=-1\quad la\ soluzione\ \ x_2=a\ \ non\ è\ accettabile\ e\ l'equazione\ ha\ solo\ la\ soluzione\ \ x_1=\dfrac{a-2}{2}=\dfrac{-1-2}{2}=-\dfrac{3}{2}$
- $x_2\neq 2a\quad\Leftrightarrow\quad a\neq 2a\qquad a\neq 0\,.\quad Se\ a=0\ \ l'equazione\ perde\ di\ significato.$

Riepilogando:

| Valore del parametro | Tipo di Equazione | Soluzioni |
|---|---|---|
| $a = 0$ | *Perde di significato* | |
| *Per nessun valore di* $a$ | *Equazione di I° grado* | |
| $a = \frac{2}{3}$ | *Equazione Pura* | $x_{1,2} = \mp\frac{2}{3}$ |
| $a = 2$ | *Equazione Spuria* | $x_1 = 0 \ \wedge \ x_1 = 2$ |
| $a = -2$ | *Equazione con* $\Delta = 0$ | $x_{1,2} = -2$ |
| *Per nessun valore di* $a$ | *Equazione con* $\Delta < 0$ | |
| $a \neq 0 \ \wedge \ a \neq -1 \ \wedge \ a \neq -2 \ \wedge \ a \neq -\frac{2}{3}$ | *Equazione con* $\Delta > 0$ | $x_1 = \frac{a-2}{2} \ \wedge \ x_2 = a$ |
| $a = -\frac{2}{3}$ | *Equazione con* $\Delta > 0$ | *Una soluzione accettabile* $x_2 = -\frac{2}{3}$ |
| $a = -1$ | *Equazione con* $\Delta > 0$ | *Una soluzione accettabile* $x_1 = -\frac{3}{2}$ |

5. Tagliando i quattro angoli di una tela rettangolare con quattro triangoli isosceli congruenti, come mostrato in figura, si ottiene una tela ottagonale di area $62\text{cm}^2$. Qual è l'area della superficie che è stata eliminata?




*Soluzione*

Ponendo il lato obliquo del triangolo isoscele uguale a x si ha:

Area rettangolo = Area ottagono + Area dei 4 triangoli

$$(6 + 2x)(3 + 2x) = 62 + 4 \cdot \frac{1}{2} x \cdot x$$

$$18 + 12x + 6x + 4x^2 = 62 + 2x^2$$

$$2x^2 + 18x + 44 = 0$$

$$x^2 + 9x + 22 = 0$$

$$\Delta = 81 + 88 = 169$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-9 \pm \sqrt{169}}{2 \cdot 1} = \frac{-9 \pm 13}{2} = \begin{array}{l} x_1 = \dfrac{-9-13}{2} = -11 \quad Non\ accettabile \\ x_2 = \dfrac{-9+13}{2} = +2 \end{array}$$

Eliminando la soluzione negativa, si ha che la misura del lato obliquo del triangolo isoscele è $2\ cm$ .

Pertanto l'area della superficie che è stata eliminata è uguale a: $S_E = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 = 8\ \text{cm}^2$ .